Serway

Vol. 1

FÍSICA

SOLUCIONARIO

SAN MARCOS

Solucionario
Física de Serway

Vol. 1

Solucionario
Física de Serway

Vol. 1

SAN MARCOS

SOLUCIONARIO - FÍSICA DE SERWAY. Volumen 1

Primera Edición

Hecho el depósito legal ley n.° 26905
Biblioteca Nacional del Perú
REG. n.° 1501322005-2513
ISBN 9972-34-246-8

Editorial San Marcos
Jr. Natalio Sánchez 220 Of. 304 Jesús María, Lima
Telefax 330-8553 / 332-0153
E-mail: san-marcos@terra.com.pe

Solucionario a cargo de Juan Garibay Calderón

Pedidos:
Av. Inca Garcilaso de la Vega 974 Lima, teléf.: 424-6563
Jr. Natalio Sánchez 220. Of. 304 Jesús María, teléf.: 423-1297

Impreso en Perú / Printed in Peru

Composición, diagramación y montaje
Editorial San Marcos
RUC 10090984344

ÍNDICE

CAPÍTULO 7: TRABAJO Y ENERGÍA.

CAPÍTULO 8: ENERGÍA POTENCIAL Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA.

CAPÍTULO 9: MOMENTO LINEAL Y CHOQUES.

CAPÍTULO 10: ROTACIÓN DE UN OBJETO RÍGIDO ALREDEDOR DE UN EJE FIJO.

CAPÍTULO 11: MOVIMIENTO DE RODAMIENTO, MOMENTO ANGULAR Y MOMENTO DE TORSIÓN.

CAPÍTULO 12: EQUILIBRIO ESTÁTICO Y ELASTICIDAD.

PRESENTACIÓN

Debido al papel preponderante de la física en disciplinas como la ingeniería, la química y la medicina, y a la trascendencia de las aplicaciones de las leyes físicas en la moderna tecnología y en los avances científicos, en ese sentido el SOLUCIONARIO FÍSICA DE SERWAY *tiene como principal objetivo brindarle al estudiante la posibilidad de comprender y consolidar los conocimientos teóricos aprendidos, esto es, reforzar el aprendizaje de conceptos y principios por medio de una amplia gama de interesantes aplicaciones en el mundo real.*

La obra está desarrollada en tres volúmenes que hacen un total aproximado de 2 400 problemas resueltos, en 34 capítulos; abarca temas fundamentales de la física clásica que se dividen en 4 partes. La parte I (capítulos 1 - 15) se abordan los fundamentos de la mecánica newtoniana y de la física de fluidos; la parte II (capítulos 16 -18) que comprende el movimiento ondulatorio y el sonido; la parte III (capítulos 19 - 22) considera el calor y la termodinámica y la parte IV (capítulos 23-34) comprende la electricidad y el magnetismo.

Cada uno de los capítulos se ha desarrollado siguiendo un orden coherente de temas con el propósito de llegar didácticamente al estudiante, por lo que esperamos que esta obra sirva como un libro de consulta práctica, dentro de esa gran senda del conocimiento científico que le toca a Ud. descubrir.

El editor

Capítulo 2

MOVIMIENTO EN UNA DIMENSIÓN

DESPLAZAMIENTO. VELOCIDAD Y RAPIDEZ

1. La posición de un automóvil que baja por la pendiente de una colina fue observada en diferentes tiempos y los resultados se resumen en la tabla siguiente. Encuentre la velocidad promedio del automóvil durante a) el primer segundo, b) los últimos tres segundos, c) el periodo completo de observación.

x(m)	0	2,3	9,2	20,7	36,8	57,5
t(s)	0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0

Resolución:

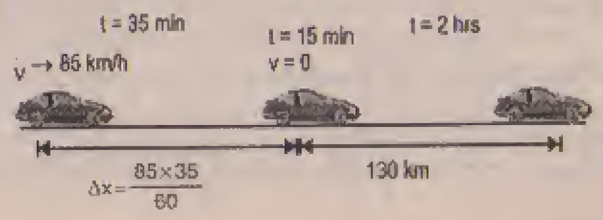
Parte (a): $$\vec{V}_{prom} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{2,3-0}{1,0-0} = 2,3\ m/s$$

Parte (b): $$\vec{V}_{prom.} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{57,5-9,2}{5,0-2,0} = \frac{48,3}{3,0} = 16,1\ m/s$$

Parte (c): $$\vec{V}_{prom} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{57,5-0}{5,0-0} = 11,5\ m/s$$

2. Un automovilista viaja hacia el norte durante 35 min a 85 km/h y luego se detiene durante 15 min. Después continúa hacia el norte, recorriendo 130 km en 2,0 h. a) ¿Cuál es su desplazamiento total? b) ¿Cuál es su velocidad promedio?

Resolución:



Parte (a) Entonces el desplazamiento total será: $\Delta x + 130$

Luego: $\Delta x = 85\ \frac{km}{h} \times 35\ min \times \frac{1\ h}{60\ min} = 49{,}6\ km$

$\therefore\ \Delta x\ total = 49{,}6 + 130 = 179{,}6\ km$

Parte (b)

Δx_i

$t = 35\ min$ $\quad \Delta x = 130\ km$

$t_{total} = 35\ min + 15\ min + 120\ min$

Δx_F

$$\vec{V}_{prom} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{130\ km}{(170-35)min} = \frac{130}{135}\ km/min = 57{,}7\ km/h$$

3. En la figura P2.3 se muestra la gráfica de desplazamiento versus (vs) tiempo para cierta partícula que se mueve a lo largo del eje x. Encuentre la velocidad promedio en los intervalos de tiempo a) 0 a 2 s, b) 0 a 4 s, c) 2 s a 4 s, d) 4 s a 7 s, y e) 0 a 8 s.

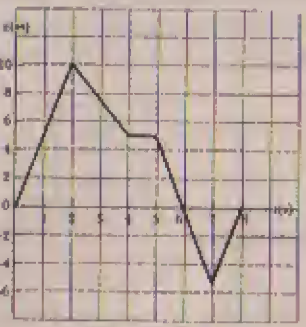
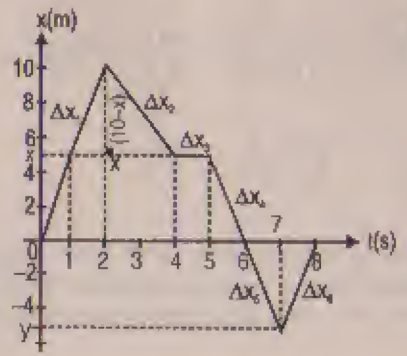
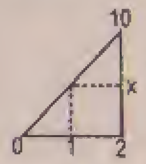


Figura P2.3

Resolución:



Por semejanza de triángulos:



$$\frac{10}{10-x} = \frac{2}{1}$$

$\therefore\ x = 5$

Por semejanza:

$$\frac{5}{y} = \frac{1}{1}$$

$\therefore\ y = 5$

Parte (a) $\vec{V}_{prom} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{10-0}{2-0} = 5\ m/s$

Parte (b) $\vec{V}_{prom} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{4-0} = \frac{(10-0)+(5-10)}{4-0} = \frac{5}{4} = 1{,}25\ m/s$

Parte (c) $\vec{V}_{prom} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{5-10}{4-2} = -\frac{5}{2} = -2{,}5\ m/s$

Parte (d) $\vec{V}_{prom} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{\Delta x_3 + \Delta x_4 + \Delta x_5}{7-4} = \frac{0-5-5}{3} = -3{,}3\ m/s$

Parte (e) $\vec{V}_{prom} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 + \Delta x_5 + \Delta x_6}{8-0}$

$$= \frac{10+(-5)+0+(-5)+(-5)+5}{8} = 0$$

4. Una corredora avanza en línea recta con una velocidad promedio de +5,00 m/s durante 4,00 min, y después con una velocidad promedio de +4,00 m/s durante 3,00 min. a) ¿Cuál es su velocidad promedio durante este tiempo?

Resolución:

$\vec{V}_{prom_1} = 5\ m/s$ $\qquad$ $\vec{V}_{prom_2} = 4\ m/s$

x_1 $\quad$ $t = 4\ min$ <> $240\ s$ $\quad$ x_2 $\quad$ $t = 3\ min$ <> $180\ s$ $\quad$ x_3 $\qquad$ $t_{total} = 420\ s$

$\vec{V}_{p1} = 5 = \frac{x_2 - x_1}{240} \Rightarrow x_2 - x_1 = 1\,220\ m$

$\vec{V}_{p2} = 4 = \frac{x_3 - x_2}{180} \Rightarrow x_3 - x_2 = 720\ m$

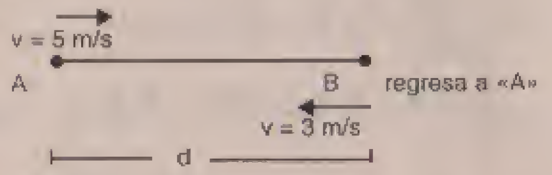
(+) $\quad x_3 - x_1 = 1\,940\ m$

Luego: $\vec{V}_{prom_{total}} = \frac{x_3 - x_1}{420} = \frac{1\,940}{420} = 4{,}62\ m/s$

5. Una persona camina del punto A al punto B a una velocidad constante de 5,0 m/s a lo largo de una línea recta, y después regresa a lo largo de la línea de B a A con una velocidad constante de 3,0 m/s. a) ¿Cuál es su rapidez promedio en el recorrido completo? b) ¿Su velocidad promedio en el recorrido completo?

5A. Una persona camina del punto A al punto B a una velocidad constante de v_1, a lo largo de una línea recta, y después regresa a lo largo de la línea de B a A con una velocidad constante de v_2 a) ¿Cuál es su rapidez promedio en el recorrido completo? b) ¿Su velocidad promedio en el recorrido completo?

Resolución:



Parte (a)

Hallando la rapidez promedio: $v = \dfrac{e}{total} = \dfrac{2d}{\dfrac{8d}{15}} = \dfrac{30\,d}{8\,d} = 3{,}75 \text{ m/s}$

$$(+)\begin{cases} t_1 = \dfrac{d}{5} \\ t_2 = \dfrac{d}{3} \end{cases} \Rightarrow \quad t_{total} = \dfrac{8d}{15}$$

Parte (b)

$$\vec{V}_{prom} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = x_F - x_I = \frac{A - A}{\Delta t} = \frac{0}{\Delta t} = 0$$

6. Una partícula se mueve de acuerdo con la ecuación $x = 10t^2$, donde x está en metros y t en segundos. a) Encuentre la velocidad promedio en el intervalo de tiempo de 2,0 s a 3,0 s. b) Determine la velocidad promedio para el intervalo de tiempo de 2,0 s a 2,1 s.

Resolución:

Parte (a)

La partícula se mueve de acuerdo a la ecuación: $x = 10t^2$

$x(2) = 40$ m

$x(3) = 90$ m $\qquad \therefore\ \vec{V}_{prom} = \dfrac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \dfrac{90-40}{3-2} = 50$ m/s

Parte (b)

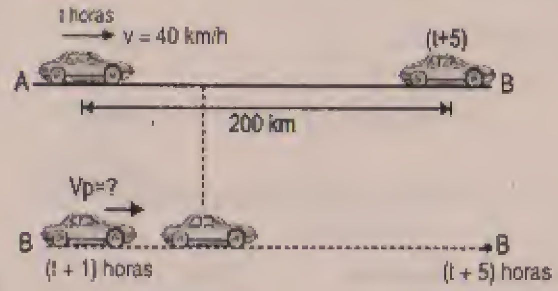
$x(2) = 40$ m $\qquad \therefore\ \vec{V}_{prom} = \dfrac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \dfrac{44{,}1-40}{2{,}1-2} = \dfrac{4{,}1}{0{,}1}$

$x(2{,}1) = 44{,}1$ m

Luego: $\qquad \vec{V}_{prom} = 41$ m/s

7. Un automóvil realiza una viaje de 200 km a una rapidez promedio de 40 km/h. Un segundo automóvil que inició el viaje 1,0 h después llega al mismo destino al mismo tiempo. ¿Cuál fue la rapidez promedio del segundo auto durante el periodo que estuvo en movimiento?

Resolución :



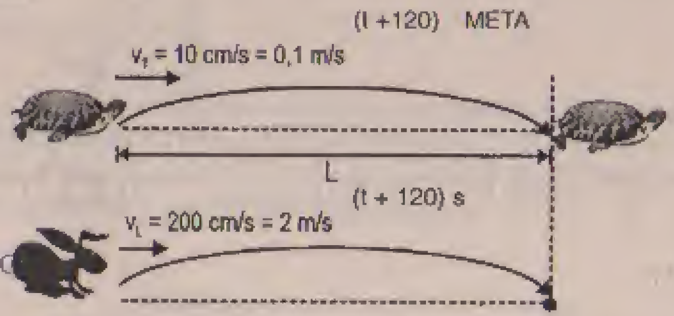
Sabemos que: $v_p = \dfrac{200}{(t+5)-t} = 40$ km/h $\quad$ Es decir empleó 5 horas

Luego: $\dfrac{200}{(t+5)-(t+1)} = 50$ km/h $= v_{promedio}$ del segundo automóvil

VELOCIDAD INSTANTÁNEA Y RAPIDEZ

8. Una rápida tortuga puede desplazarse a 10,0 cm/s, y una liebre puede correr 20 veces más rápido. En una carrera, los dos corredores inician al mismo tiempo, pero la liebre se detiene a descansar durante 2,0 min y, por ello, la tortuga gana por un caparazón (20 cm). a) ¿Qué tanto duró la carrera? b) ¿Cuál fue su longitud?

Resolución :



$X_T(t) = 0{,}1\,t$

$X_L(t) = 2\,t$

Por dato **Parte (a)**

$X_T(t + 120) - X_L(t + 120) = 0,2$ m

$0,1\ (t + 120) - 2t = 0,2$

$\Rightarrow \quad 0,1\ t + 0,1 \times 120 - 2t = 0,2$

$0,1(120) - 0,2 = 2t - 0,1\ t \qquad \therefore\ t = 6,21$ s

$\therefore$ La carrera duró: $120 + 6,21 = 126,21$ s

Parte (b)

$L = 2t = 2(126,21) = 252,42$ m

9. En la figura P2.9 se muestra la gráfica posición-tiempo de una partícula que se mueve a lo largo del eje x. a) Encuentre la velocidad promedio en el intervalo de tiempo t = 1,5 s a t = 4,0 s. b) Determine la velocidad instantánea en t = 2,0 s midiendo la pendiente de la línea tangente mostrada en la gráfica. c) ¿En cuál valor de t la velocidad es cero?

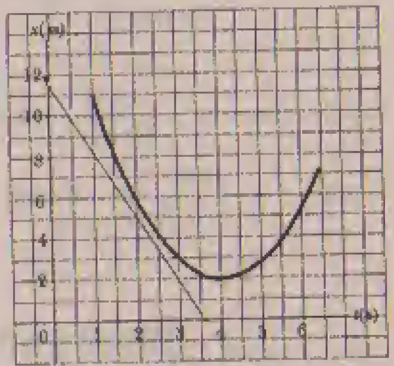
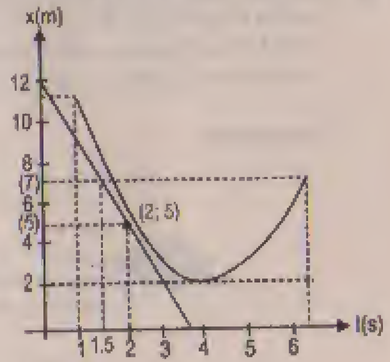


Figura P2.9

Resolución :



Parte (a)

$$\vec{V}_{prom} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{2-8}{4-1,5} = \frac{-6}{2,5} = -2,4\ m/s$$

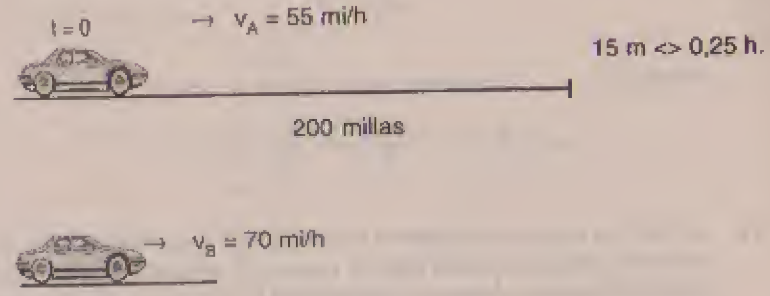
Parte (b)

$t = 2$ s : $\quad v = \dfrac{dx}{dt}$ = pendiente de la recta = $\dfrac{12-5}{0-2} = -3,5\ m/s$

Parte (c) En t = 4 s la pendiente es horizontal $\therefore\ v = 0$

10. Dos automóviles viajan en la misma dirección a lo largo de una autopista recta, uno a 55 mi/h y el otro a 70 mi/h. a) Suponiendo que empiezan en el mismo punto, ¿con qué ventaja el auto más rápido llega a un destino a 20 millas de distancia? b) ¿Qué tan rápido debe viajar el carro más veloz antes de que adelante 15 min al carro más lento?

Resolución :



Parte (a)

$X_A(t) = 55t \qquad X_B = 70t$

$70t = 200$ millas $\quad \Rightarrow \quad t = 2,86$ horas

Luego $\quad X_A = 55\ (2,86) = 157$ millas

Luego el auto B llega con una ventaja de 43 millas.

Parte (b)

$X_A\ (t) = 55t = 200 \quad \Rightarrow \quad t = 3,64$ horas

$\Rightarrow \quad X_B\ (t) = v\ .\ t \Rightarrow 200 = v\ (t - 0,25) \Rightarrow 200 = v(3,64 - 0,25)$

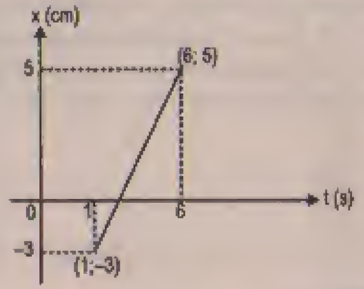
$\therefore \quad v = 59$ mi/h

11. En t = 1,0 s, una partícula que se mueve con velocidad constante se localiza en x = –3,0 m y en t = 6,0 s, la partícula se localiza en x = 5,0 m. a) Con esta información grafique la posición como función del tiempo. b) Determine la velocidad de la partícula a partir de la pendiente de esta gráfica.

Resolución :

t	1,0	6,0
x	–3,0	5,0

Parte (a)



Parte (b) Pendiente de la recta = velocidad

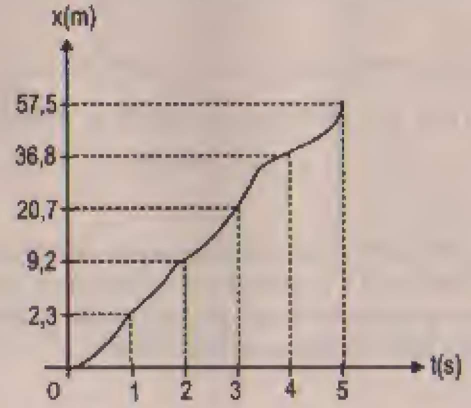
$$\Rightarrow \quad m = v = \frac{5-(-3)}{6-1} = \frac{8}{5} = 1{,}6 \ m/s$$

12. a) Con los datos del problema 1 construya una gráfica de posición contra tiempo. b) Construyendo tangentes para la curva x(t), encuentre la velocidad instantánea del auto en diferentes instantes. c) Grafique la velocidad instantánea contra el tiempo y, a partir de esto, determine la aceleración promedio del automóvil. d) ¿Cuál es la velocidad inicial del vehículo?

Resolución :

x(m)	0	2,3	9,2	20,7	36,8	57,5
t(s)	0	1,0	3,0	3,0	4,0	5,0

Parte (a)



Parte (b) $v(t) = 4{,}6\,t$; $x(t) = \frac{1}{2}at^2$

$t = 0$ $\quad \frac{dx}{dt} = v = 0 \quad \Rightarrow \quad x(1{,}0) = 2{,}3 = \frac{1}{2}a\,(1{,}0)^2$

$t = 1$ $\quad v = \frac{dx}{dt} = 4{,}6$ m/s $\quad \therefore \quad a = 4{,}6$

Luego: $\quad x(t) = 2{,}3t^2$

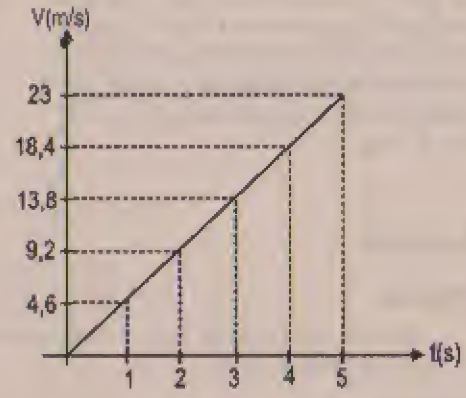
$t = 2$ $\quad v(2) = 4{,}6(2) = 9{,}2$ m/s

$t = 3$ $\quad v(3) = 4{,}6(3) = 13{,}8$ m/s

$t = 4$ $\quad v(4) = 4{,}6(4) = 18{,}4$ m/s

$t = 5$ $\quad v(5) = 4{,}6(5) = 23$ m/s

Parte (c)

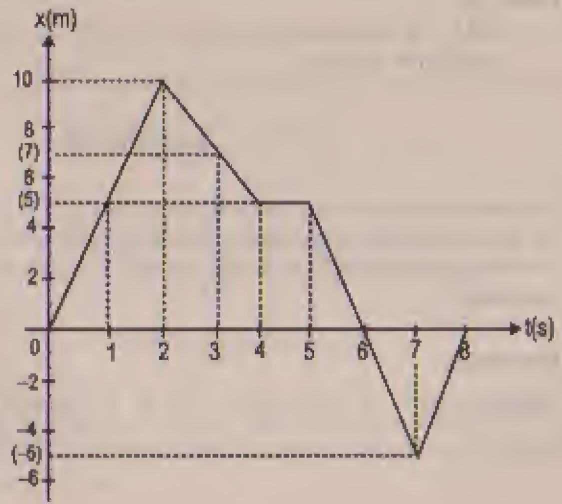


$$a_{prom} = \frac{v_f - v_i}{5-0} = \frac{23}{5} = 4{,}6 \ m/s^2$$

Parte (d) Parte del reposo $\quad V_o = 0$

13. Determine la velocidad instantánea de la partícula descrita en la figura P2.3 en los siguientes tiempos: a) t = 1,0 s, b) t = 3,0 s, c) t = 4,5 s y d) t = 7,5 s.

Resolución :



Parte (a)

$t = 1$ s

$$v = \frac{5}{1} = 5 \ m/s$$

Parte (b) $t = 3\ s$ $\quad v = \dfrac{10-5}{2-4} = \dfrac{5}{-2} = 2{,}5\ m/s$

Parte (c) $t = 4{,}5\ s$ $\quad v = \text{constante} = 0$

Parte (d) $t = 7{,}5\ s$ $\quad v = \dfrac{-5-0}{7-8} = 5\ m/s$

14. La gráfica posición-tiempo para una partícula que se mueve a lo largo del eje z se muestra en la figura P2.14. Determine si la velocidad es positiva, negativa o cero en los tiempos a) t_1, b) t_2, c) t_3 y d) t_4.

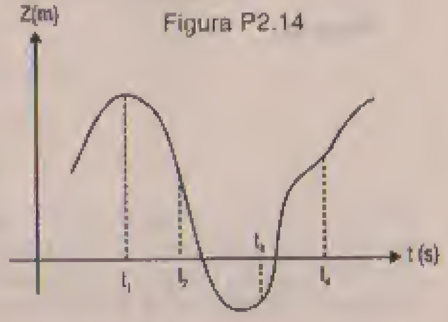


Figura P2.14

Resolución :

Parte (a)

En t_1 la velocidad es cero; puesto que la pendiente de la recta que es horizontal es igual a cero.

Parte (b)

En t_2, la velocidad es $\neq 0$, pero es negativa ya que la pendiente de la recta es < 0.

Parte (c)

En t_3, la velocidad es $\neq 0$, pero es positiva ya que la pendiente de la recta > 0.

Parte (d)

En t_4, la velocidad es igual a cero ya que la pendiente de la recta que es horizontal es cero.

ACELERACIÓN

15. Una partícula se mueve con una velocidad $v_o = 60\ m/s$ en $t = 0$. Entre $t = 0$ y $t = 15\ s$, la velocidad disminuye uniformemente hasta cero. ¿Cuál es la aceleración promedio durante este intervalo de 15 s? ¿Cuál es el significado del signo de su respuesta?

Resolución :

Sabemos que: $v_o = 60\ m/s$ en $t = 0$ y que en $t = 0 \wedge t = 15\ s$
$v_f = 0$

Entonces $\vec{a}_{prom} = \dfrac{v_f - v_i}{\Delta t} = \dfrac{0-60}{15-0} = -4\ m/s^2$

$\Rightarrow \vec{a}_{prom} = -4\ m/s^2$ quiere decir que el movimiento es retardado.

16. Un objeto se mueve a lo largo del eje x de acuerdo con la ecuación $x(t) = (3{,}0\,t^2 - 2{,}0t + 3{,}0)$ m. Determine a) la velocidad promedio entre $t = 2{,}0\ s$ y $t = 3{,}0\ s$, b) la velocidad instantánea en $t = 2{,}0\ s$ y $t = 3{,}0\ s$, y d) la aceleración instantánea en $t = 2{,}0\ s$ y $t = 3{,}0\ s$.

Resolución :

$x(t) = (-2{,}0 + 3{,}0 + 3{,}0)m$

Parte (a)

$x(2{,}0) = 3{,}0\ (2{,}0)^2 - 2{,}0(2{,}0) + 3{,}0 = 11\ m$

$x(3{,}0) = 3{,}0\ (3{,}0)^2 - 2{,}0(3{,}0) + 3{,}0 = 24{,}0\ m$

$$\Rightarrow \vec{V}_{prom} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{24{,}0-11{,}0}{3{,}0-2{,}0} = \frac{13{,}0}{1{,}0} = 13{,}0\ m/s$$

Parte (b)

$v_{inst} = \dfrac{dx(t)}{dt} = 6{,}0t - 2{,}0 \quad \Rightarrow \quad v_{inst} = 6{,}0\ (2{,}0) - 2{,}0 = 10{,}0$

En $t = 2{,}0\ s$

$v_{inst} = 6{,}0(3{,}0) - 2{,}0 = 16{,}0$

En $t = 3{,}0\ s$

Parte (d)

$a_{inst} = \dfrac{dv}{dt} = 6{,}0\ m/s^2$ Que es constante. Entonces en $t = 2\ s$ y $t = 3\ s$ la aceleración es la misma.

Parte (c)

$$\vec{a}_{prom} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{v(3)-v(2)}{3-2} = \frac{6{,}0(3)-2{,}0]-[6{,}0(2{,}0)-2{,}0]}{3{,}0-2{,}0} = \frac{16{,}0-10{,}0}{1{,}0}$$

$\therefore\ a_{prom} = 6\ m/s^2 = \text{constante}$

17. Una partícula se mueve a lo largo del eje x de acuerdo con la ecuación $x = 2{,}0t + 3{,}0t^2$, donde x está en metros y t en segundos. Calcule la velocidad instantánea y la aceleración instantánea en $t = 3{,}0\ s$.

Resolución :

$x = (3{,}0\,t^2 + 2{,}0\,t)$ m

$v_{inst} = \dfrac{dx}{dt} = (6{,}0\,t + 2{,}0)$ m/s $\Rightarrow$ $v_{inst.} = 6{,}0(3{,}0) + 2{,}0 = 20$ m/s

En t = 3 s

$a_{inst} = \dfrac{dv}{dt} = (6{,}0)$ m/s^2 $\Rightarrow$ $a_{inst.} = 6{,}0$ m/s^2 = constante

En t = 3 s

18. Una partícula que se mueve en línea recta tiene una velocidad de 8,0 m/s en t = 0. Su velocidad en t = 20 s es 20,0 m/s. a) ¿Cuál es la aceleración promedio en este intervalo de tiempo? b) ¿La velocidad promedio puede obtenerse de la información anterior? Explique.

Resolución :

$v(0) = 8{,}0$ m/s $\qquad v(20) = 20.0$ m/s

Parte (a) $\qquad a_{prom} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{20{,}0-8{,}0}{20{,}0-0{,}0} = \dfrac{12{,}0}{20{,}0} = 0{,}6\ \text{m/s}^2$

Parte (b) $\qquad$ Sabemos que: $v_{prom} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

Entonces: $\dfrac{dx}{dt} = v \Rightarrow dx = 8dt \Rightarrow \int_0^t dx = 8\int_0^t dt$

Luego: $x(t) = 8t$

En consecuencia: $x(20) = 160$ m y $x(0) = 0$ m

Luego: $v_{prom} = \dfrac{160-0}{20-0} = 8$ m/s

19. Una partícula parte del reposo y acelera como se indica en la figura P2.19. Determine a) la velocidad de la partícula en t = 10 s y en t = 20 s, y b) la distancia recorrida en los primeros 20 s.

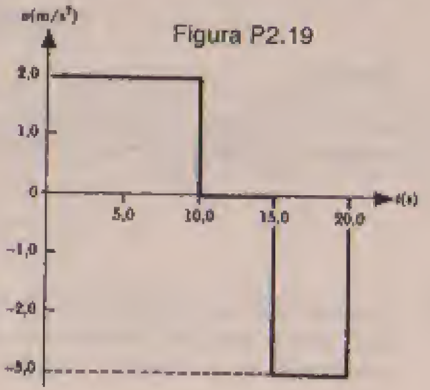


Figura P2.19

Resolución :

Parte (a)

Sabemos que: En t = 10 s la aceleración = 2,0 m/s^2 $\Rightarrow$ v(10) $\neq$ constante

En t = 20 s la aceleración = –3,0 m/s^2

Entonces: $a = \dfrac{dv}{dt} = 2 \Rightarrow \int_0^t dv = \int_0^t 2dt$

$\therefore\ v(t) = 2t \qquad$ Luego: $v(10) = 20{,}0$ m/s

Ahora: $a = \dfrac{dv}{dt} = -3 \Rightarrow \int_0^t dv = \int_0^t -3\,dt$

$\therefore\ v(t) = -3t \qquad$ Luego: $v(20) = -60$ m/s

Parte (b)

Espacio recorrido en $t = 0 \rightarrow t = 10$

$v_{prom} = v(t) = v(10) - v(0) = 20{,}0$ m/s $\wedge$ $v(0) = 0 \Rightarrow d_1 = \dfrac{(20{,}0)^2}{2(2)} = \dfrac{400}{4} = 100$ m

Espacio recorrido en $t = 10 \rightarrow t = 15$ s

Como $\qquad a = 0 \Rightarrow v = cte = 20$ m/s

Luego: $\qquad d_2 = (20)(15-10) = 100$ m

Espacio recorrido en $t = 15$ s $\rightarrow t = 20$ s

$v_{prom} = v(t) = v(15) = -45$ m/s

$v(20) = -60$ m/s

$\Rightarrow d_3 = \dfrac{v_F^{\,2} - v_i^{\,2}}{2(a)} = \dfrac{(-60)^2-(-45)^2}{2(3)} = 262{,}5$ m

Luego la distancia total recorrida será:

$D = d_1 + d_2 + d_3 = 100 + 100 + 262{,}5$

$\therefore\ D = 462{,}5$ m

20. La velocidad de una partícula como función del tiempo se muestra en la figura P2.20. En t = 0, la partícula se encuentra en x = 0. a) Grafique la aceleración como una función del tiempo. b) Determine la aceleración promedio de la partícula en el intervalo de tiempo t = 2,0 s at = 8,0 s y c) Determine la aceleración instantánea de la partícula en t = 4,0 s.

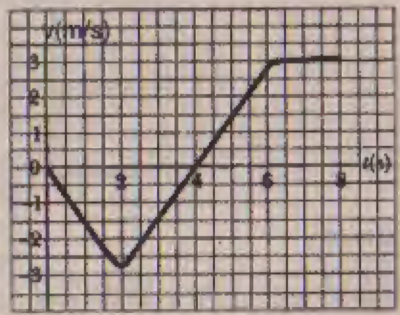
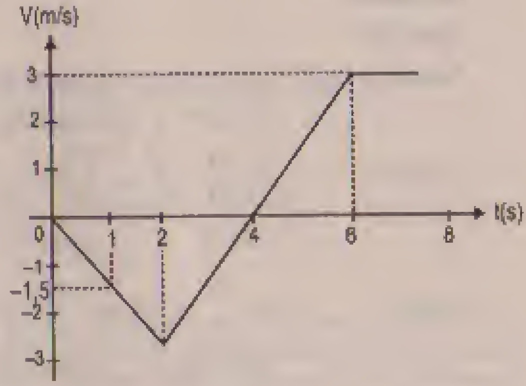


Figura P2.20

Resolución :



Hallando la ecuación de la velocidad de t = 0 a t = 2 s por la ecuación de recta:

$$\frac{v(t)-(0)}{t-0} = -1{,}5$$

$\Rightarrow \quad v(t) = (-1{,}5\ t)\ m/s$

Hallando la ecuación de la velocidad desde t = 2 a t = 6

$$\frac{v_1(t)-3}{t-6} = \frac{3}{2} = v_1(t) = \left(\frac{3}{2}t-6\right)\ m/s$$

Hallando la ecuación de la velocidad desde t = 6 a t = 8, como la recta es horizontal entonces v = cte = 3 m/s.

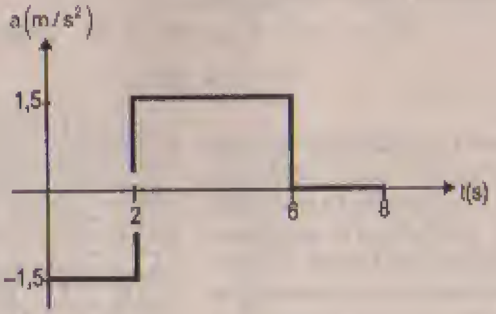
En consecuencia:

En t = 0 $\rightarrow$ t = 2 $\quad a = \frac{dv}{dt} = -1{,}5\ m/s^2$

En t = 2 $\rightarrow$ t = 6 $\quad a = \frac{dv}{dt} = \frac{3}{2} = 1{,}5\ m/s^2$

En t = 6 $\rightarrow$ t = 8 $\quad a = \frac{dv}{dt} = 0$

Parte (a)



Parte (b)

$$a_{prom} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(8)-v(2)}{8-2} = \frac{3-(-3)}{6} = \frac{6}{6} = 1\ m/s^2 = 1\ m/s^2$$

Parte (c)

$$a_{INST.} = \frac{dv}{dt} = 1{,}5\ m/s^2$$

t = 40 s

21. Una partícula se mueve a lo largo del eje x según la ecuación x = 2,0 + 3,0 t – 1,0 t, donde x está en metros y t en segundos. En t = 3,0 s, encuentre a) la posición de la partícula, b) su velocidad y c) su aceleración.

Resolución :

$$x = (2{,}0 + 3{,}0\ t - 1{,}0\ t^2)\ m$$

Parte (a)

$t(3\ s) \Rightarrow x(3{,}0) = (-1{,}0)(3{,}0)^2 + (3{,}0)(3{,}0) + 2{,}0$

$\therefore \quad x(3) = 2{,}0\ m$

Parte (b)

$v(t) = \frac{dx}{dt} = -2{,}0t + 3{,}0 \quad \Rightarrow \quad V(3) = -2{,}0(3{,}0) + 3{,}0$

$\therefore \quad V(3) = -3{,}0\ m/s$

Parte (c)

$a(t) = \frac{dv}{dt} = (-2{,}0)\ m/s^2 \quad \Rightarrow \quad a(3) = -2{,}0\ m/s^2$

22. Un estudiante maneja su convertible a lo largo de un camino recto, como se describe en la gráfica velocidad-tiempo de la figura P2.22. Dibuje esta gráfica en la parte media de una hoja de papel gráfico. a) Sobre esta gráfica dibuje una gráfica de la posición contra el tiempo, alineando las coordenadas de tiempo de las dos gráficas. b) Dibuje una gráfica de la aceleración contra tiempo directamente debajo de la gráfica v-t, alineando de nuevo las coordenadas de tiempo. Sobre cada gráfica muestre los valores numéricos de x y a para todos los puntos de inflexión. c) ¿Cuál es la aceleración en t = 6 s? d) Determine la posición (relativa al punto de inicio) en t = 6 s. e) ¿Cuál es la posición final del convertible en t = 9 s?

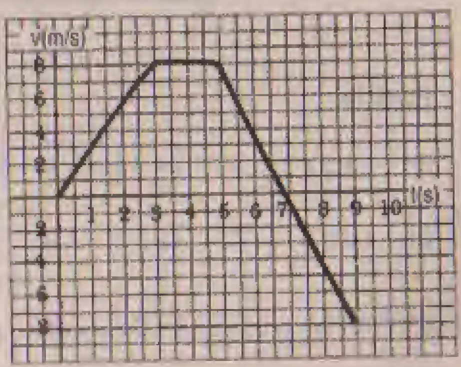


Figura P2.22

Resolución :

* Hallando la ecuación de la velocidad en t = 0 → t = 3 s

$$\frac{v(t)-0}{t-0}=\frac{8}{3} \Rightarrow v(t)=\frac{8}{3}t \text{ m/s}$$

* Hallando la ecuación de la velocidad en t = 3 s → t = 5 s, como la recta es horizontal
$\Rightarrow$ v(t) = constante = 8 m/s

* Hallando la ecuación de la velocidad en t = 5 s → t = 9 s

$$\frac{v_1(t)-8}{t-5}=\frac{-8}{2} \Rightarrow v_1(t)=-4t+28 \text{ m/s}$$

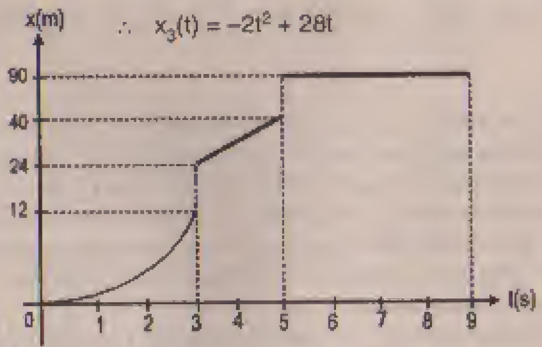
Parte (a)

t = 0 → t = 3 s $\quad \frac{dx_1(t)}{dt}=\frac{8}{3}t \Rightarrow x_1(t)=\frac{4}{3}t^2$

t = 3 s → t = 5 s $\quad \frac{dx_2}{dt}=8 \Rightarrow \int_0^t dx_2=\int_0^t 8\,dt \quad \therefore x_2(t)=8t$

t = 5 s → t = 9 s $\quad \frac{dx_3}{dt}=-4t+28 \Rightarrow \int_0^t dx_3=-\int_0^t 4t\,dt+\int_0^t 28\,dt$

$\therefore x_3(t)=-2t^2+28t$

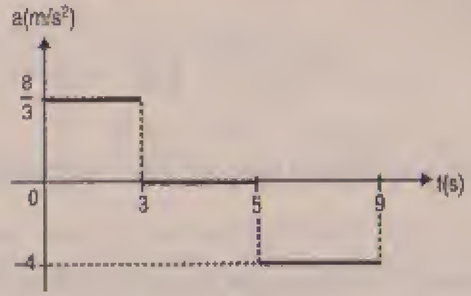


Parte (b)

En t = 0 s → t = 3 s $\Rightarrow a=\frac{dv}{dt}=\frac{8}{3}\text{ m/s}^2$

En t = 3 s → t = 5 s $\Rightarrow a=\frac{dv}{dt}=0$

En t = 5 s → t = 9 s $\Rightarrow a=\frac{dv}{dt}=-4\text{ m/s}^2$



Parte (c)
La aceleración en t = 6 s es: $a=-4\text{ m/s}^2$

Parte (d)
La posición en t = 6 s es: X3 (6) = $-2(6)^2+28(6)=96$ m

Parte (e)
La posición final en t = 9 s es: X3 (9) = $-2(9)^2+28(9)=90$ m

23. La figura P2.23 muestra una gráfica de v contra t para el movimiento de una motociclista desde que parte del reposo y se mueve a lo largo de un camino en línea recta. a) Encuentre la aceleración promedio para el intervalo de tiempo $t_o=0$ a $t_1=6{,}0$ s. b) Calcule el tiempo en el cual la aceleración tiene su valor positivo mayor y el valor de la aceleración en este instante. c) ¿Cuándo es cero la aceleración? d) Calcule el máximo valor negativo de la aceleración y el tiempo en el que ocurre.

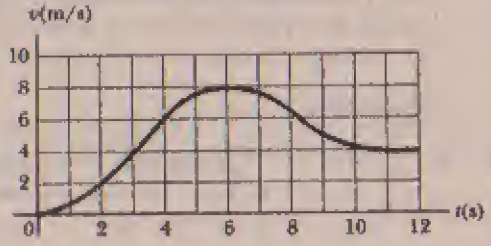
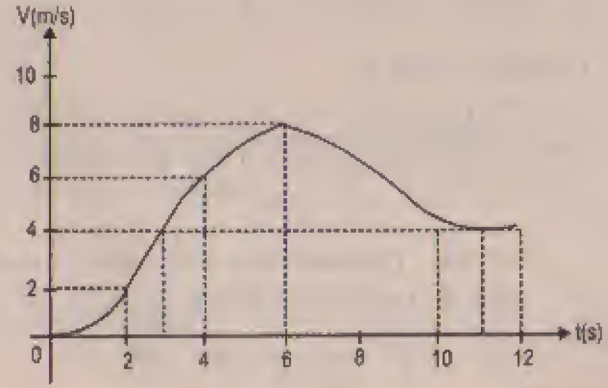


Figura P2.23

Resolución :



Parte (a)

$$a_{prom} = \frac{v(6)-v(0)}{6-0} = \frac{8-0}{6-0} = 1{,}3\ m/s^2$$

Parte (b)
El tiempo en el cual la aceleración tiene el mayor valor positivo es en t = 3 s y vale 2,2 m/s^2.

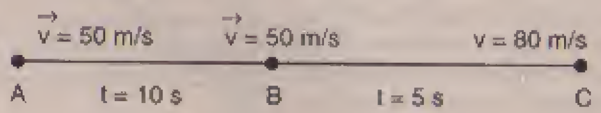
Parte (c)
La aceleración es cero en t = 6 s ya que la pendiente de la recta trazada a la curva es horizontal y vale cero y en t = 11 s también lo es.

Parte (d)
El máximo valor negativo de la aceleración está dada en t = 8,2 s y vale –2 m/s^2.

MOVIMIENTO UNIDIMENSIONAL CON ACELERACIÓN CONSTANTE

24. Una partícula viaja en la dirección x positiva durante 10 s a una velocidad constante de 50 m/s. Luego acelera de manera uniforme hasta una velocidad de 80 m/s en los siguientes 5 s. Encuentre a) la aceleración promedio de la partícula en los primeros 10 s, b) su aceleración promedio en el intervalo t = 10 s a t = 15 s, c) el desplazamiento total de la partícula entre t = 0 y t = 15 s, y d) su velocidad promedio en el intervalo t = 10 s a t = 15 s.

Resolución :



Parte (a)

$$a_{prom} = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A} = \frac{50-50}{10} = 0 \qquad \text{ya que } v = \text{constante}$$

Parte (b)

$t = 10\ s \rightarrow t = 15\ s$

$$a_{prom} = \frac{v(15)-v(10)}{15-10} = \frac{v_C - v_B}{5} = \frac{80-50}{5}$$

$$\therefore\ a_{prom} = 6\ m/s^2$$

Parte (c)

$t = 0\ s \quad \rightarrow \quad t = 15\ s \qquad$ Desplazamiento total = x(0 – 10) + x(10 – 15)

$\Rightarrow \quad x(0 - 10\ s) = (50)(10) = 500\ m$

$$x(10 - 15\ s) = 50(5) + \frac{1}{2}(6)(5)^2 = 325\ m$$

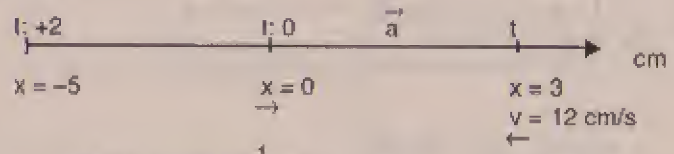
Luego $\qquad D_{total} = 500 + 325 = 825\ m$

Parte (d)

$$v_{prom} = \frac{x(15)-x(10)}{15-10} = \frac{825-500}{5} = 65\ m/s$$

25. Un cuerpo que se mueve con aceleración uniforme tiene una velocidad de 12,0 cm/s cuando su coordenada x es 3,0 cm. Si su coordenada es 2,00 s después de 2,05 – 5,0 cm, ¿cuál es la magnitud de su aceleración?

Resolución :



$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a.t^2$$

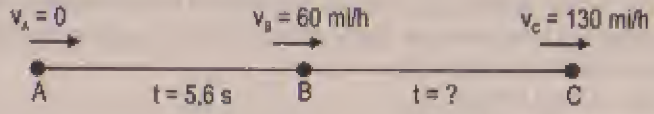
$$x(2) = -5\ cm = 3 + 12(2) + \left(\frac{1}{2}\right)(-a)(2)^2$$

$$\Rightarrow \quad -8 = 24 - 2a \quad \Rightarrow \quad 32 = 2a$$

$$\therefore\ |a| = 16\ cm/s^2$$

26. El nuevo BMW M3 puede acelerar de 0 a 60 mi/h en 5,6 s. a) ¿Cuál es la aceleración resultante en m/s^2? b) ¿Cuánto tardaría el BMW para pasar de 60 mi/h a 130 mi/h a esta tasa?

Resolución :



1 milla = 1 850 m

Parte (a)

$$a = \frac{v_f - v_i}{t} = \frac{v_B - v_A}{5{,}6\ s} = \frac{60}{5{,}6} = 60\ \frac{mi}{h} \times \frac{1\ 850\ m}{1\ mi} \times \frac{1\ h}{3\ 600\ s} \times \frac{1}{5{,}6\ s}$$

$$\therefore\ a = 5{,}5\ m/s^2$$

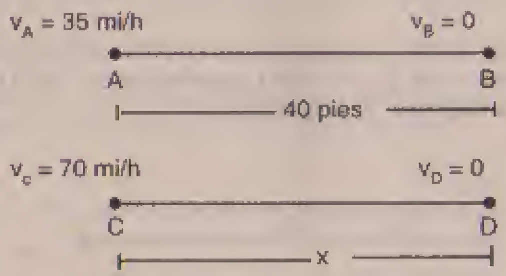
Parte (b)

$$t = \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{v_C - v_B}{a} = \frac{130-60}{5{,}5} = 70\ \frac{mi}{h} \times \frac{1\ h}{3\ 600\ s} \times \frac{1\ 850\ m}{1\ mi} \times \frac{1}{5{,}5\ m/s^2}$$

$$\therefore\ t = 6{,}5\ s$$

27. La distancia mínima necesaria para detener un auto que se mueve a 35 mi/h es 40 pies. ¿Cuál es la distancia de frenado mínima para el mismo auto pero que ahora se mueve a 70 mi/h, y con la misma tasa de aceleración?

Resolución :



$$a = \frac{v_B^2 - v_A^2}{-2(d)} = \frac{v_A^2}{2d} = \frac{(35\ \text{mi})^2}{80\ \text{pies}} \qquad \ldots(1)$$

Entonces:

$$CD = x = \frac{v_C^2}{2(a)} = \frac{\left(79\ \frac{m}{h}\right)^2}{\frac{2(35)(35)}{80\ \text{pies}}\frac{m^2}{h^2}} = 160\ \text{pies}$$

$$\therefore \quad x = 160\ \text{pies}$$

28. La figura P2.28 representa parte de la información de desempeño del auto que posee un orgulloso estudiante de física. a) A partir de la gráfica calcule la distancia total recorrida. b) ¿Cuál es la distancia que el auto recorre entre los tiempos t = 10 s y t = 40 s? c) Dibuje una gráfica de su aceleración contra tiempo entre t = 0 y t = 50 s. d) Escriba una ecuación para x como una función del tiempo para cada fase del movimiento, representado por i) ab, ii) bc, iii) cd. e) ¿Cuál es la velocidad promedio del auto entre t = 0 y t = 50 s?

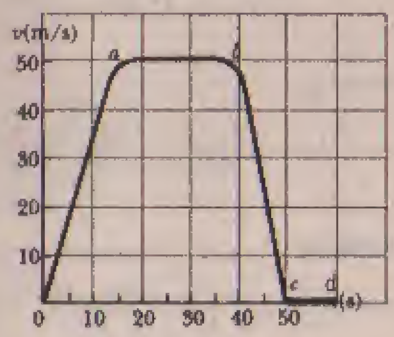
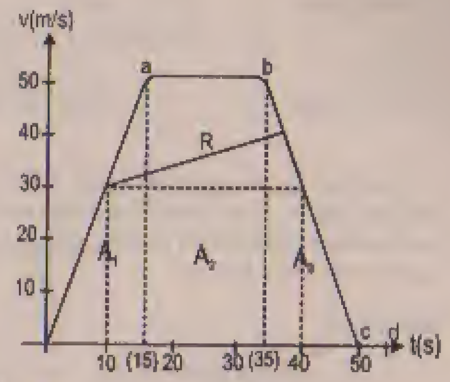


Figura P2.28

Resolución :

Parte (a)

Distancia total recorrida es la suma de las áreas del gráfico es decir:



$A_1 + A_2 + A_3$

$$A_1 = \frac{15 \times 50}{2} = 375\ \text{m}$$

$$A_2 = 50 \times (35 - 15) = 50(20) = 1\,000\ \text{m}$$

$$A_3 = \frac{50 \times (50-35)}{2} = \frac{50(15)}{2} = 375\ \text{m}$$

$$\therefore \quad D_{total} = A_1 + A_2 + A_3 = 1\,000 + 375(2) = 1\,750\ \text{m}$$

Parte (b)

t = 10 $\qquad D_{total} = (40 - 10)(30) = 900\ \text{m} + A_{trapecio}$

a t = 40 s $\qquad A_{trapecio} = R = \dfrac{[(30)+(20)](20)}{2} = 500\ \text{m}$

$$\therefore \quad D_{total} = 900 + 500 = 1\,400\ \text{m}$$

Parte (c)

Hallando las posiciones en cada intervalo de tiempo.
Sabemos:

$t \to 0 \ \to \ t = 15$ s

$$\frac{v(t)-0}{t-0} = 3 \ \Rightarrow \ v(t) = 3t\ \text{m/s}$$

29. La velocidad inicial de un cuerpo es 5,20 m/s. ¿Cuál es su velocidad después de 2,50 s si acelera uniformemente a a) 3,00 m/s² y b) a = –3,00 m/s²?

Resolución :

Parte (a)

v_o = 5,20 m/s

v_f = ? $\qquad \Rightarrow \qquad v_f = v_o + a\,.\,t$

t = 2,5 s $\qquad \Rightarrow \qquad v_f = (5{,}20) + (2{,}5)(3{,}0)$

a = 3,00 m/s² $\qquad$ Luego: $v_f = 12{,}7$ m/s

Parte (b)

$v_o = 5{,}20$ m/s $\Rightarrow$ $v_f = v_o - a.t$

$v_f = ?$ $\Rightarrow$ $v_f = (5{,}20) + (-3{,}00)(2{,}5)$

$t = 2{,}5$ s

$a = -3{,}00$ m/s^2 $\therefore$ $v_f = -2{,}3$ m/s

30. Un disco de *hockey* que se desliza sobre un lago congelado se detiene después de recorrer 200 m. Si su velocidad inicial es 3,00 m/s, a) ¿cuál es su aceleración si ésta se supone constante, b) cuánto dura su movimiento y c) cuál es su velocidad después de recorrer 150 m?

Resolución:

Parte (a)

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad \quad \Rightarrow \quad -2ad = v_i^2$$

$$\therefore \quad \vec{a} = \frac{v_i^2}{2d} = \frac{(3{,}00)^2}{2(200)} = -0{,}023 \text{ m/s}^2$$

Parte (b)

$$v_f = v_i - a.t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_i}{|a|} = \frac{3{,}00}{0{,}023} = 130{,}4 \text{ s}$$

Parte (c)

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad \quad \Rightarrow \quad v_f^2 = (3{,}00)^2 - 2(0{,}023)(150)$$

$$\therefore \quad v_f = \sqrt{2{,}1} \text{ m/s}$$

$$\therefore \quad v_f = 1{,}45 \text{ m/s}$$

$t = 15$ s $\to$ $t = 35$ s $\quad v(t) = 50$ m/s

$$t = 35 \text{ s} \to t = 50 \text{ s} \qquad \frac{v(t)-50}{-35} = -3 \Rightarrow v(t) = -3t + 105 + 50$$

$$\therefore \quad v(t) = -3t + 155 \text{ m/s}$$

Luego:

$x_1(t)$ en $t = 0 \to t = 15$ s

$$\frac{d x_1}{dt} = v = 3t \quad \Rightarrow \quad \int_0^t dx_1 = \int_0^t 3t\, dt$$

$$\therefore \quad x_1(t) = \frac{3t^2}{2} \text{m}$$

$x_2(t)$ en $t = 15$ s $\to t = 35$ s

$$\frac{d x_2}{dt} = v = 50 \quad \Rightarrow \quad \int_0^t dx_2 = \int_0^t 50\, dt$$

$$\therefore \quad x_2(t) = 50t$$

$x_3(t)$ en $t = 35$ s $\to$ $t = 50$ s

$$\frac{d x_3}{dt} = v = -3t + 155 \quad \Rightarrow \quad \int_0^t dx_3 = -\int_0^t 3t\, dt + \int_0^t 155\, dt$$

$$\therefore \quad x_3(t) = \frac{-3t^2}{2} + 155t \text{ m}$$

Parte (d)

$$v_{prom} = \frac{x_{(50)} - x_{(0)}}{50-0} = \frac{\left[\frac{-3(50)^2}{2} + 155(50)\right] - [0]}{50}$$

$$\therefore \quad v_{prom} = 80 \text{ m/s}$$

31. Un jet aterriza con una velocidad de 100 m/s y puede acelerar a una tasa máxima de $-5{,}0$ m/s^2 cuando se va a detener. a) A partir del instante en que toca la pista de aterrizaje, ¿cuál es el tiempo mínimo necesario antes de que se detenga? b) ¿Este avión puede aterrizar en un pequeño aeropuerto donde la pista tiene 0,80 km de largo?

Resolución:

Parte (a)

$$v_f = v_i - at \quad \Rightarrow \quad a = 100 - 5t \quad \therefore \quad t = 20 \text{ s}$$

Parte (b)

$$v_f^2 = v_i^2 - 2a\, d_{max} \quad \Rightarrow \quad d_{max} = \frac{100 \times 100}{2{,}5}$$

$$\therefore \quad d_{max} = 1\,000 \text{ m} = 1 \text{ km}$$

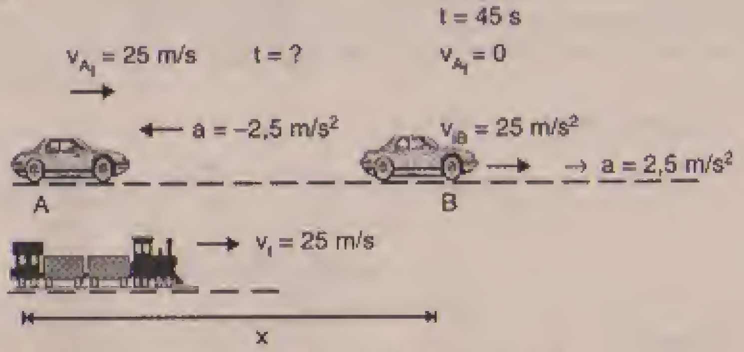
$\therefore$ No puede aterrizar ya que para poder detenerse necesita un espacio de 1 km.

32. Un auto y un tren se mueven al mismo tiempo a lo largo de trayectorias paralelas a 25,0 m/s. Debido a una luz roja el auto experimenta una aceleración uniforme de $-2{,}50\ m/s^2$ y se detiene. Permanece en reposo durante 45,0 s, después acelera hasta una velocidad de 25,0 m/s a una tasa de $2{,}50\ m/s^2$. ¿A qué distancia del tren está el auto cuando alcanza la velocidad de 25,0 m/s, suponiendo que la velocidad del tren se ha mantenido en 25,0 m/s?

Resolución :

AUTO:

TREN:



$$v_{fA} = v_{iA} - at \quad \Rightarrow \quad a = 25 - 2{,}5\,t \quad \therefore \quad t = 10\ s$$

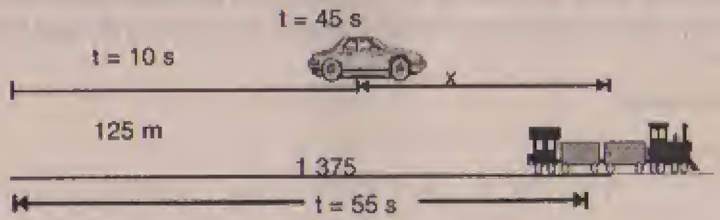
El tren en 10 s recorrerá: $d_T = 25 \times 10 = 250\ m$

Mientras que el auto ha recorrido: $d_c = \dfrac{v_{A_i}^2}{2(a)} = \dfrac{25 \times 25}{2\dfrac{(5)}{2}} = 125\ m$

Entonces el tren recorrerá en t = 55 s:

$$d_T = 55 \times 25 = 1\,375\ m$$

Luego:

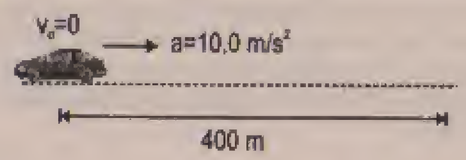


$$\therefore \quad x = 1\,375\ m - 125\ m = 1\,250\ m$$

El auto estará a 1 250 m del tren cuando vuelva a tener 25 m/s.

33. Una piloto de arrancones inicia la marcha de su vehículo desde el reposo y acelera a $10{,}0\ m/s^2$ durante una distancia total de 400 m (1/4 de milla). a) ¿Cuánto tiempo tarda el carro en recorrer esta distancia? b) ¿Cuál es su velocidad al final del recorrido?

Resolución :



Parte (a): $400 = \dfrac{1}{2}(a)\,t^2 \Rightarrow t^2 = \dfrac{800}{10} = 80$

$$\therefore \quad t = \sqrt{80} = 8{,}94\ s$$

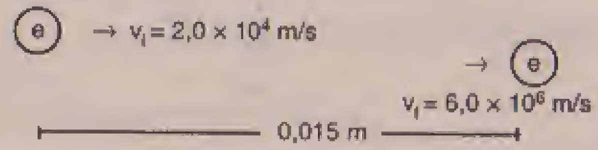
Parte (b)

$v_f^2 = v_i^2 + 2(a)d \Rightarrow v_f^2 = 0 + 2(10)(400)$

$$\therefore \quad v_f = \sqrt{8\,000} = 89{,}4\ m/s$$

34. Un electrón en un tubo de rayos catódicos (TRC) acelera de $2{,}0 \times 10^4$ m/s hasta $6{,}0 \times 10^6$ m/s en 1,5 cm. a) ¿Cuánto tiempo tarda el electrón en recorrer esta distancia? b) ¿Cuál es su aceleración?

Resolución :



Parte (a): $v_f = v_i + a.t \quad \ldots (3)$

$$0{,}015 = 2{,}0 \times 10^4 t + \frac{1}{2} a \,.\, t^2 \quad \ldots (1)$$

$$(6{,}0 \times 10^6)^2 = (2{,}0 \times 10^4)^2 + 2a(0{,}015)$$

$$\therefore \quad a = 1{,}2 \times 10^{15}\ m/s^2 \ \ldots (2)$$

(2) en (1): $15 \times 10^{-3} = 2{,}0 \times 10^4\, t + 6.10^{14} t^2$

$$\Rightarrow \quad 6{,}10^{14}\,.t^2 + 2{,}0 \times 10^4\, t - 15.10^{-3} = 0$$

Reemplazando (2) en (3):

$$6{,}0 \times 10^6 = 2{,}0 \times 10^4 + 1{,}2 \times 10^{15} t$$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{6{,}0 \times 10^6 - 2{,}0 \times 10^4}{1{,}2 \times 10^{15}} \approx \frac{3{,}0 \times 10^6}{1{,}2 \times 10^{15}}$$

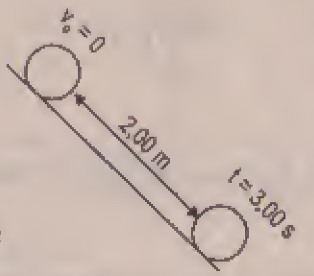
Luego: $t = 25 \times 10^{-10}\ s$

Parte (b):

De (2) $\quad a = 1{,}2 \times 10^{15}\ m/s^2$

35. Una partícula parte desde el reposo de la parte superior de un plano inclinado y se desliza hacia abajo con aceleración constante. El plano inclinado tiene 2.00 m de largo, y la partícula tarde 3,00 s en alcanzar la parte inferior. Determine a) la aceleración de la partícula, b) su velocidad en la parte inferior de la pendiente, c) el tiempo que tarda la partícula en alcanzar el punto medio del plano inclinado, y d) su velocidad en el punto medio.

Resolución :



Parte (a)

$$2,00 = \frac{1}{2}(a)(3,00)^2$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{4,00}{9,00} = 0.4 \text{ m/s}^2$$

Parte (b)

$$v_f = v_i + a.t \Rightarrow v_f = (0,4)(3,00) = 1,2 \text{ m/s}$$

Parte (c)

$$1,00 = \frac{1}{2}(a).t_m^2 \Rightarrow t_m^2 = \frac{2}{0,4} = \sqrt{5}$$

$$\therefore \; t_m = 2,24 \text{ s}$$

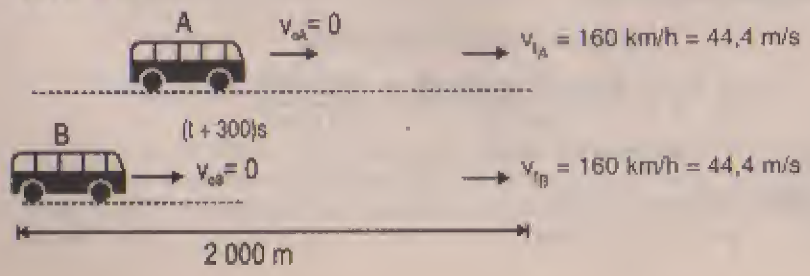
Parte (d)

$$v_f = 0 + (0,4)(2,24) \qquad \therefore \; v_f = 0,896 \text{ m/s}$$

En el punto medio

36. Dos trenes expresos inician su recorrido con una diferencia de 5 min. A partir del reposo cada uno es capaz de alcanzar una velocidad máxima de 160 km/h después de acelerar uniformemente en una distancia de 2.0 km. a) ¿Cuál es la aceleración de cada tren? b) ¿A qué distancia está el primer tren cuando el segundo inicia su trayecto? c) ¿Qué tan separados se encuentran cuando ambos viajan a máxima velocidad?

Resolución :



Parte (a)

$$2\,000 = \frac{1}{2}a_A t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{4\,000}{a_A} \qquad \text{... (1)}$$

$$2\,000 = \frac{1}{2}a_B (t + 300)^2 \Rightarrow (t + 800)^2 = \frac{4\,000}{a_B} \qquad \text{... (2)}$$

Hallando a_A:

$$v_f^2 = v_i^2 + a_A\,(d) \Rightarrow \quad a_A = \frac{(44,4)^2}{2(2\,000)} = 0,49 \text{ m/s}^2 \qquad \text{... (3)}$$

Hallando a_B:

(3) en (1):

$$t^2 = \frac{4\,000}{0,49} \Rightarrow t_A = 90,4 \text{ s}$$

$$t_B^2 = (t + 300)^2 = \frac{4\,000}{a_B} \Rightarrow a_B = \frac{4\,000}{(390,4)^2} = 0,026 \text{ m/s}^2$$

Parte (b)

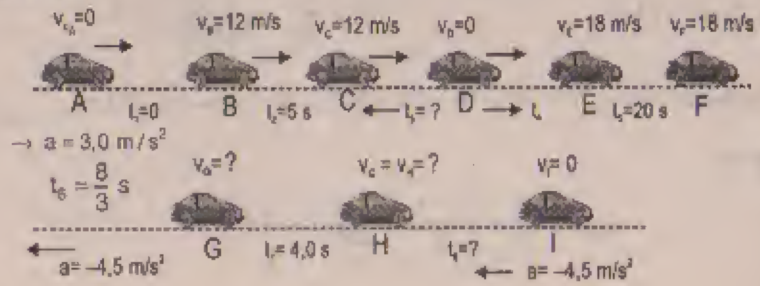
$$d_A = \frac{1}{2}(0,49)(300)^2 = 22\,050 \text{ m} = 22,05 \text{ km}$$

A estará a 22,05 km después que B inicia su movimiento.

Parte (c)
Se encuentran separados 22 050 m.

37. Un adolescente tiene un auto que acelera a 3,0 m/s² y desacelera a –4,5 m/s². En un viaje a la tienda, acelera desde el reposo hasta 12 m/s, maneja a velocidad constante durante 5,0 s y luego se detiene momentáneamente en la esquina. Acelera después hasta 18 m/s, maneja a velocidad constante durante 20 s, desacelera durante 8/3 s, continúa durante 4,0 s a esta velocidad y después se detiene. a) ¿Cuánto dura el recorrido? b) ¿Qué distancia se recorre? c) ¿Cuál es la velocidad promedio del viaje? d) ¿Cuánto tardaría si caminara a la tienda y regresara de ese mismo modo a 1,5 m/s?

Resolución :



Parte (a)

Tiempo total = $t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6 + t_7 + t_8$

$t_1 = \dfrac{v_B - v_{0A}}{a} = \dfrac{12}{3} = 4\,s$; $t_2 = 5\,s$ (dato)

$t_3 = \dfrac{v_D - v_C}{-a} = \dfrac{0-12}{-4,5} = 2,7\,s$; $t_4 = \dfrac{v_E - v_D}{a} = \dfrac{18-0}{3} = 6\,s$

$t_5 = 20\,s$ (dato) ; $t_6 = \dfrac{8\,s}{3}$ (dato)

$t_7 = 4,0\,s$ (dato) ; $t_8 = ?$

Sabemos que $t_6 = \dfrac{8}{3} = \dfrac{v_G - v_F}{-a} = \dfrac{v_G - 18}{-4,5} = \dfrac{8}{3}$ $\therefore$ $v_6 = 6\,m/s$

$$t_8 = \frac{v_I - v_G}{-4,5} = \frac{0-6}{-4,5} = 1,3\,s$$

Luego

$$t_{total} = \sum_{i=1}^{8} t_i = 1,3 + 4 + 2,7 + 5 + 6 + 20 + 2,7 + 4,0 = 45,7\,s$$

Parte (b)

Distancia total = AB + BC + CD + DE + EF + FG + GH + HI

$AB = \dfrac{v_B^2}{2a} = \dfrac{12\times12}{2(3)} = 24\,m$; $BC = 12 \times 5 = 60\,m$

$CD = \dfrac{v_C^2}{2a} = \dfrac{12\times12}{2(4,5)} = 16\,m$; $DE = \dfrac{v_E^2}{2a} = \dfrac{18\times18}{2\times3} = 54\,m$

$EF = 18 \times 20 = 360\,m$; $FG = \dfrac{v_F^2 - v_G^2}{2a} = \dfrac{18\times18 - 6\times6}{2(4,5)} = 32\,m$

$GH = 6 \times 4 = 24\,m$; $HI = \dfrac{v_H^2}{2a} = \dfrac{6\times6}{2(4,5)} = 4\,m$

$\therefore$ Distancia total = 24 + 60 + 16 + 54 + 360 + 32 + 24 + 4 = 574 m

Parte (c)

$$v_{prom} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_8 - x_1}{\Delta t} = \frac{574}{45,7} = 12,6\,m/s$$

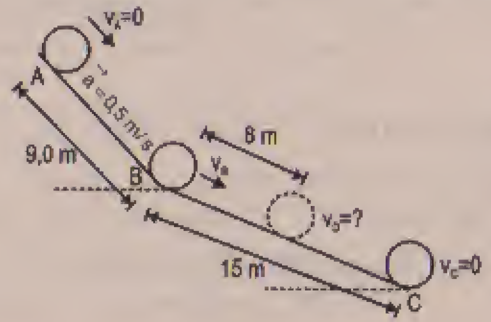
Parte (d)

$574 = (1,5)(t) \Rightarrow t_{ida} = 382,7\,s$

$\therefore$ Tardaría en ir y regresar = $2\,t_{ida} = 765,3\,s$

38. Una pelota acelera a 0,5 m/s² mientras se mueve hacia abajo en un plano inclinado de 9,0 m de largo. Cuando alcanza la parte inferior, la pelota rueda por otro plano, donde, después de moverse 15 m, se detiene. a) ¿Cuál es la velocidad de la pelota en la parte inferior del primer plano? b) ¿Cuánto tarda en rodar por el primer plano? c) ¿Cuál es la aceleración a lo largo del segundo plano? d) ¿Cuál es la velocidad de la pelota 8,0 m a lo largo del segundo plano?

Resolución :



Parte (a)

$$v_B^2 = v_A^2 + 2(a)(d) \Rightarrow v_B = \sqrt{2ad} = \sqrt{2(1/2)(9)}$$

$$\therefore\ v_B = 3\,m/s$$

Parte (b)

$$v_B = v_A + at \Rightarrow t = \frac{v_B}{a} = \frac{3}{0,5} = 6\,s$$

Parte (c)

$$v_C^2 = v_B^2 + 2(a)(d) \Rightarrow a = -\frac{v_B^2}{2(d)} = -\frac{6\times6}{2(15)} = -1,2$$

$$\therefore\ \vec{a} = -1,2\,m/s^2$$

Parte (d)

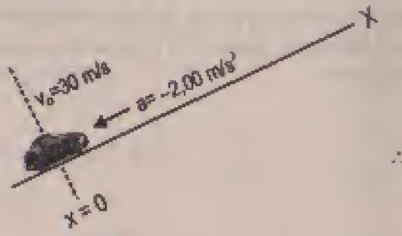
$$v_D^2 = v_B^2 - 2a(d)$$

$$\Rightarrow v_D^2 = 6,6 - 2(1,2)(8)$$

$$\therefore\ v_D = \sqrt{16,8} = 4,09\,m/s$$

39. Un automóvil que se mueve a una velocidad constante de 30,0 m/s pierde velocidad repentinamente en el pie de una colina. El auto experimenta una aceleración constante de $-2{,}00$ m/s^2 (opuesta a su movimiento) mientras efectúa el ascenso. a) Escriba ecuaciones para la posición y la velocidad como funciones del tiempo, considerando x = 0 en la parte inferior de la colina, donde $v_o = 30{,}0$ m/s. b) Determine la distancia máxima recorrida por el auto después de que pierde velocidad.

Resolución:



$$X(t) = x_o + v_{ox}t + \frac{1}{2}at^2$$

$$X(t) = 30t + \frac{1}{2}(-2)t^2$$

$$\therefore \quad X(t) = (30t - t^2)\ \text{m}$$

Luego: $v(t) = \dfrac{dx}{dt} = (30 - 2t)$ m/s

Parte (b)

$v_f(t) = 0 \Rightarrow 30 - 2t = 0 \qquad \therefore\ t = 15$ s

Luego $\quad D_{máx} = x(t)_{máx} = x(15) = 30(15) - (15)^2$

$$\therefore\ x(t)_{máx} = 225\ \text{m}$$

40. Un electrón tiene una velocidad inicial de $3{,}0 \times 10^5$ m/s. Si experimenta una aceleración de $8{,}0 \times 10^{14}$ m/s^2, a) ¿cuánto tardará en alcanzar una velocidad de $5{,}4 \times 10^5$ m/s, y b) qué distancia recorre en este tiempo?

Resolución:

$v_o = 3 \times 10^5$ m/s $\qquad v_f = 5{,}4 \times 10^5$ m/s

$t = ?$ $\qquad \vec{a} = 8{,}0 \times 10^{14}$ m/s^2

Parte (a)

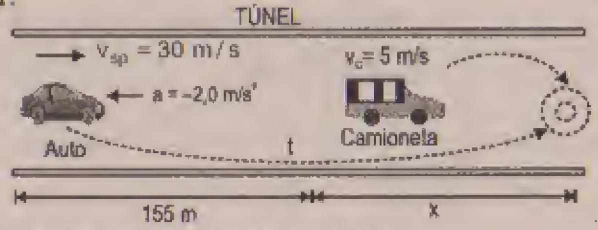
$$v_f = v_o + at \Rightarrow \quad t = \frac{5{,}4\times10^5 - 3{,}0\times10^5}{8{,}0\times10^{14}} = 3{,}0 \times 10^{-10}\ \text{s}$$

Parte (b)

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad \quad \Rightarrow \quad d = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a} = \frac{(5{,}4-3{,}0)^2\times10^{10}}{2\times8{,}0\times10^{14}} = 3{,}6 \times 10^{-8}\ \text{m}$$

41. Speedy Sue manejando a 30 m/s entra en un túnel de un solo carril. Después observa una camioneta que se mueve despacio 155 m adelante viajando a 5,0 m/s. Sue aplica sus frenos pero puede desacelerar sólo a 2,0 m/s^2, debido a que el camino está húmedo. ¿Chocará? Si es así, determine a qué distancia dentro del túnel y en qué tiempo ocurre el choque. Si no, determine la distancia de máximo acercamiento entre el auto de Sue y la camioneta.

Resolución:



- Supongamos que se produce la colisión:

$$\Rightarrow \quad 155 + x = \frac{V_{sp}^2}{2(a)} = \frac{30\times30}{2(2)} = 225\ \text{m} \qquad \therefore\ x = 225 - 155 = 70\ \text{m}$$

Luego: $\quad 70 = 5t \quad \Rightarrow\ t = 14$ s (tiempo de la colisión)

El choque ocurre a 225 m.

- Supongamos que no se produce la colisión:

En un tiempo «t» el auto recorre:

$$d_A = 30t - \frac{1}{2}(2)t^2 = (30t - t^2)\ \text{m}$$

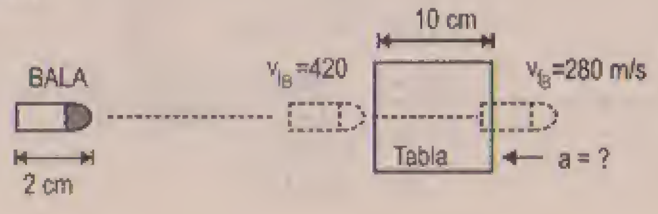
y la camioneta recorre: $\qquad d_c = 5t$

La máxima distancia de acercamiento será:

$$155 - 30t + t^2 + 5t = (155 - 25t + t^2)\ \text{m}$$

42. Una bala indestructible de 2,00 cm de largo se dispara en línea recta a través de una tabla que tiene 10,0 cm de espesor. La bala entra en la tabla con una velocidad de 420 m/s y sale con una velocidad de 280 m/s. a) ¿Cuál es la aceleración promedio de la bala a través de la tabla? b) ¿Cuál es el tiempo total que la bala está en contacto con la tabla? c) ¿Qué espesor de las tablas (calculado hasta 0,1 cm) se requeriría para detener la bala?

Resolución:



Parte (a)

$$a_{prom} = \frac{v_{fB} - v_{iB}}{\Delta t} = \frac{280-420}{\Delta t} \quad \dots (1)$$

$$\frac{v_{fB}^2 - v_{iB}^2}{2d} = a_{prom} \Rightarrow a_{prom} = \frac{280\times280-420\times420}{2(0,1)}$$

$$\therefore \; a_{prom} = -490\,000 \text{ m/s}^2 \quad \dots (2)$$

$$= -49 \times 10^4 \text{ m/s}^2$$

Parte (b)

(2) en (1): $$t_{total} = \frac{280-420}{-49\times10^4} = 0{,}00029 = 29\times10^{-5} \text{ s}$$

Parte (c)

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad$$

Para detener a la bala $\Rightarrow v_{fbala} = 0$

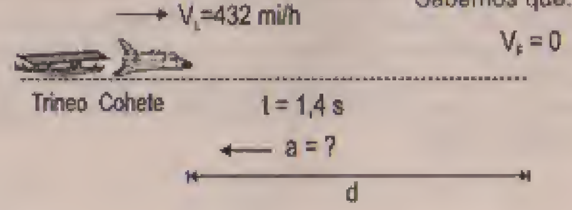
$$\Rightarrow \quad d = \frac{v_{iB}^2}{2(a)} = \frac{420\times420}{2(49)\times10^4}$$

$$\therefore \; d = 0{,}18 \text{ m} = 18 \text{ cm}$$

43. Hasta hace poco, el récord mundial de velocidad terrestre lo poseía el coronel de la Fuerza Aérea de Estados Unidos, John P. Stapp. El 19 de marzo de 1954, en un trineo impulsado por cohete, bajó por una pista a 632 mi/h. El vehículo se detuvo en forma segura en 1,4 s. Determine a) la aceleración negativa que experimentó y b) la distancia recorrida durante esta aceleración negativa.

Resolución:

Sabemos que: 1 mi = 1 600 m



Parte (a)

$$v_F = v_i + at \Rightarrow \quad a = \frac{-632 \text{ mi}}{\text{h}}\times\frac{1\,600 \text{ m}}{1 \text{ mi}}\times\frac{1 \text{ h}}{3\,600 \text{ s}}\times\frac{1}{1{,}4 \text{ s}}$$

$$\therefore \; \bar{a} = -200{,}6 \text{ m/s}^2$$

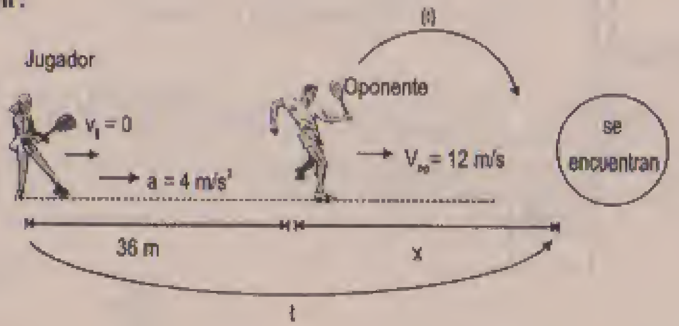
Parte (b)

$$v_f^2 = v_i^2 - 2(a)(d) \Rightarrow \quad d = \frac{v_i^2}{2a} = \frac{(280{,}8)(280{,}8)}{2(200{,}6)}$$

$$\therefore \; d = 196{,}5 \text{ m}$$

44. Un jugador de hockey está parado en sus patines sobre un lago congelado mientras un jugador rival patina con el disco, moviéndose con una velocidad uniforme de 12,0 m/s. Después de 3,00 s, el primer jugador acelera uniformemente a 4,00 m/s², a) ¿cuánto tardará en atrapar al oponente? b) ¿Qué distancia ha recorrido el primer jugador en este tiempo? (Suponga que el oponente se mueve a velocidad constante.)

Resolución:



Parte (a)

El jugador después de 3 segundos empieza su movimiento, pero el oponente ya avanzó 36 m.

Hallando «t» de encuentro:

$36 + x = \frac{1}{2}(4)t^2 \quad \dots (1)$

Pero $x = 12t \quad \dots (2)$

(2) en (1) = $36 + 12t = 2t^2$

Desarrollando la ecuación resulta:

$t_{encuentro} = 3\left(1+\sqrt{3}\right) = 8{,}196 \text{ s}$

Parte (b)

El jugador ha recorrido la siguiente distancia:

$$36 + x \quad \text{pero} \quad x = 12t$$

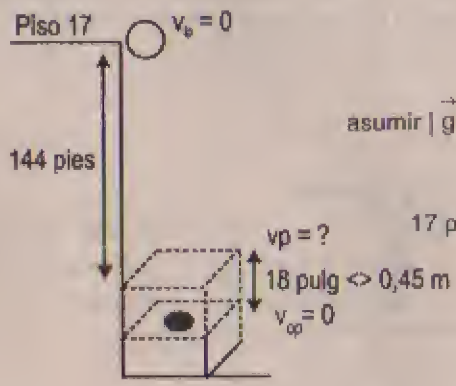
$$\Rightarrow \quad D_{jugador} = 36 + 12t = 36 + 12(8{,}2)$$

$$\therefore \; D_{jugador} = 134{,}4 \text{ m}$$

CUERPOS EN CAÍDA LIBRE

45. Se informó que una mujer cayó 144 pies desde el piso 17 de un edificio, aterrizando sobre una caja de ventilador metálica, la cual sumió hasta una profundidad de 18,0 pulg. Sólo sufrió lesiones menores. Ignore la resistencia del aire y calcule a) la velocidad de la mujer exactamente antes de chocar con el ventilador, b) su aceleración promedio mientras está en contacto con la caja, y c) el tiempo que tarda en sumir la caja.

Resolución :



1 pie ≈ 30,5 cm
1 pulg ≈ 2,5 cm

asumir $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$

$$17\ \text{pies} = \frac{(30{,}5)(17)}{100}\ m$$

Parte (a)

$$v_{fp}^2 = v_{ip}^2 + 2gh \Rightarrow v_{fp} = \sqrt{2g(h)} = \sqrt{\frac{2(10)(30{,}5)(17)}{100}}$$

$$\therefore\ v_{fp} = 10{,}18\ m/s$$

Parte (b)

$$v_{op}^2 = v_f^2 + 2a_{prom} \cdot d$$

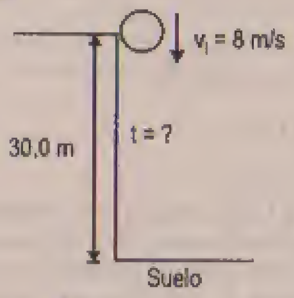
$$\Rightarrow\ 0 = v_p^2 + 2a_{prom}(0{,}45) \Rightarrow a_{prom} = -\frac{v_p^2}{2(0{,}45)} = -129{,}6\ m/s^2$$

Parte (c)

$$v_{fp} = v_p - at \Rightarrow t = \frac{V_o}{a} = \frac{10{,}18}{129{,}6} = 0{,}079\ s$$

46. Una pelota fue lanzada directamente hacia abajo con una velocidad inicial de 8,00 m/s desde una altura de 30,0 m. ¿En qué momento la pelota golpea el suelo?

Resolución :



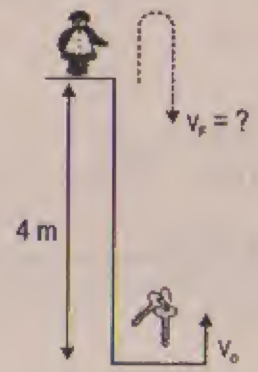
$g = 10\ m/s^2$

$$30 = at + \frac{1}{2}(10)t^2 \quad \Rightarrow \quad 5t^2 + 8t - 30 = 0$$

$$\therefore\ t = \frac{-8 + \sqrt{664}}{10} = 1{,}78\ s$$

47. Una estudiante lanza una caja con llaves verticalmente hacia arriba a su hermana de un club femenil estudiantil que se encuentra en una ventana 4,00 m arriba. La hermana atrapa las llaves 1,50 s después con la mano extendida. a) ¿Cuál es la velocidad inicial con la cual se lanzaron las llaves? b) ¿Cuál fue la velocidad de las llaves exactamente antes de que se atraparan?

Resolución :



Considerar:

$g = 10\ m/s^2$

Posición:

$$y(t) = v_o t - \frac{1}{2}gt^2$$

Parte (a)

$$4 = v_o t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$4 = v_o\left(\frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2}(10)\left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow\ 4 = \frac{3v_o}{2} - \frac{45}{4} \qquad \therefore\ v_o = \frac{61}{6} \approx 10{,}2\ m/s$$

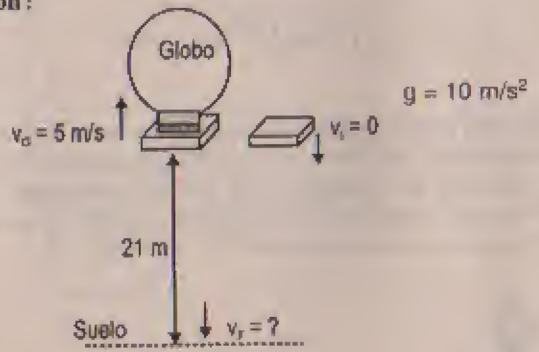
Luego:
Parte (b)

$$v_f = v_o - gt \Rightarrow \quad v_f = 10{,}2 - 10\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$\therefore \quad v_f = -4{,}8 \text{ m/s}$$

48. Un globo aerostático viaja verticalmente hacia arriba a una velocidad constante de 5,00 m/s. Cuando está a 21,0 m sobre el suelo se suelta un paquete desde él. a) ¿Cuánto tiempo permanece el paquete en el aire? b) ¿Cuál es su velocidad exactamente antes de golpear el suelo? c) Repita a) y b) en el caso en que el globo desciende a 5,00 m/s.

Resolución :



Parte (a)

$$21 = \frac{1}{2}(10)(t^2) \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{42}{10}} = 2{,}05 \text{ s}$$

Parte (b)

$$v_f^2 = v_i^2 + 2gh \quad \Rightarrow \quad v_f = \sqrt{2(10)(21)}$$

$$\therefore \quad v_f = 20{,}5 \text{ m/s}$$

Parte (c)

$$21 = 5t + \frac{1}{2}(10)t^2 \quad \Rightarrow \quad 5t^2 + 5t - 21 = 0$$

$$\therefore \quad t = \frac{-5+21}{10} = 1{,}6 \text{ s}$$

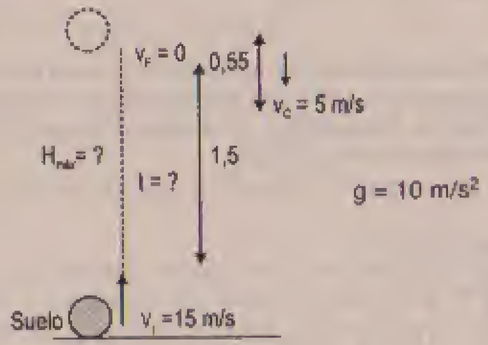
$$v_f^2 = v_i^2 + 2gh$$

$$\Rightarrow \quad v_f^2 = 25 + 2(10)(21) =$$

$$\therefore \quad v_f = 21 \text{ m/s}$$

49. Una pelota es lanzada verticalmente hacia arriba desde el suelo con una velocidad inicial de 15,0 m/s. a) ¿Cuánto tiempo transcurre hasta que la pelota alcanza su altitud máxima? b) ¿Cuál es su altitud máxima? c) Determine la velocidad y la aceleración de la pelota en t = 2,00 s.

Resolución :



Parte (a)

$$v_f = v_i - gt \Rightarrow \quad t = \frac{15}{10} = 1{,}5 \text{ s}$$

Parte (b)

$$v_f^2 = v_i^2 - 2g\,H_{máx} \quad \Rightarrow \quad H_{máx} = \frac{v_i^2}{2g} = \frac{15\times 15}{2\times 10}$$

$$\therefore \quad H_{máx} = 11{,}25 \text{ m}$$

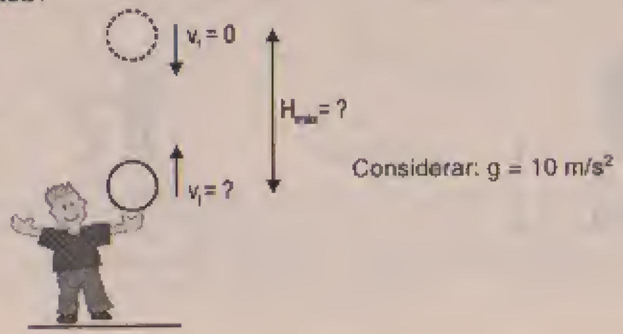
Parte (c)

$$v_{f(2s)} = v_i + gt = 0 + 10\left(\frac{1}{2}\right) = 5 \text{ m/s}$$

La aceleración de la pelota es la acción de la gravedad.

50. Una pelota lanzada verticalmente hacia arriba es capturada por el lanzador después de 20,0 s. Determine a) la velocidad inicial de la pelota, y b) la altura máxima que alcanza.

Resolución :



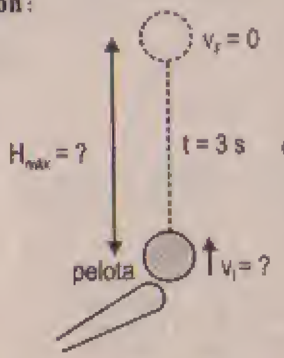
$$t_{ida} = t_{vuelta} \quad \Rightarrow \quad 2 \cdot t_{vuelta} = 2 \quad \therefore \quad t_{vuelta} = 1\ s$$

$$v_f = v_i - gt \quad \Rightarrow \quad v_i = 10\ t_{ida} = 10(1) = 10\ m/s$$

$$H_{máx} = \frac{v_i^2}{2g} = \frac{10 \times 10}{2 \times 10} = 5\ m$$

51. Una pelota de beisbol es golpeada con el bat de tal manera que viaja en línea recta hacia arriba. Un aficionado observa que son necesarios 3,00 s para que la pelota alcance su altura máxima. Encuentre a) su velocidad inicial, y b) su altura máxima. Ignore los efectos de la resistencia del aire.

Resolución :

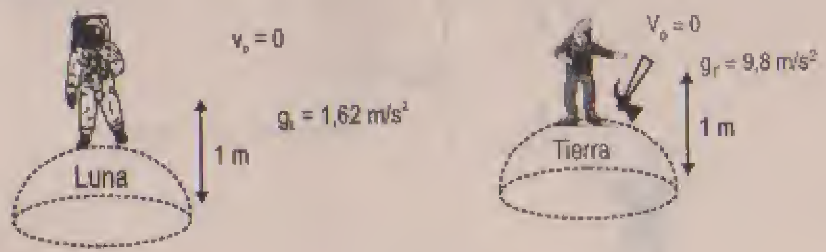


Parte (a): $v_f = v_i - gt \quad \Rightarrow \quad v_i = (10)(3) = 30\ m/s$

Parte (b): $H_{máx} = \dfrac{v_i^2}{2g} = \dfrac{30 \times 30}{2 \times 10} = 45\ m$

52. Un astronauta parado sobre la Luna suelta un martillo, dejando que caiga 1,00 m hacia la superficie. La gravedad lunar produce una aceleración constante de magnitud igual a 1,62 m/s². Una vez de regreso en la Tierra, el astronauta suelta de nuevo el martillo, dejándolo caer hasta el suelo desde una altura de 1,00 m con una aceleración de 9,80 m/s². Compare los tiempos de caída en las dos situaciones.

Resolución :



Tiempo de caída del martillo en la Luna:

$$1 = \frac{1}{2}(1{,}62)t^2 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{\frac{2}{1{,}62}} = t \quad \therefore \quad t = 1{,}1\ s$$

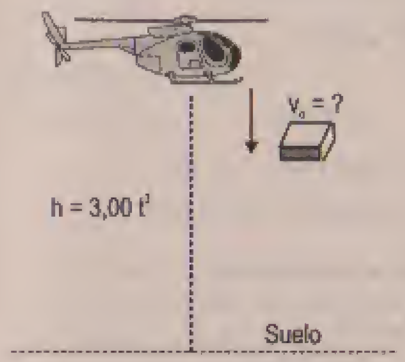
Tiempo de caída del martillo en la Tierra:

$$1 = \frac{1}{2}(9{,}8)t^2 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{\frac{2}{9{,}8}} = t \quad \therefore \quad t = 0{,}45\ s$$

El tiempo de caída en la Tierra es 3 veces al tiempo en la Luna.

53. La altura de un helicóptero sobre el suelo está representada por $h = 3{,}00\ t^3$, donde h está en metros y t en segundos. Después de 2,00 s, el helicóptero deja caer una pequeña valija con la correspondencia. ¿Cuánto tiempo tarda la valija en llegar al suelo?

Resolución :



Considerar:

g = 10 m/s²

En 2 segundos $h = 3{,}00\ (2)^3 = 24\ m$

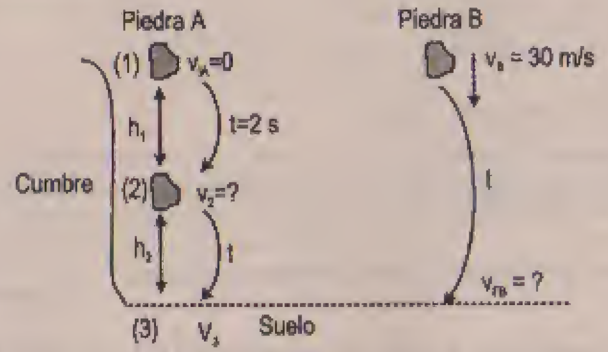
Quiere decir que el helicóptero estará a 24 m sobre el suelo, por consiguiente:

$$24 = \frac{1}{2}(10)t^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{48}{10} = t^2$$

$$\therefore \quad t = 2{,}19\ s$$

54. Una piedra cae a partir del reposo desde la cumbre de un elevado despeñadero. Una segunda piedra es lanzada hacia abajo desde la misma altura 2,00 s después con una velocidad inicial de 30,0 m/s. Si ambas piedras golpean el suelo simultáneamente, ¿cuál es la altura del despeñadero?

Resolución :



Sea:
$g = 10\ m/s^2$

Sabemos que:

$$h_1 = \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad h_1 = \frac{1}{2}(10)(2)^2 = 20 \text{ m}$$

$$v_2 = v_{iA} + 10t \quad \Rightarrow \quad v_2 = 10(2) = 20 \text{ m/s}$$

$$h_2 = 20t + \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad h_2 = 20t + 5t^2 \qquad \text{... (1)}$$

Además:

$$h_1 + h_2 = 30t + \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad h_1 + h_2 = 30t + 5t^2 \qquad \text{... (2)}$$

Reemplazando (1) en (2):

$$\Rightarrow \quad h_1 + 20t + 5t^2 = 30t + 5t^2$$

$$\therefore \quad h_1 = 10t$$

Pero $h_1 = 20$ m $\quad \Rightarrow \quad 20 = 10t \qquad \therefore \quad t = 2$ s

Luego:

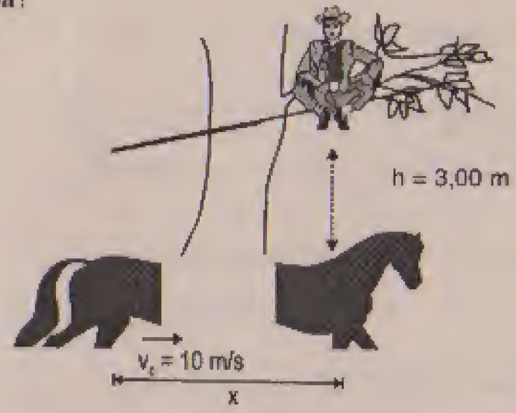
La altura total = $h_1 + h_2$

$$h_2 = 20t + 5t^2 = 20(2) + 5(2)^2 = 40 + 20 = 60 \text{ m}$$

Luego $\quad h_{total} = 60 + 20 = 80$ m

55. Una *stunt woman* que dobla en el cine a los actores principales sentada sobre la rama de un árbol desea caer verticalmente sobre un caballo que galopa debajo del árbol. La velocidad del caballo es de 10,0 m/s y la distancia de la rama a la silla de montar es de 3,00 m. a) ¿Cuál debe ser la distancia horizontal entre la silla y la rama cuando la mujer salta? b) ¿Cuánto tiempo dura en el aire?

Resolución :



Parte (a)

$$h = \frac{1}{2}(g)t^2 \quad \Rightarrow \quad 3 = \frac{1}{2}(10)t^2 \qquad \therefore \quad t = 0{,}775 \text{ s}$$

Luego la distancia horizontal será:

$$X = v_c \times t = 10 \times (0{,}775) = 7{,}75 \text{ m}$$

Parte (b)

Dura en el aire: $\quad t = 0{,}775$ s

ECUACIONES CINEMÁTICAS DERIVADAS DEL CÁLCULO

56. La velocidad de una bala disparada por una pistola está dada por $v = (-5{,}0 \times 10^7)t^2 + (3{,}0 \times 10^5)t$ donde v está en metros/segundo y t en segundos. La aceleración de la bala cuando sale del cañón es cero. a) Determine la aceleración y posición de la bala como una función del tiempo cuando se encuentra en el cañón. b) Determine el tiempo que la bala se acelera mientras está en el cañón. c) Encuentre la velocidad a la cual sale del cañón. d) ¿Cuál es la longitud del cañón?

Resolución :

Velocidad de la bala: $v_B(t) = (-5{,}0 \times 10^7)t^2 + (3{,}0 \times 10^5)t$ m/s

Aceleración = 0 $\Rightarrow$ Velocidad es constante, cuando sale del cañón.

Luego:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = (-10{,}0 \times 10^7 t + 3{,}0 \times 10^5) \text{ m/s}^2$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = (-5{,}0 \times 10^7)t^2 + (3{,}0 \times 10^5)t$$

$$\int_0^t dx = \left(-5{,}0\times10^7\right)\int_0^t t^2\,dt + \left(3{,}0\times10^5\right)\int_0^t t\,dt$$

$$\therefore\ x(t) = (-1{,}67 \times 10^7\ t^3 + 1{,}5 \times 10^5\ t^2)\ m$$

Parte (b)

$$a(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad -10{,}0 \times 10^7 + 3{,}0 \times 10^5 = 0$$

$$\therefore\ t = 0{,}003\ s = 10^{-3}\ s$$

Parte (c)

$$v(0{,}003) = -5 \times 10^7\ (10^{-3})^2 + 3{,}0 \times 10^5\ (10^{-3})$$

$$\therefore\ v = 250\ m/s$$

Parte (d)

$$x\ (10^{-3}) = -1{,}67 \times 10^7\ (10^{-3})^3 + 1{,}5 \times 10^5\ (10^{-3})^2$$

$$\therefore\ x = 0{,}1333\ m$$

57. La posición de una pelota de softbol lanzada verticalmente hacia arriba se describe por la ecuación $y = 7{,}00t - 4{,}90t^2$, donde y está en metros y t en segundos. Encuentre a) la velocidad inicial v_o de la pelota en $t_o = 0$, b) su velocidad en $t = 1{,}26$ s y c) su aceleración.

Resolución :

Parte (a): $y(t) = 7.00\ t - 4.9\ t^2$

$$v(t) = \frac{dy_{(t)}}{dt} = 7{,}00 - 9{,}8\ t$$

$$\therefore\ V(0) = 7{,}00 - 9{,}8(0) = 7{,}00\ m/s$$

Parte (b): $v(1{,}26) = 7{,}00 - 9{,}8\ (1{,}26) = -5{,}35\ m/s$

Parte (c): $a(t) = \dfrac{dv(t)}{dt} = -9{,}80\ m/s^2$

58. Un trineo de cohete para la prueba de equipo sometido a grandes aceleraciones parte del reposo y acelera de acuerdo con la expresión $a = (3\ m/s^3)t + (5.00\ m/s^2)$. ¿Qué tan lejos se mueve el trineo en el intervalo $t = 0$ a $t = 2{,}00$ s?

Resolución :

$$a(t) = (3t + 5)\ m/s^2$$

$$\frac{dv(t)}{dt} = 3t + 5 \quad \Rightarrow \quad \int_0^t dV = 3\int_0^t t\,dt + 5\int_0^t dt$$

$$\therefore\ v(t) = \left(\frac{3t^2}{2} + 5t\right)\ m/s$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = 1{,}5t^2 + 5t \quad \Rightarrow \quad \int_0^t dx = 1{,}5\int_0^t t^2dt + 5\int_0^t t\,dt$$

$$\therefore\ x(t) = \left(\frac{1}{2}t^3 + \frac{5}{2}t^2\right)m$$

Luego: $\Delta x(t = 0 \rightarrow t = 2\ s)$

$$x(0) = \frac{1}{2}(0)^3 + \frac{5}{2}(0)^2 = 0\ m$$

$$x(2) = \frac{1}{2}(2)^3 + \frac{5}{2}(2)^2 = 4 + 10 = 14\ m$$

$$\therefore\ \Delta x = 14\ m$$

Se mueve 14 m desde su posición inicial t = 0.

59. Los ingenieros automotrices denominan a la tasa de cambio de la aceleración en el tiempo como el «jalón». Si un objeto se mueve en una dimensión de manera tal que su jalón J es constante, a) determine expresiones para su aceleración a(t), velocidad v(t) y posición x(t), dado que su aceleración, velocidad y posición iniciales son a_o, v_o y x_o, respectivamente. b) Muestre que $a^2 = a_o^{\,2} + 2J(v - v_o)$.

Resolución :

Por dato: $\dfrac{da(t)}{dt} = J = \text{constante}$

$$\Rightarrow \quad \int_0^t d(a) = J\int_0^t dt$$

$$a(t) - a_o = Jt$$

$$\therefore\ a(t) = a_o + Jt\ m/s^2$$

Parte (a)

$$\frac{dv(t)}{dt} = a_o + Jt \quad \Rightarrow \quad \int_0^t dv = \int_0^t a_o\,dt + J\int_0^t t\,dt$$

$$\therefore\ v(t) = (v_o + a_o t + \frac{J}{2}t^2)\ m/s$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = v_o + a_o t + \frac{J}{2}t^2 \quad \Rightarrow \quad \int_0^t dx = \int_0^t v_o dt + \int_0^t a_o t\,dt + \frac{J}{2}\int_0^t t^2 dt$$

$$\therefore\ x(t) = (X_o + v_o t + \frac{a_o}{2}\ t^2 + \frac{J}{6}t^3)\ m$$

Parte (b)

Por demostrar: $a^2 = a_0^2 + 2J\,(v - v_0)$

Resolución :

Sabemos que: $a(t) = a_0 + Jt$ ...(1)

$$v(t) = v_0 + a_0 t + \frac{J}{2}\cdot t^2 \quad ...(2)$$

De (1): $\dfrac{a-a_0}{J} = t$ ...(α)

(α) en (2):

$$v - v_0 = a_0\left(\frac{a-a_0}{J}\right) + \frac{J}{2}\left(\frac{a-a_0}{J}\right)^2$$

$$v - v_0 = \frac{a_0 \cdot a - a_0^2}{J} + \frac{J}{2}\left(\frac{a^2 + a_0^2 - 2aa_0}{J^2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad v - v_0 = \frac{2a\,a_0 - 2a_0^2 + a^2 + a_0^2 - 2a\,a_0}{2J}$$

$$\therefore \quad a^2 = a_0^2 + 2J\,(v - v_0)$$

60. La aceleración de una canica en cierto fluido es proporcional a su velocidad al cuadrado, y está dada (entre unidades del SI) por $a = -3{,}00\ v^2$ para $v > 0$. Si la canica entra al fluido con una velocidad de 1,50 m/s, ¿cuánto tiempo transcurrirá para que la velocidad de la canica se reduzca a la mitad de su valor inicial?

Resolución :

$$a = -3v^2$$

Sabemos que: $\dfrac{dV}{dt} = -3v^2 \;\Rightarrow\; \displaystyle\int_0^t \frac{1}{v^2}\,dv = -3\int_0^t dt$

$$\Rightarrow \quad -\frac{1}{v}\Bigg|_0^t = -3t$$

$$\Rightarrow \quad \frac{-1}{v(t)} + \frac{1}{1{,}5} = -3t$$

$$\therefore \quad v(t) = \left(\frac{1}{3t + 0{,}67}\right) m/s$$

Tiempo para que $v = 0{,}75$ m/s

$$\Rightarrow \quad 0{,}75 = \frac{1}{3t + 0{,}67} \quad \Rightarrow \quad 3t + 0{,}67 = \frac{1}{0{,}75}$$

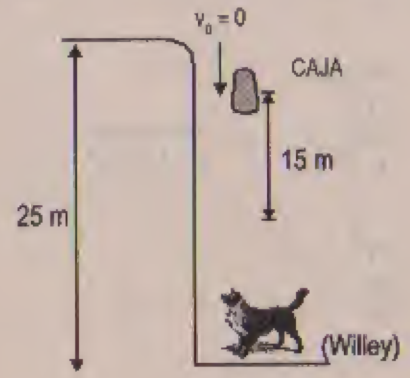
$$\therefore \quad t = \frac{\dfrac{1}{0{,}75} - 0{,}67}{3}$$

Luego: $t = 0{,}22$ s

PROBLEMAS ADICIONALES

61. Otro plan para atrapar al correcaminos ha fracasado y una caja fuerte cae desde el reposo desde la parte más alta de un peñasco de 25 m de alto hacia el coyote Willey, que se encuentra en el fondo. Wiley se percata de la caja después de que ésta ha caído 15 m. ¿Cuánto tiempo tendrá para quitarse?

Resolución :



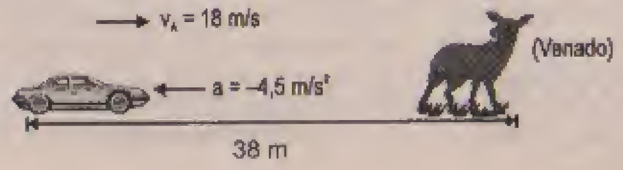
$$25 = \frac{1}{2}(10)t^2 \quad \Rightarrow \quad 5 = t^2 \quad \therefore \quad t = 2{,}24\ s$$

$$15 = \frac{1}{2}(10)t_1^2 \quad \Rightarrow \quad 3 = t_1^2 \quad \therefore \quad t = 1{,}73\ s$$

Luego tendrá: $2{,}24 - 1{,}73 = 0{,}51$ s para quitarse

62. Un automovilista viaja a 18,0 m/s cuando ve un venado en el camino 38,0 adelante. a) Si la máxima aceleración negativa del vehículo es $-4{,}50\ m/s^2$, ¿cuál es el máximo tiempo de reacción t del automovilista que evite embestir al venado? b) Si su tiempo de reacción es de 0,300 s, ¿cuál será su velocidad cuando llegue al venado?

Resolución :



Parte (a)

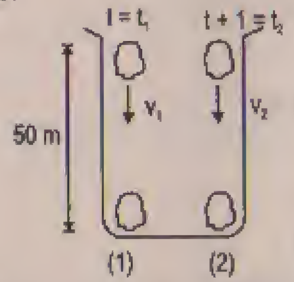
$$38 = 18t \; \frac{1}{2}\;(4.5)t^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{9}{4}t^2 - 18t + 38 = 0$$

Mal planteado el problema

63. Una curiosa estudiante de física asciende a un despeñadero a 50,0 m que sobresale por encima de un estanque de agua sin corrientes. Lanza dos piedras verticalmente hacia abajo con una diferencia de tiempo de 1,00 s y observa que producen un solo sonido al golpear el agua. La primera piedra tiene una velocidad inicial de 2,00 m/s. a) ¿Cuánto tiempo después de soltar la primera, las dos piedras golpean el agua? b) ¿Qué velocidad inicial debe tener la segunda piedra si las dos golpearan en forma simultánea? c) ¿Cuál es la velocidad de cada piedra en el instante en que golpean el agua?

Resolución :



Considerar
$g = 10\ m/s^2$

$v_1 = 2$ m/s

$$50 = 2t_1 + 5t_1^2 \qquad \Rightarrow \qquad 5t_1^2 + 2t_1 - 50 = 0$$

$$50 = V_2 t_2 + 5t_2^2$$

$$\therefore \quad t_1 = 3\ s$$

Supongamos que v_1 se lanzó primero con una velocidad $v_1 = 2$ m/s entonces v_2 empleará un tiempo $t_2 = 2$ s

En consecuencia:

$$50 = v_2\,(2) + 5(2)^2 \qquad \therefore \quad v_2 = 15\ m/s$$

Parte (a)

Después de 3 segundos ambas tocarán el agua.

Parte (b)

$v_2 = 15$ m/s

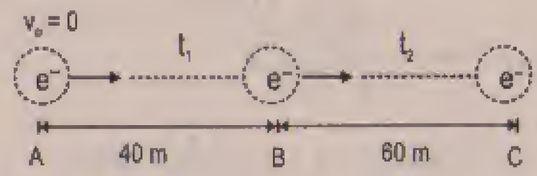
Parte (c)

$$v_{f_1} = v_{i_1} + 10(3) \qquad \Rightarrow \qquad v_{f_1} = 2 + 30 = 32\ m/s$$

$$v_{f_2} = v_{i_2} + 10(2) \qquad \Rightarrow \qquad v_{f_2} = 15 + 20 = 35\ m/s$$

64. En un acelerador lineal de 100 m un electrón se acelera hasta 1,0 por ciento de la velocidad de la luz en 40 m antes de que se desplace sin aceleración 60 m hacia un blanco. a) ¿Cuál es la aceleración del electrón durante los primeros 40 m? ¿Cuánto dura el trayecto total realizado?

Resolución :



$$v_{luz} = 3 \times 10^8\ m/s \Rightarrow \qquad 1\%\ v_{luz} = 3 \times 10^6\ m/s = v_B$$

$$AB = 40 = \frac{1}{2}at_1^2 \qquad\qquad v_B^2 = v_0^2 + 2(a)(40)$$

$$v_B = v_0 + at_2 \qquad\qquad \therefore \quad v_B = \sqrt{2a(40)}$$

Pero: $(3 \times 10^6)^2 = 2 \times 40a$

$$\therefore \quad a = 1{,}125 \times 10^{11}\ m/s^2$$

$$\Rightarrow \quad 3 \times 10^6 = 1{,}125 \times 10^{11}\ m/s^2$$

$$\therefore \quad t_1 = 2{,}7 \times 10^{-5}\ s$$

Parte (a)

Durante los 40 m: $\qquad a = 1{,}125 \times 10^{11}\ m/s^2$

Parte (b)

$$60 = 3 \times 10^6 \times t_2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = 2 \times 10^{-5}\ s$$

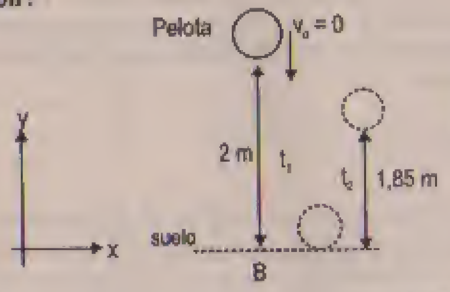
Entonces:

tiempo total transcurrido: $t_1 + t_2$

$$\Rightarrow \quad 2{,}7 \times 10^{-5} + 2 \times 10^{-5} = 4{,}7 \times 10^{-5}\ s$$

65. Una «superpelota» se deja caer al suelo desde una altura de 2,00 m. En el primer rebote la pelota alcanza una altura de 1,85 m, donde es atrapada. Encuentre la velocidad de la pelota a) justo cuando hace contacto con el suelo y b) justo cuando se aleja del suelo en el rebote. c) Ignore el tiempo que la pelota mantiene contacto con el suelo y determine el tiempo total que necesita para ir del punto en que se suelta al punto donde es atrapada.

Resolución :



Considerar:
$g = 10\ m/s^2$

Parte (a) $2 = \frac{1}{2}(g)t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{4}{10}} = 0{,}63\ s$

$v_{fB} = v_o + 10t \Rightarrow v_{fB} = 10(0{,}6\ s) = -6{,}3\ m/s$

Parte (b) Cuando se aleja $\vec{V}_B = 6{,}3\ m/s$

Parte (c): Tiempo total $= t_1 + t_2$

$t_2 = ?$

Sabemos: $1{,}85 = 6{,}3\,t_2 - \frac{1}{2}(10)t_2^2$

$\Rightarrow 5t_2^2 - 6{,}3\,t_2 + 1{,}85 = 0$

$\therefore\ t_2 = \frac{6{,}3 \pm (1{,}64)}{10}$

Luego: $t_2 = 0{,}794\ s \ \vee\ t_2 = 0{,}466\ s$

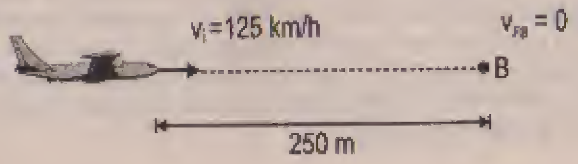
Pero: $t_1 > t_2 \quad \therefore\ t_2 = 0{,}466\ s$

Luego: Tiempo total $= 0{,}63 + 0{,}466$

$\therefore$ Tiempo total $= 1{,}096\ s$

66. Un avión Cessna 150 tiene una velocidad de despegue de aproximadamente 125 km/h. a) ¿Qué aceleración mínima constante necesita de acuerdo con lo anterior si el avión va a volar después de un recorrido de despegue de 250 m? b) ¿Cuál es el tiempo de despegue correspondiente? c) Si el avión continúa acelerando a esta tasa, ¿qué velocidad alcanzará 25,0 s después de empezar a rodar?

Resolución :



Parte (a)

$v_{fB}^2 = v_i^2 - 2.a_{min} . d$

$$\Rightarrow a_{min} = \frac{125\times125}{2(250)} = \frac{125}{4}\ \frac{km^2}{h^2} \times \frac{1}{m}$$

Haciendo una conversión:

$$a_{min} = 2{,}41\ m/s^2$$

Parte (b)

$v_f = v_i - at$

$\Rightarrow 0 = 34{,}7 - (2{,}41)t \qquad \therefore\ t = 14{,}4\ s$

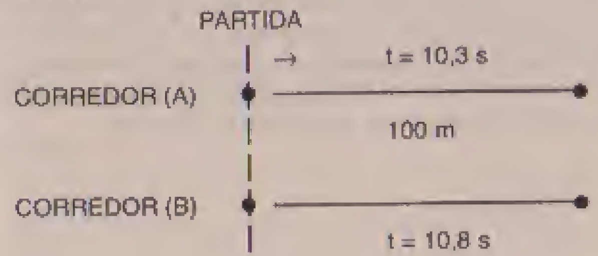
Parte (c)

$v_{f(a\ 25\ s)} = v_i + at \Rightarrow v_{f(a\ 25\ s)} = 34{,}7 + (2{,}41)(25)$

$\therefore\ v_f = 94{,}95\ m/s$

67. Un corredor cubre la carrera de 100 m en 10,3 s. Otro corredor llega en segundo lugar en un tiempo de 10,8 s. Suponiendo que los corredores se desplazaron a su velocidad promedio en toda la distancia, determine la separación entre ellos cuando el ganador cruza la meta.

Resolución :



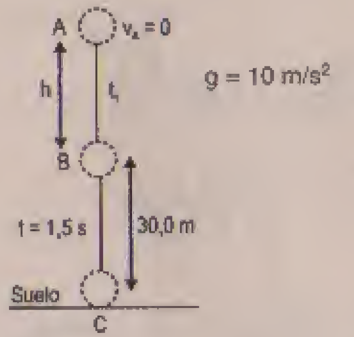
$v_A = \frac{100}{10{,}3} = 9{,}7\ m/s \quad ; \qquad v_B = \frac{100}{10{,}8} = 9{,}3\ m/s$

$x_B = 9{,}3\ (10{,}3) = 95{,}79\ m$

$\therefore$ Distancia de separación $= 100 - 95{,}79 = 4{,}21\ m$

68. Un objeto que cae tarda 1,50 s en recorrer los últimos 30,0 m antes de golpear el suelo. ¿Desde qué altura se soltó?

Resolución :



$$30 = v_B\,(1,5) + 5(1,5)^2$$

$$\therefore\quad v_B = 12.5 \text{ m/s}$$

$$v_B = v_A + 10t_1 \quad\Rightarrow\quad \frac{12,5}{10} = t_1 \qquad \therefore\quad t_1 = 1,25 \text{ s}$$

$$\Rightarrow\quad h = \frac{1}{2}\,(10)(1,25)^2 \quad\Rightarrow\quad h = 7,8 \text{ m}$$

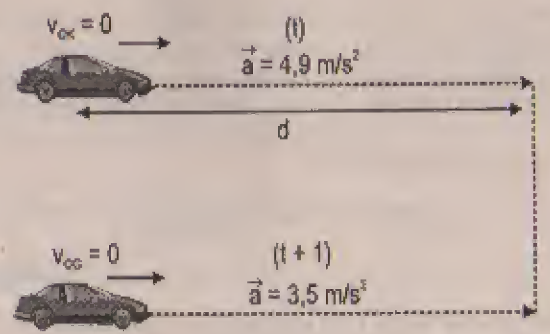
Luego altura total = h + 30 = 7,8 + 30 = 37,80 m

69. Una joven mujer llamada Kathy Kool compra un auto deportivo de super lujo que puede acelerar a razón de 4,90 m/s². Ella decide probar el carro en un arrancón con Stan Speedy, otro corredor. Ambos parten del reposo, pero el experimentado Stan sale 1,00 s antes que Kathy. Si Stan se mueve con una aceleración constante de 3,50 m/s² y Kathy mantiene una aceleración de 4,90 m/s², determine a) el tiempo que tarda Kathy en alcanzar a Stan, b) la distancia que recorre antes de alcanzarlo, y c) las velocidades de ambos autos en el instante del alcance.

Resolución :

Katty:

Stan Speedy:



Parte (a)

$$d = \frac{1}{2}\,(4,9)t^2 \qquad ...(1)$$

$$d = \frac{1}{2}\,(3,5)(t + 1)^2 \qquad ...(2)$$

(1) = (2)

$$\Rightarrow\quad 4,9\,t^2 = 3,5\,(t^2 + 2t + 1) \quad\Rightarrow\quad 1,4\,t^2 = 7t + 3,5$$

$$\therefore\quad 1,4\,t^2 - 7t - 3,5 = 0 \quad\therefore\quad t = 5,46 \text{ s}$$

Parte (b)

$$d = \frac{1}{2}\,(4,9)(5,46)^2 = 73,04 \text{ m}$$

Parte (c)

$$v_{Katty} = v_0 + at$$

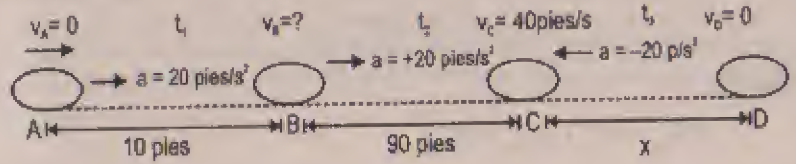
$$\Rightarrow\quad v_{Katty} = 0 + (4,9)(5,46) = 26,75 \text{ m/s}$$

$$v_{Stan} = v_0 + at$$

$$\Rightarrow\quad v_{Stan} = 0 + (3,5)(6,46) = 22,61 \text{ m/s}$$

70. Un jugador de hockey golpea el disco en reposo sobre el hielo. El disco se desliza sobre el hielo durante 10,0 pies sin fricción, punto desde el cual se desplaza sobre una superficie de concreto. El disco después desacelera oponiéndose a su movimiento a una razón uniforme de –20,0 pies/s². Si la velocidad del disco es 40,0 pies/s después de recorrer 100 pies desde el punto de impacto, a) ¿cuál es la aceleración promedio impuesta al disco cuando es golpeado por el bastón del jugador? (Suponga que el tiempo de contacto es 0,0100 s.) b) ¿Qué distancia recorre el disco antes de detenerse? c) ¿Cuál es el tiempo total que el disco se mantiene en movimiento, ignorando el tiempo de contacto?

Resolución :



Parte (a)

$$a_{prom} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0}{0,0100} = 0$$

Parte (b)

$$2(20)x = 40 \times 40 \quad\Rightarrow\quad x = 40 \text{ pies}$$

Distancia total = 100 + x = 140 pies

Parte (c)

$(10)(2)(20) = v_B^2 \quad \Rightarrow \quad v_B = 20$ pies/s

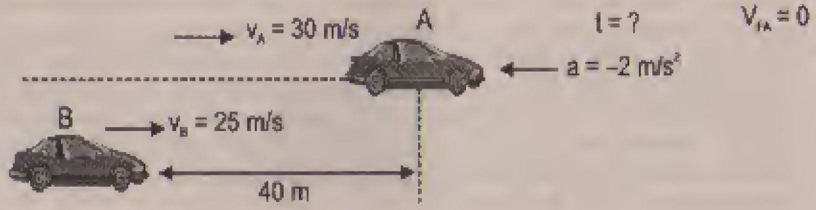
$\Rightarrow \quad t_1 = \frac{v_B}{a} = \frac{20}{20} = 1$ s

$t_2 = \frac{40-20}{20} = 1$ s $\qquad$ Luego: Tiempo total $= \sum_{i=1}^{3} t_i$

$t_3 = \frac{v_C}{a} = \frac{40}{20} = 2$ s $\qquad \therefore \quad$ Tiempo total = 4 s

71. Dos autos viajan a lo largo de una línea en la misma dirección, el que va adelante a 25 m/s y el otro a 30 m/s. En el momento en que los autos están a 40 m de distancia, la conductora del auto delantero aplica los frenos de manera que el vehículo acelera a –2,0 m/s^2. a) ¿Cuánto tiempo tarda el carro para detenerse? b) Suponiendo que el carro trasero frena al mismo tiempo que el delantero, ¿cuál debe ser la aceleración negativa mínima del auto trasero de manera que no choque con el auto delantero? c) ¿Cuánto tiempo tarda en detenerse el auto trasero?

Resolución :



Parte (a)

$v_{fA} = v_A - 2t \quad \Rightarrow \quad 0 = v_A - 2t$

$\therefore \quad t = \frac{30}{2} = 15$ s

Parte (b)

$v_{fB}^2 = v_B^2 + 2a_B \cdot (40)$

Pero $\quad v_{fB} = 0 \quad \Rightarrow \quad -2(40)a_B = 25 \times 25$

$\therefore \quad a_{B\,mín} = -7{,}8$ m/s^2

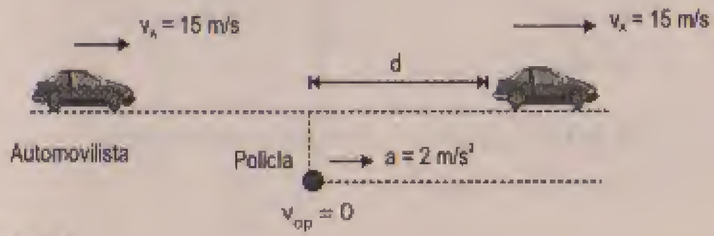
Parte (c)

$v_{fB} = v_B - a_B \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{25}{7{,}8}$

$\therefore \quad t_{detenerse} = 3{,}2$ s

72. Una automovilista conduce por un camino recto a una velocidad constante de 15,0 m/s. Cuando pasa frente a un policía motociclista estacionado, éste empieza a acelerar a 2,00 m/s^2 para alcanzarla. Suponiendo que el policía mantiene esta aceleración, determine a) el tiempo que tarda el policía en alcanzar a la automovilista, encuentre b) la velocidad y c) el desplazamiento total del policía cuando alcanza a la automovilista.

Resolución :



Parte (a)

Automovilista $\quad d = 15t$

$\Rightarrow \quad t^2 = 15.t \quad \therefore \quad t = 15$ s

Policía: $\quad d = \frac{1}{2}(2)t^2$

Parte (b): $\quad v_{fp} = v_{ip} + at \quad \Rightarrow \quad v_{fp} = 0 + 2(15)$

$\therefore \quad v_{fp} = 30$ m/s

Parte (c): $\quad d_p = t^2 = (15)(15) = 225$ m

73. En 1987 Art Boileau ganó el maratón de Los Ángeles, de 26 millas y 385 yardas, en 2 h, 13 min y 9 s. a) Determine su velocidad promedio en metros por segundo y en millas por hora. b) En la marca de 21 mi, Boileau tenía una ventaja de 2,50 min sobre el ganador del segundo lugar, quien cruzó la meta 30,0 s después de Boileau. Suponga que éste mantuvo su velocidad promedio constante y que ambos corredores corrieron a la misma velocidad cuando Boileau rebasó la marca de 21 mi. Encuentre la aceleración promedio (en metros por segundo al cuadrado) que el corredor del segundo lugar tuvo durante el resto de la carrera después de que Boileau pasó la marca de 21 mi.

Resolución :

1 milla = 1 603 m

1 yarda = 0,91 m

Parte (a): 26 millas = 26(1 609) = 41 834 m

385 yardas = 385(0,91) = 350,35 m

2 horas = 2 × (60) = 120 min = 120(60) = 7 200 s

13 min = 13 × 60 = 780 s

9 s

$$V_{prom} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{41\ 834 + 350{,}35}{7\ 200 + 789} = 5{,}28\ m/s$$

En: millas/hora

1 yarda ——— 0,91 m $\quad \therefore \quad x = \dfrac{41\ 834}{0{,}91} = 45\ 971$ yardas

x ——— 41 834 m

1 hora ——— 60 min $\quad \therefore \quad y = \dfrac{13}{60} = 0{,}22$ horas

y ——— 13 min

1 hora ——— 3 600 s $\quad \therefore \quad z = \dfrac{9}{3\ 600} = 0{,}0025$ horas

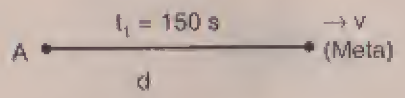
z ——— 9 s

$$V_{prom} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{45\ 971 + 385}{2 + 0{,}22 + 0{,}0025} = \frac{46\ 356}{2{,}2225}$$

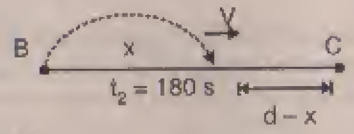
$$\therefore \quad V_{prom} = 20\ 857{,}6 \text{ yardas/hora}$$

Parte (b)

Boileau:



2.° lugar:



$d = 150v$

$x = v_B \cdot (150) + \frac{1}{2}\, a_B\,(150)^2$

$(d - x) = 30v \quad \Rightarrow \quad d - 30v = x$

Reemplazando:

$d = 21$ millas $= (1\ 609)(21) = 33\ 789$ m

$\Rightarrow \quad \dfrac{33\ 789}{150} = v \quad \Rightarrow \quad v = 225{,}3$ m/s

Entonces:

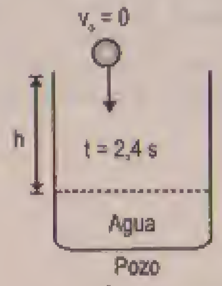
$$x = 33789 - 30(225{,}3) = 27\ 030\ m$$

$$a_{prom(2^{\circ}\ lugar)} = \frac{-v}{30} = -\frac{225{,}3}{30}$$

$$\therefore \quad a_{prom.} = -7{,}51\ m/s^2$$

74. Una roca se deja caer desde el reposo dentro de un pozo. a) Si el sonido del contacto con el agua se oye 2,40 s después, ¿qué tan abajo de la parte superior del pozo está la superficie del agua? La velocidad del sonido en el aire (para la temperatura del aire de ese día) fue de 336 m/s. b) Si el tiempo de recorrido para el sonido se ignora, ¿qué porcentaje de error se introduce cuando se calcula la profundidad del pozo?

Resolución :



$v_s = 336$ m/s

Considerar $g = 10\ m/s^2$

Parte (a): $\quad h = \dfrac{1}{2}\,(g)(2{,}4)^2 \Rightarrow \quad h = \dfrac{1}{2}\,(10)(2{,}4)^2$

$\therefore \quad h = 28{,}8$ m

Parte (b): $\quad h = \dfrac{v_f^2}{2g} = \dfrac{v_S^2}{20} = \dfrac{336 \times 336}{20} = 5\ 644{,}8$ m

5 644,3 ——— 100%

28,8 ——— x

$$x = \frac{28{,}8 \times 100}{5\ 644{,}8} = 0{,}51\%$$

75. Un tren viaja por una vía recta entre las estaciones 1 y 2 que se muestran en la figura P2.75. El maquinista tiene la instrucción de iniciar desde el reposo en la estación 1, acelerar uniformemente entre A y B, desplazarse con velocidad uniforme entre B y C, y luego desacelerar uniformemente entre C y D (a la misma razón que entre A y B) hasta que el tren se detenga en la estación 2. Si todas las distancias AB, BC y CD son iguales, y si se requieren 5 min para viajar entre las dos estaciones, determine cuánto de este período de 5,00 min tarda el tren entre los puntos i) A y B, ii) B y C, y iii) C y D.

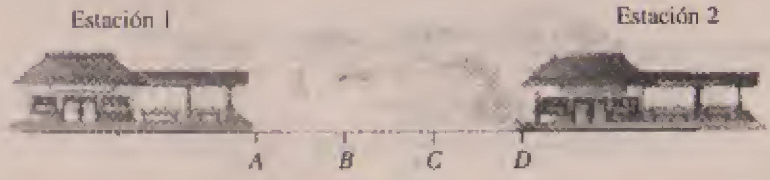
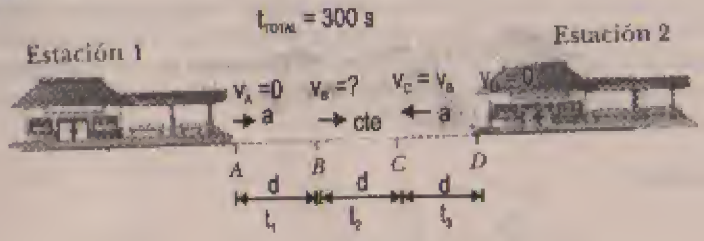


Figura P2.75

Resolución :



$$t_1 + t_2 + t_3 = 300 \text{ s}$$

Parte (a)

$$d = \frac{1}{2} a t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2d}{a}}$$

$$v_B = a t_1$$

$$\therefore \; v_B = \sqrt{2da}$$

$$\overline{BC} = d = \sqrt{2ad} \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{d}{\sqrt{2ad}} = \frac{\sqrt{2ad}}{2a}$$

$$\overline{CD} = d = \frac{v_B{}^2}{2a} = \frac{a^2 t_3^2}{2a} \quad \therefore \; t_3 = \sqrt{\frac{2d}{a}} =$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{2d}{a}} + \sqrt{\frac{2d}{a}} + \frac{d}{\sqrt{2ad}} = 300$$

$$\frac{2\sqrt{2da}}{a} + \frac{\sqrt{2da}}{2a} = 300$$

$$\frac{5\sqrt{2da}}{2a} = 300 \Rightarrow \sqrt{2da} = 120a$$

$$\therefore \; 2da = (120)^2 a^2$$

En consecuencia: $\dfrac{2d}{a} = (120)^2$

Sabemos que: $t_1 = \sqrt{\dfrac{2d}{a}} = \sqrt{(120)^2} = 120\text{ s}$

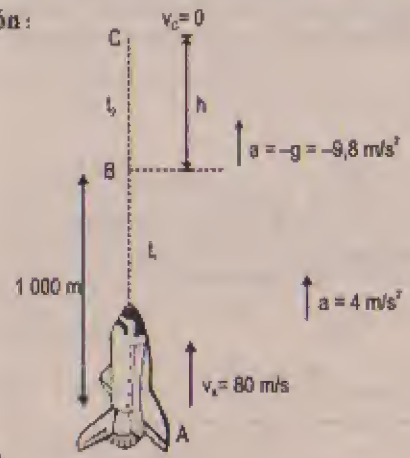
$$t_2 = \frac{\sqrt{2ad}}{2a} = \frac{120\,a}{2a} = 60 \text{ s}$$

$$t_3 = 300 - (t_1 + t_2) = 300 - 180 = 120 \text{ s}$$

Luego: Tiempo entre $\overline{AB}$ es $t_1 = 120$ s
Tiempo entre $\overline{BC}$ es $t_2 = 60$ s
Tiempo entre $\overline{CD}$ es $t_3 = 120$ s

76. Un cohete se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 80,0 m/s. Se acelera hacia arriba a 4,00 m/s² hasta que alcanza una altura de 1000 m. En ese punto sus motores fallan y el cohete entra en caída libre con aceleración –9,80 m/s². a) ¿Cuánto dura el cohete en movimiento? b) ¿Cuál es su altura máxima? c) ¿Cuál es la velocidad justo antes de chocar con la Tierra? (Sugerencia: considere el movimiento mientras el motor opera independiente del movimiento en caída libre)

Resolución :



Parte (a)

Tiempo en movimiento = $2(t_1 + t_2)$

$$1\,000 = 80t_1 + 2t_1{}^2$$

$$\Rightarrow \quad t_1^2 + 40\,t_1 - 500 = 0$$

$$\therefore \; t_1 = 10 \text{ s}$$

Luego: $v_B = v_A + 4t_1 \Rightarrow v_B = 80 + 10(4)$

$$\therefore \; v_B = 120 \text{ m/s}$$

Por otro lado: $v_C = v_B - gt_2 \Rightarrow t_2 = \dfrac{120}{9{,}8} \approx 12{,}2$ s

Tiempo en movimiento: $2(12{,}2 + 10) = 44{,}4$ s

Parte (b) $H_{máx} = 1\,000 + x$

Pero: $x = v_B\, t_2 - \dfrac{1}{2} g t^2_2 \Rightarrow x = 120(12{,}2) - \dfrac{1}{2}(9{,}8)(12{,}2)^2$

$$\therefore \; x = 734{,}7 \text{ m}$$

Luego: $H_{máx} = 1\,000 + 734{,}7 = 1\,734{,}7$ m

Parte (c)

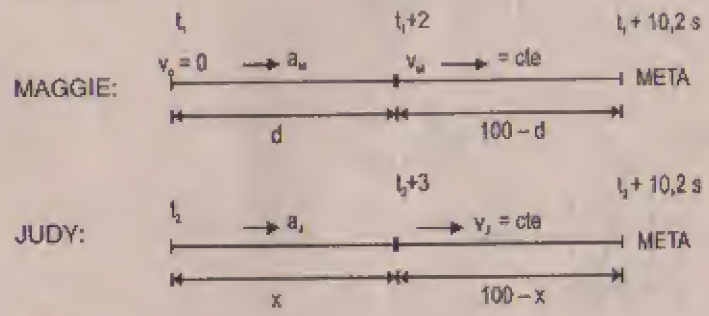
$$v_{f_A}^2 = v_0^2 + 2gH_{max}$$

$$\Rightarrow \quad v_{f_A}^2 = 0 + 2(9,8)(1\,734,7)$$

$$\therefore \quad V_{tierra} = 184,4 \text{ m/s}$$

77. En una carrera eliminatoria de 100 m, Maggie y Judy cruzan la meta con el mismo tiempo: 10,2 s. Acelerando uniformemente, Maggie tarda 2,00 s y Judie 3,00 s para alcanzar la velocidad máxima, la cual mantiene durante el resto de la competencia. a) ¿Cuál es la aceleración de cada velocista? b) ¿Cuáles son sus velocidades máximas respectivas? c) ¿Cuál de las velocistas va adelante en la marca de 6,00 s, y por qué distancia?

Resolución :



Parte (a)

Hallando la aceleración de Maggi:

$$v_M = 0 + 2a_M$$

$$(+)\begin{cases} d = 0 + \dfrac{1}{2}a_M(2)^2 = 2a_M \\ 100 - d = V_M(8,2) = 2a_M(8,2) = 16,4a_M \end{cases}$$

$$100 = 18,4a_M$$

$$\therefore \quad a_M = 5,43 \text{ m/s}^2$$

Hallando la aceleración de Judy:

$$v_J = 0 + 3a_J$$

$$(+)\begin{cases} x = a + \dfrac{1}{2}a_J(3)^2 = 4,5a_J \\ 100 - x = v_J(7,2) = 3a_J(7,2) = 21,6a_J \end{cases}$$

$$100 = 26,1\,a_J$$

$$\therefore \quad a_J = 3,83 \text{ m/s}^2$$

Parte (b): $v_{MAGGI} = 2a_M = 2(5,43) = 10,86$ m/s

$v_{JUDY} = 3a_J = 3(3,83) = 11,49$ m/s

Parte (c) $t = 6$ s

$$d_M = d_M(t \to t + 2) + d_M(t + 2 + t + 6)$$

$$\Rightarrow \quad 2(5,43) + 10,86(4) = 54,3 \text{ m}$$

$$\therefore \quad d_M = 54,3 \text{ m}$$

$$d_J = d_J(t_1 \to t_1 + 3) + d_J(t_1 + 3 + t_1 + 6)$$

$$\Rightarrow \quad d_J = 4,5(3,83) + 3(11,49)$$

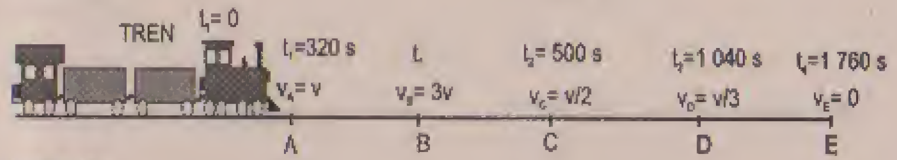
$$\therefore \quad d_J = 51,705 \text{ m}$$

Maggi va primera por una diferencia de:

$$54,3 - 51,705 = 2,595 \text{ m}$$

78. Un tren viaja de la siguiente manera: en los primeros 60 min se desplaza con velocidad v; en los siguientes 30 min lleva una velocidad de 3v; en los 90 min que le siguen viaja con una velocidad v/2; en los 120 min finales, se mueve con una velocidad de v/3. a) Dibuje la gráfica velocidad–tiempo para este recorrido. b) ¿Qué distancia recorre el tren en el viaje? c) ¿Cuál es la velocidad promedio del tren en el viaje completo?

Resolución :

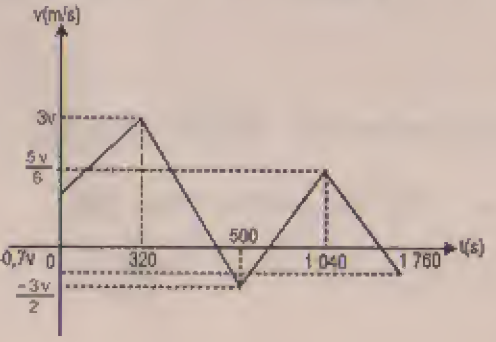


Parte (a)

$t_1 = 60$ min <> 320 s ; $t_2 = 30$ min <> 180 s

$t_3 = 90$ min <> 540 s ; $t_4 = 120$ min <> 720 s

$$v(t) = v + at$$



Sabemos: $(3v)^2 - v^2 = 2a_1\,(AB)$

Pero: $\dfrac{3v - v}{320} = a_1 \Rightarrow a_1 = \dfrac{v}{160}$

$$\Rightarrow \frac{8v^2}{2a_1} = \overline{AB} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{8v^2}{\dfrac{2v}{160}} \qquad \therefore\ \overline{AB} = 640v$$

Por otro lado: $\dfrac{v}{2} - 3v = 180\,a_2 \Rightarrow a_2 = -\dfrac{v}{72}$

Luego: $$\frac{(3v)^2 - \left(\dfrac{v}{2}\right)^2}{2\,\dfrac{v}{72}} = \overline{BC} \qquad \therefore\ \overline{BC} = 315v$$

Además: $\dfrac{v}{3} - \dfrac{v}{2} = 540\,a_3 \Rightarrow a_3 = -\dfrac{v}{3\,240}$

Luego: $$\frac{\left(\dfrac{v}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{v}{3}\right)^2}{2\left(\dfrac{v}{3\,240}\right)} = \overline{CD} \qquad \therefore\ \overline{CD} = 225v$$

Por último: $0 - \dfrac{v}{3} = 720\,a_4 \Rightarrow a_4 = -\dfrac{v}{2\,160}$

Entonces: $$\frac{\left(\dfrac{v}{3}\right)^2}{2\left(\dfrac{v}{2\,160}\right)} = \overline{DE} \qquad \therefore\ \overline{DE} = 120v$$

Parte (b)

Espacio total = distancia total: $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE}$

$$\Rightarrow \overline{AE} = 640v + 315v + 225v + 120v$$

$$\therefore\ \overline{AE} = 1\,300v\ \text{m}$$

Parte (c): $$v_{promedio} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\overline{AE}}{t_{total}} = \frac{1\,300\,v}{1\,760}$$

$$\therefore\ v_{promedio} = \frac{65v}{88}\ \text{m/s}$$

79. Dos objetos A y B se conectan mediante una barra rígida de longitud L. Los objetos deslizan a lo largo de rieles guía perpendiculares, como se muestra en la figura P2.81. Si A se desliza hacia la izquierda con velocidad constante v, encuentre la velocidad de B cuando $\alpha = 60°$.

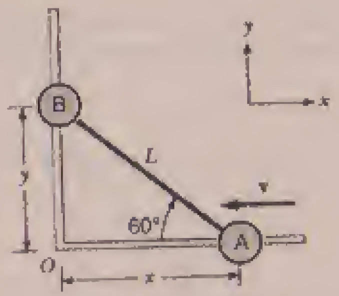


FIGURA P2.81

Resolución:

$-x_A(t) = L - vt$

$y_B(t) = v_B \cdot t$

$$\Rightarrow -x = L - vt \qquad \therefore\ t = \frac{L + x}{v}$$

$$y = v_B \cdot t$$

$$\Rightarrow v_B = \frac{y}{t} = \frac{y}{\dfrac{L+x}{v}} \qquad \therefore\ v_B = \frac{y \cdot v}{L + x}$$

Pero: $y = L\,\text{sen}60° = \dfrac{L\sqrt{3}}{2} \qquad x = L\cos 60° = \dfrac{L}{2}$

Reemplazando: $$v_B = \frac{\dfrac{L\sqrt{3}}{2}\cdot v}{L + \dfrac{L}{2}} = \frac{\sqrt{3}\,v}{3}$$

$$\therefore\ v_B = 0{,}577\ \text{m/s}$$

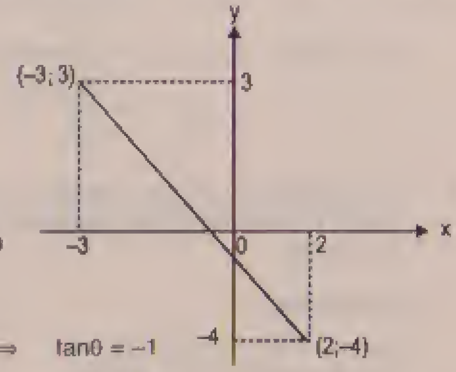
Capítulo 3

VECTORES

SISTEMAS DE COORDENADAS Y MARCOS DE REFERENCIA

1. Dos puntos en el plano xy tienen coordenadas cartesianas (2,00; −4,00) m y (−3,00; 3,00) m. Determine a) la distancia entre estos puntos y b) sus coordenadas polares.

Resolución :



Parte (a)

$D = \sqrt{(-3-2)^2+(3+4)^2} = \sqrt{74} = 8{,}6$ m

Parte (b)

Sea $A = (-3;3) \Rightarrow -3 = r\cos\theta \Rightarrow \tan\theta = -1$

$3 = r\,\text{sen}\theta \quad \therefore \quad \theta = 135°$

$r = \sqrt{(-3)^2+3^2} = 3\sqrt{2}$ m

Luego: $A = \left(3\sqrt{2}\ ;\ 135°\right)$

Sea: $B = (2;-4) \Rightarrow r = \sqrt{2^2+(-4)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} = 4{,}5$ m

$+2 = 4{,}5\cos\alpha$

$-4 = 4{,}5\,\text{sen}\alpha \Rightarrow \tan\alpha = -2 \quad \therefore \quad \alpha = \tan^{-1}(-2) = ?$

Luego: $B = (4{,}5\ \tan^{-1}(-2))$

2. Si las coordenadas rectangulares y polares de un punto son (2; y) y (r; 30°), respectivamente, determine "y" y r.

Resolución :

Dato (2, y) y (r, 30°) $2 = r\cos 30° \Rightarrow r = 4\sqrt{3}/3$

$y = r\,\text{sen}30° \Rightarrow y = \dfrac{4\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{1}{2} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

Luego: $y = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$; $r = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

3. Las coordenadas polares de un punto son r = 5,50 m y θ = 240,0°. ¿Cuáles son las coordenadas cartesianas de este punto?

Resolución:

Dato: r = 5,5 m; θ = 240°

$x = r\cos\theta \quad \Rightarrow \quad x = 5{,}5\cos 240° = -5{,}5\cos 60°$

$$\therefore \quad x = -5{,}5\left(\frac{1}{2}\right) = -2{,}75$$

$y = r\,\text{sen}\theta \quad \Rightarrow \quad y = 5{,}5\,\text{sen}240° = -5{,}5\,\text{sen}60°$

$$\therefore \quad y = \frac{-5{,}5}{2}\sqrt{3} = -2{,}75\sqrt{3}$$

4. Dos puntos en un plano tienen coordenadas polares (2,50 m; 30,0°) y (3,80 m, 120,0°). Determine a) las coordenadas cartesianas de estos puntos y b) la distancia entre ellos.

Resolución:

Sea el punto A = (2,5; 30°)
Sea el punto B = (3,8; 120°)

Parte (a)
Hallando «A»:

$x = 2{,}5\cos 30° \quad \Rightarrow \quad x = 2{,}5\,\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 1{,}25\sqrt{3}$

$y = 2{,}5\,\text{sen}30° \quad \Rightarrow \quad y = 2{,}5\,\dfrac{1}{2} = 1{,}25$

$$\therefore \quad A = (x, y) = \left(1{,}25\sqrt{3}\ ;\ 1{,}25\right)$$

Hallando «B»:

$x = 3{,}8\cos 120° \Rightarrow x = 8{,}8\,\text{sen}30°$

$$\therefore \quad x = -3{,}8 \times \frac{1}{2} = -1{,}9$$

$y = 3{,}8\,\text{sen}120° \Rightarrow y = +3{,}8\cos 30° = 3{,}8\,\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$$\therefore \quad y = 1{,}9\sqrt{3}$$

Luego $\quad B = (x; y) = \left(3{,}8\sqrt{3}/2\ ;\ 1{,}9\sqrt{3}\right)$

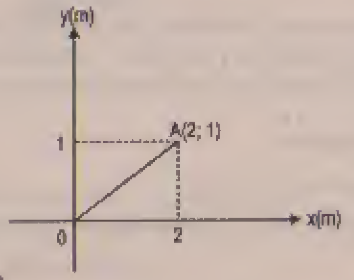
Parte (b)

$$D_{(A;\,B)} = \sqrt{\left(1{,}25\sqrt{3} - 3{,}8\sqrt{3}/2\right)^2 + \left(1{,}25 - 1{,}9\sqrt{3}\right)^2}$$

$$\therefore \quad D_{(A;\,B)} = 2{,}33$$

5. Cierta esquina de un cuarto se selecciona como el origen de un sistema de coordenadas rectangulares. Una mosca se mueve lentamente en una pared adyacente a uno de los ejes. Si la mosca se ubica en un punto que tiene coordenadas (2,00; 1,00) m, a) ¿a qué distancia se encuentra de la esquina del cuarto? b) ¿cuál es la posición en coordenadas polares?

Resolución:



Parte (a)

$$D_{(OA)} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} = 2{,}24\ \text{m}$$

Parte (b)

$x = r\cos\theta \quad \Rightarrow \quad 2 = \sqrt{5}\cos\theta$

$y = r\,\text{sen}\theta \quad \Rightarrow \quad 1 = \sqrt{5}\,\text{sen}\theta$

$$\therefore \quad \tan\theta = 1/2 \quad \Rightarrow \quad \theta = \frac{53°}{2}$$

Luego las coordenadas polares de la mosca será: $\left(\sqrt{5}\ ;\ 53°/2\right)$

6. Si las coordenadas polares del punto (x;y) son (r; θ), determine las coordenadas polares para los puntos: a) (–x; y), b) (–2x; –2y) y c) (3x; –3y).

Resolución:

Por dato: $(x; y) \rightarrow (r; \theta)$
Asumiendo r = 2 y θ = 30°

Parte (a) $x = 2\cos 30° \quad \Rightarrow \quad -x = -2\cos 30° = -\sqrt{3}$

$y = 2\,\text{sen}30° \quad \Rightarrow \quad y = 1$

$$\therefore \quad (x; -y) = \left(-\sqrt{3}\ ;\ 1\right)$$

Parte (b) $x = 2\cos 30° \quad \Rightarrow \quad -2x = -4\cos 30° = -2\sqrt{3}$

$y = 2\,\text{sen}30° \quad \Rightarrow \quad -2y = -4\,\text{sen}30° = -2$

$$\therefore \quad (-2x; -2y) = \left(-2\sqrt{3}\ ;\ -2\right)$$

Parte (c) $x = 2\cos 30°$ $\Rightarrow$ $3x = 6\cos 30° = 3\sqrt{3}$

$y = 2\,\text{sen}\,30°$ $\Rightarrow$ $-3y = -6\,\text{sen}\,30° = -3$

$\therefore\ (3x; -3y) = \left(3\sqrt{3}\,; -3\right)$

Reemplazando:

Las coordenadas en (a) serán: $(r; \pi/2 + \theta)$

Las coordenadas en (b) serán: $(2r; \theta)$

Las coordenadas en (c) serán: $(3r; \pi/2 + \theta)$

7. Un punto se localiza en un sistema de coordenadas polares mediante las coordenadas $r = 2{,}50$ m y $\theta = 35{,}0°$. Determine las coordenadas cartesianas de este punto, suponiendo que los dos sistemas de coordenadas tienen el mismo origen.

Resolución :

Sea: $A = (2{,}5;\ 35°)$

Entonces en coordenadas cartesianas será:

$x = 2{,}5\cos 35°$ $\qquad$ $y = 2{,}5\,\text{sen}\,35°$

Pero: $\text{sen}\,35° \approx 0{,}585$

$\cos 35° \approx 0{,}811$

Luego: $x = 2{,}5\ (0.811) = 2{,}03$

$y = 2{,}5\ (0{,}585) = 1{,}46$

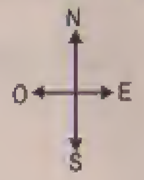
CANTIDADES VECTORIALES Y ESCALARES

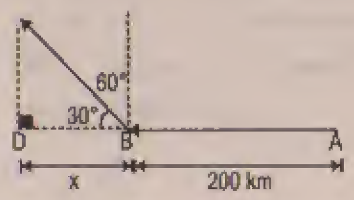
8. Un avión vuela 200 km rumbo al oeste desde la ciudad A hasta la ciudad B y después 300 km en la dirección de 30° al noroeste de la ciudad B hasta la ciudad C. a) En línea recta, ¿qué tan lejos está la ciudad C de la ciudad A? b) Respecto de la ciudad A, ¿en qué dirección está la ciudad C?

Resolución :

$|\overrightarrow{AB}| = 200$ km

$|\overrightarrow{BC}| = 300$ km





$$x = DB = |\overrightarrow{BC}|\cos 30° = 300\,.\frac{\sqrt{3}}{2} = 150\sqrt{3} \approx 259{,}8 \text{ km}$$

Parte (a)

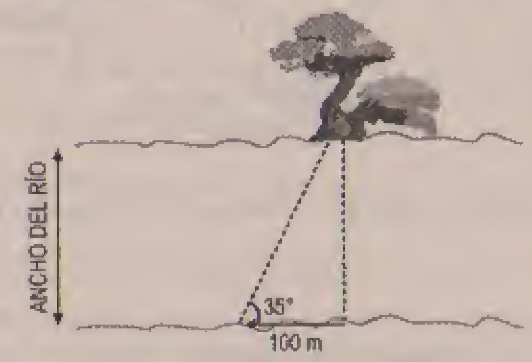
Nos piden: $\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{BD} = 259{,}8 \text{ km} + 200 \text{ km} = 459{,}8 \text{ km}$

Parte (b)

Está en la dirección 30° oeste del norte.

9. Una topógrafa calcula el ancho de un río mediante el siguiente método: se para directamente frente a un árbol en el lado opuesto y camina 100 m a lo largo de la rivera del río, después mira el árbol. El ángulo que forma la línea que parte de ella y termina en el árbol es de 35,0°. ¿Cuál es el ancho del río?

Resolución :



Tenemos que: $\tan 35° = \dfrac{\text{ANCHO DEL RÍO}}{100}$

$\Rightarrow$ ANCHO DEL RÍO $= \tan(35°) \times 100 = (0{,}700) \times 100$

$\therefore$ ANCHO DEL RÍO = 70 m

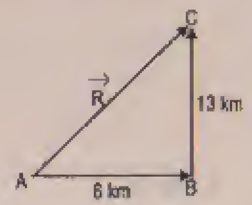
10. Un peatón camina 6,00 km al este y después 13,0 km al norte. Con el método gráfico determine la magnitud y la dirección del vector desplazamiento resultante.

Resolución :

$\vec{R} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

$|\vec{R}| = \sqrt{6^2 + 13^2} = \sqrt{205} \approx 14{,}32$ km

Dirección: $\tan\theta = \dfrac{13}{6} = 2{,}2$ $\qquad \therefore\ \theta = \text{arc}\tan(2{,}2)$

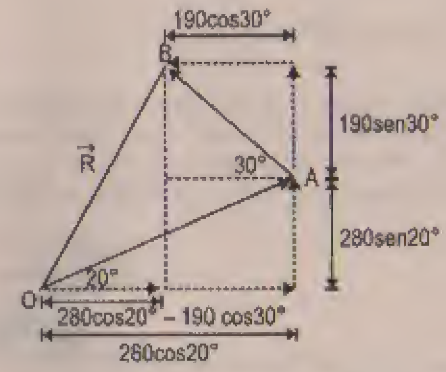


11. Un avión vuela desde su campamento base hasta el lago A, a una distancia de 280 km en dirección de 20,0° al noreste. Después de dejar caer provisiones, vuela hacia el lago B, ubicado a 190 km y 30,0° al noroeste del lago A. Determine gráficamente la distancia y la dirección del lago B al campamento base.

Resolución :

$|\vec{AB}| = 190$ km

$|\vec{OA}| = 280$ km



$$|\vec{R}| = \sqrt{(280\cos 20° - 190\cos 30°)^2 + (280\,\text{sen}\,20° + 190\,\text{sen}\,30°)^2}$$

$$\Rightarrow \quad |\vec{R}| = \sqrt{(96{,}7)^2 + (195{,}8)^2} \approx 218{,}4 \text{ km}$$

Dirección:

$$\tan\theta = -\frac{(190\,\text{sen}\,30° + 280\,\text{sen}\,20°)}{280\cos 20° - 190\cos 30°} = \frac{-195{,}8}{96{,}696} = -2{,}025$$

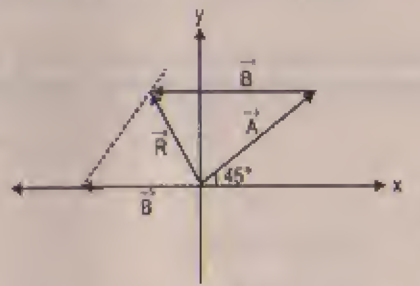
$$\therefore \quad \theta = \tan^{-1}(-2{,}025)$$

12. El vector A tiene una magnitud de 8,00 unidades y con el eje x positivo forma un ángulo de 45,0°. El vector B también tiene una magnitud de 8,00 unidades y está dirigido a lo largo del eje x negativo. Con los métodos gráficos encuentre a) el vector suma A + B, y b) el vector diferencia A – B.

Resolución :

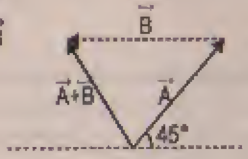
$|\vec{A}| = 8$

$|\vec{B}| = 8$

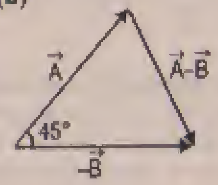


Parte (a)

$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$



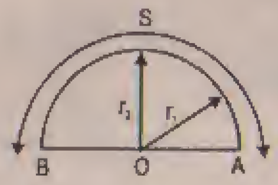
Parte (b)



13. Una persona camina por una trayectoria circular de radio 5,00 m, alrededor de la mitad de un círculo. a) Encuentre la magnitud del vector desplazamiento. b) ¿Qué distancia camina la persona? c) ¿Cuál es la magnitud del desplazamiento si la persona camina todo el recorrido alrededor de un círculo?

Resolución :

Parte (a)



$|\vec{OA}| = |\vec{OB}| = 5{,}00$ m

$|\Delta\vec{r}| = |\vec{OA}| + |\vec{OB}| = 10{,}00$ m

Parte (b) $S = \theta R = \pi(5) = 5\pi = 15{,}7$ m

Parte (c)

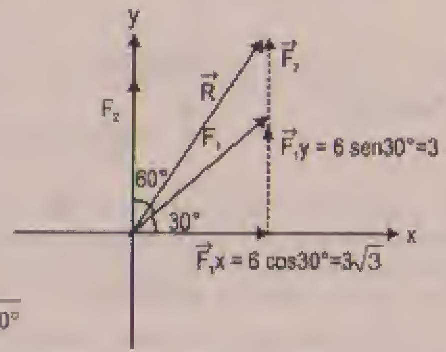
Si empieza en A y termina en A $\Rightarrow$ $|\Delta r| = 0$

14. Una fuerza F_1 de magnitud igual a 6,00 unidades actúa en el origen en una dirección 30,0° sobre el eje x. Una segunda fuerza F_2 de magnitud 5,00 unidades actúa en el origen en la dirección del eje y positivo. Encuentre gráficamente la magnitud y dirección de la fuerza resultante $F_1 + F_2$.

Resolución :

$|\vec{F}_1| = 6$ u

$|\vec{F}_2| = 5$ u



$$|\vec{R}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cos 60°}$$

$$\Rightarrow \quad |\vec{R}| = \sqrt{36 + 25 + 2(6)(5)\left(\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{91}$$

$$\therefore \quad |\vec{R}| = 9{,}54 \text{ m}$$

Dirección: $$\tan\theta = \frac{|\vec{F}_2| + |\vec{F}_{1y}|}{|\vec{F}_{1x}|} = \frac{5+3}{3\sqrt{3}} = \frac{8}{3\sqrt{3}} = 1{,}54$$

$$\therefore \quad \theta = \tan^{-1}(1{,}54)$$

15. Cada uno de los vectores de desplazamiento A y B mostrados en la figura P3.15 tiene una magnitud de 3,00 m. Determine gráficamente a) A + B, b) A – B, c) B – A y d) A – 2B.

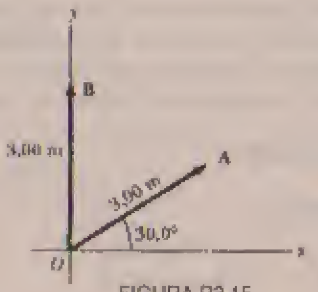
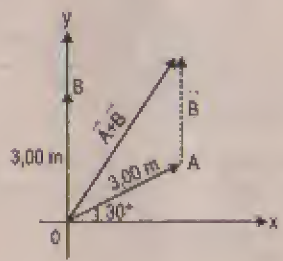


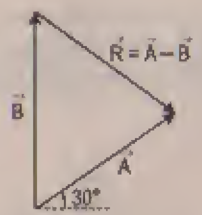
FIGURA P3.15

Resolución :

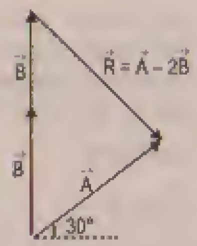
Parte (a)



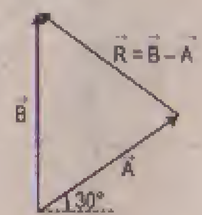
Parte (b)



Parte (d)

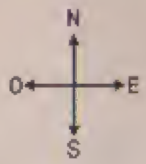


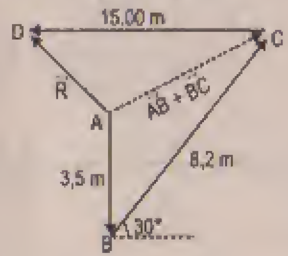
Parte (c)



16. Un perro que busca un hueso camina 3,5 m hacia el sur, después 8,2 m en un ángulo de 30° al noreste y finalmente 15 m al oeste. Encuentre el vector de desplazamiento resultante del perro utilizando técnicas gráficas.

Resolución :

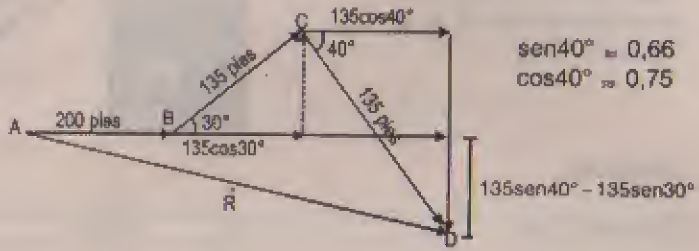




$$\vec{R} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} = \vec{AD}$$

17. Una montaña rusa se mueve 200 pies horizontalmente y después viaja 135 pies en un ángulo de 30,0° sobre la horizontal. Luego recorre 135 pies en un ángulo de 40,0° abajo de la horizontal. ¿Cuál es su desplazamiento desde su punto de partida? Utilice técnicas gráficas.

Resolución :



sen40° ≈ 0,66
cos40° ≈ 0,75

$$\therefore \quad \vec{R} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD}$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{(200+135\cos 30° + 135\cos 40)^2 + (135\,\text{sen}\,40° - 135\,\text{sen}\,30°)^2}$$

$$\Rightarrow \quad |\vec{R}| = \sqrt{(200+116{,}9+101{,}25)^2 + (89{,}1-67{,}5)^2}$$

$$\therefore \quad |\vec{R}| = 418{,}7 \text{ pies}$$

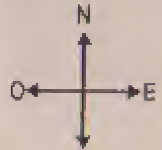
Dirección:

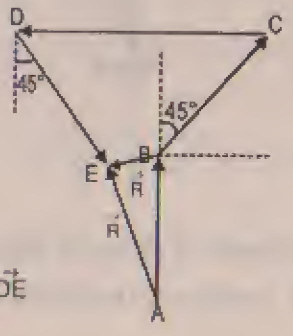
$$\tan\theta = \frac{135\,\text{sen}(40°) - 135\,\text{sen}\,30°}{200+135\cos 30 + 135\cos 40} = \frac{89{,}1-67{,}5}{200+116{,}9+101{,}25} = \frac{21{,}6}{418{,}15} = 0{,}052$$

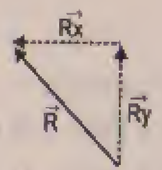
$$\therefore \quad \theta = \arctan(0{,}052)$$

18. El conductor de un automóvil maneja 3,00 km hacia el norte, 2,00 km al noreste (45,0° al este del norte), 4,00 km al oeste y después 3,00 km al sureste (45,0° al este del sur). ¿Dónde termina respecto de su punto de inicio? Represente su respuesta en forma gráfica. Compruébela usando componentes. (El auto no está cerca del Polo Norte o del Polo Sur.)

Resolución :







$$\vec{R} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE}$$

19. Encuentre las componentes horizontal y vertical del desplazamiento de 100 m de un superhéroe que vuela desde la azotea de un gran edificio siguiendo la trayectoria mostrada en la figura P3.19.

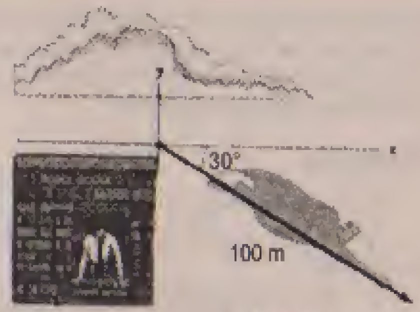
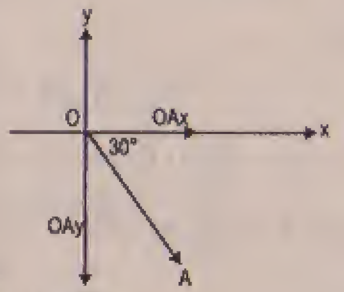


FIGURA P3.19

Resolución :

Sabemos que:

$|\vec{OA}| = 100$ m

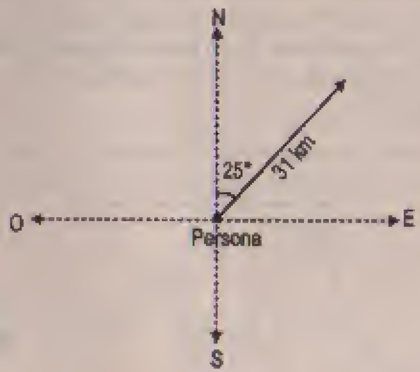


$\Rightarrow \quad |\vec{OA}_x| = |\vec{OA}|\cos 30° = 100 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}$ m

$|\vec{OA}_y| = |\vec{OA}|\text{sen}30° = 100 \cdot \dfrac{1}{2} = 50$ m

20. Una persona camina 25,0° al norte del este, recorriendo 3,10 km. ¿Cuánto tendría que caminar hacia el norte y hacia el este para llegar al mismo sitio?

Resolución :



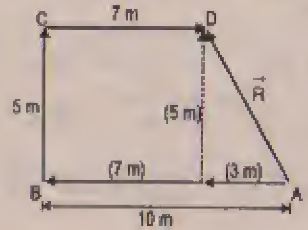
Luego caminará:

Hacia el Este: 31 km . sen25° = (31 km)(0,4226) = 13,1 km

Hacia el Norte: 31 km . cos25° = (31 km)(0,906) = 28,1 km

21. Indiana Jones está atrapado en un laberinto. Para encontrar la salida camina 10 m, da un giro de 90° a la derecha y camina 5,0 m, efectúa otro giro de 90° a la derecha camina 7,0 m. ¿Cuál es el desplazamiento desde su posición inicial?

Resolución :



$|\vec{R}| = \sqrt{(5)^2 + (3)^2} = \sqrt{34} = 5{,}83$ m

22. Al explorar una cueva, una espeleóloga aficionada comienza en la entrada y recorre las siguientes distancias. Se desplaza 75,0 m al norte, 250 m al este, 125 m en un ángulo de 30,0° al norte del este y 150 m al sur. Encuentre el desplazamiento resultante desde la entrada de la cueva.

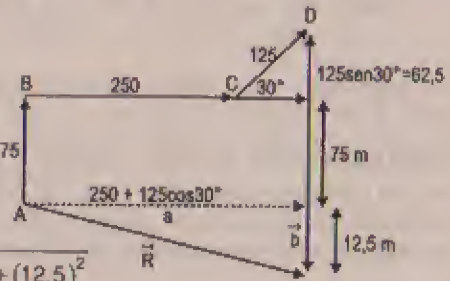
Resolución :

$|\vec{AB}| = 75$ m

$|\vec{BC}| = 250$ m

$|\vec{CD}| = 125$ m

$|\vec{DE}| = 150$ m



$|\vec{R}| = \sqrt{(250 + 125\cos 30°)^2 + (12{,}5)^2}$

$\therefore \quad |\vec{R}| = 358{,}52$ m

COMPONENTES DE UN VECTOR Y VECTORES UNITARIOS

23. Un vector tiene una componente x de –25,0 unidades y una componente y de 40,0 unidades. Encuentre la magnitud y dirección de este vector.

Resolución :

Sea $\vec{A}$ el vector

$\Rightarrow \quad \vec{A}x = -25\,\vec{i} \quad \wedge \quad \vec{A}y = 40\,\hat{j}$

$$\therefore \quad |\vec{A}| = \sqrt{(-25)^2 + (40)^2} = 47{,}17 \text{ u}$$

$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x} = \frac{-25}{40} = \frac{-5}{8} = -0{,}625$$

$$\therefore \quad \theta = \tan^{-1}(-0{,}625)$$

24. Las componentes x, y, z del vector B son de 4,00, 6,00 y 3,00 unidades, respectivamente. Calcule la magnitud de B y los ángulos que forma B con los ejes de coordenadas.

Resolución :

Sabemos que: $\vec{B} = 4\hat{i} + 6\hat{j} + 3\hat{k}$

$\Rightarrow \quad |\vec{B}| = \sqrt{4^2 + 6^2 + 3^2} = \sqrt{61} \approx 7{,}81$ u

$\cos\alpha = \dfrac{4}{|\vec{B}|} = \dfrac{4}{7{,}81} = 0{,}51 \Rightarrow \quad \alpha = \text{arc cos }(0{,}51)$

$\cos\beta = \dfrac{6}{|\vec{B}|} = \dfrac{6}{7{,}81} = 0{,}768 \Rightarrow \quad \beta = \text{arc cos }(0{,}768)$

$\cos\theta = \dfrac{3}{|\vec{B}|} = \dfrac{3}{7{,}81} = 0{,}384 \Rightarrow \quad \theta = \text{arc cos }(0{,}384)$

Por propiedad: $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\theta = 1$

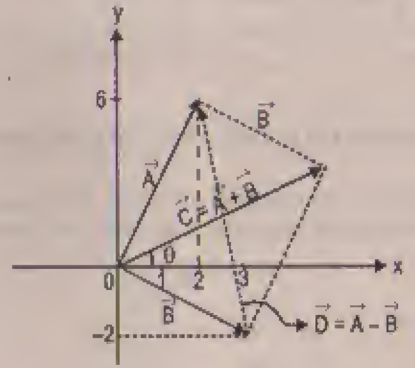
25. Dados los vectores $A = 2{,}0\hat{i} + 6{,}0\hat{j}$ y $B = 3{,}0\hat{i} - 2{,}0\hat{j}$. a) dibuje el vector suma C = A + B y el vector diferencia D = A − B. b) Encuentre soluciones analíticas para C y D primero en términos de vectores unitarios y después en coordenadas polares, con ángulos medidos respecto del eje + x.

Resolución :

Parte (a)

$\vec{A} = 2\hat{i} + 6\hat{j}$;

$\vec{B} = 3\hat{i} - 2\hat{j}$



Parte (b)

$\vec{A} = \vec{C} = \vec{A} + \vec{B} = 5\hat{i} + 4\hat{j}$; $\quad |\vec{C}| = \sqrt{(C_x)^2 + (C_y)^2}$

$\vec{C} = \vec{C}_x + \vec{C}_y$ $\quad \therefore \quad |\vec{C}| = \sqrt{(5)^2 + (4)^2} = \sqrt{41}$

$\vec{C}_x = 5\hat{i} \quad \wedge \quad \vec{C}_y = 4\hat{j}$

$\vec{C}_x = |\vec{C}|\cos\theta \quad \Rightarrow \quad \cos\theta = \dfrac{5}{\sqrt{41}} \qquad \therefore \tan\theta = \dfrac{4}{5} = 0{,}8$

$\vec{C}_y = |\vec{C}|\operatorname{sen}\theta \quad \Rightarrow \quad \operatorname{sen}\theta = \dfrac{4}{\sqrt{41}} \qquad \Rightarrow \theta = \tan^{-1}(0{,}8)$

$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$

$\vec{D} = -1\hat{i} + 8\hat{j} \longrightarrow \quad |\vec{D}| = \sqrt{(-1)^2 + (8)^2} = \sqrt{65}$

$\Rightarrow \quad \vec{D}_x = -1\hat{i} \quad \wedge \quad \vec{D}_y = 8\hat{j}$

$\vec{D}_x = |\vec{D}|\cos\alpha \Rightarrow \quad \cos\alpha = \dfrac{-1}{\sqrt{65}} \qquad \therefore \quad \tan\alpha = -8$

$\vec{D}_y = |\vec{D}|\operatorname{sen}\alpha \Rightarrow \quad \operatorname{sen}\alpha = \dfrac{8}{\sqrt{65}} \qquad \therefore \quad \alpha = \tan^{-1}(-8)$

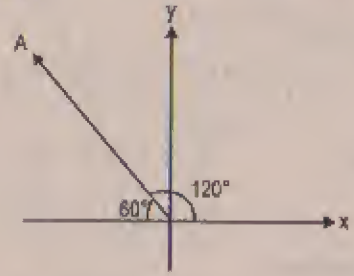
26. Un vector de desplazamiento en el plano xy tiene una magnitud de 50,0 m y está dirigido en un ángulo de 120,0° en relación con el eje x positivo. ¿Cuáles son las componentes rectangulares de este vector?

Resolución :

$|\vec{A}| = 50{,}0$ m

$\vec{A}_y = |A|\operatorname{sen}60° = 50 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}$ m

$\vec{A}_x = |A|\cos60° = 50 \cdot \dfrac{1}{2} = 25$ m



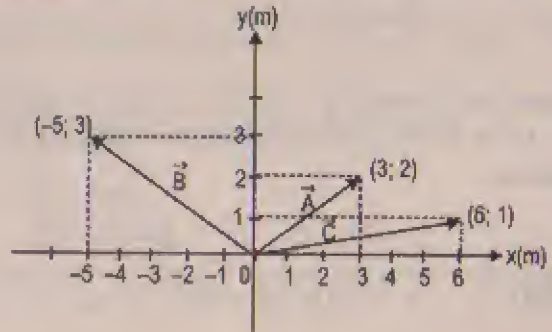
27. Determine la magnitud y dirección de la resultante de tres desplazamientos que tienen componentes rectangulares (3,00; 2,00) m, (−5,00; 3,00) m y (6,00; 1,00) m.

Resolución :

$\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j}$;

$\vec{B} = -5\hat{i} + 3\hat{j}$;

$\vec{C} = 6\hat{i} + \hat{i}$



$$\Rightarrow \quad \vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = (3\hat{i} + 2\hat{j}) + (-5\hat{i} + 3\hat{j}) + (6\hat{i} + \hat{j})$$

$$\Rightarrow \quad \vec{R} = 4\hat{i} + 6\hat{j}$$

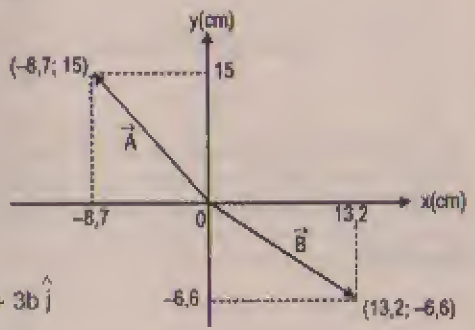
$$\therefore \quad |\vec{R}| = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52} = 7{,}21 \text{ m}$$

Dirección: $\tan\theta = \dfrac{R_y}{R_x} = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2} = 1{,}5$

$$\therefore \quad \theta = \tan^{-1}(1{,}5)$$

28. El vector A tiene componentes xy de –8,7 cm y 15 cm, respectivamente; el vector B tiene componentes xy de 13,2 cm y –6,6 cm, respectivamente. Si A – B + 3C = 0, ¿cuáles son las componentes de C?

Resolución:



Por dato:

$$A - B + 3C = 0$$

$$\Rightarrow \quad \vec{A} = -8{,}7\hat{i} + 15\hat{j}$$

$$\vec{B} = 13{,}2\hat{i} - 6{,}6\hat{j}$$

$$\vec{C} = a\hat{i} + b\hat{j} \qquad 3\vec{C} = 3a\hat{i} + 3b\hat{j}$$

Luego: $-8{,}7\hat{i} - 13{,}2\hat{i} + 3a\hat{i} = 0\hat{i}$ ... (1)

$15\hat{j} - 6{,}6\hat{j} + 3b\hat{j} = 0\hat{j}$ ... (2)

Resolviendo:

(1) : $3a = 21{,}9 \Rightarrow a = 7{,}3$

2) : $3b = -8{,}4 \Rightarrow b = -2{,}8$

Luego: $\vec{C} = 7{,}3\hat{i} - 2{,}8\hat{j}$

29. Considere dos vectores $A = 3\hat{i} - 2\hat{j}$ y $B = -\hat{i} - 4\hat{j}$. Calcule a) A + B, b) A – B, c) |A + B|, d) |A – B|, y e) la dirección de A + B y A – B.

Resolución:

Sea: $\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j}$; $\vec{B} = -\hat{i} - 4\hat{j}$

Parte (a): $\vec{A} + \vec{B} = \vec{R} = 2\hat{i} - 6\hat{j}$

Parte (b): $\vec{A} - \vec{B} = 3\hat{i} - 2\hat{j} - (-\hat{i} - 4\hat{j}) = 4\hat{i} + 2\hat{j}$

Parte (c): $|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{2^2 + (-6)^2} = \sqrt{40} = 6{,}32$

Parte (d): $|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \approx 4{,}47$

Parte (e):

$\tan\theta : \dfrac{-6}{2} = -3 \Rightarrow \theta$ = la dirección de $\vec{A} + \vec{B} = \tan^{-1}(-3)$

$\tan\alpha : \dfrac{2}{4} = 0{,}5 \Rightarrow \alpha$ = la dirección de $\vec{A} - \vec{B} = \tan^{-1}(0{,}5)$

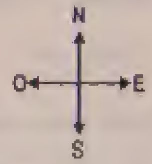
30. Un muchacho corre 3,0 cuadras al norte, 4,0 cuadras al noreste y 5,0 cuadras al oeste. Determine la longitud y dirección del vector desplazamiento que va del punto de partida hasta su posición final.

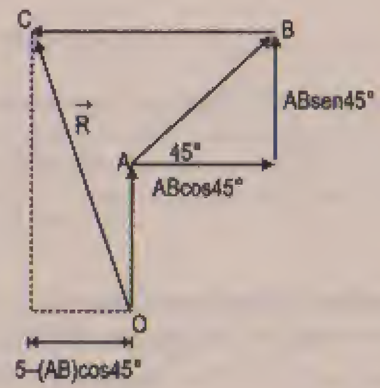
Resolución:

$|\vec{OA}|$ = 3 cuadras ;

$|\vec{AB}|$ = 4 cuadras ;

$|\vec{BC}|$ = 5 cuadras





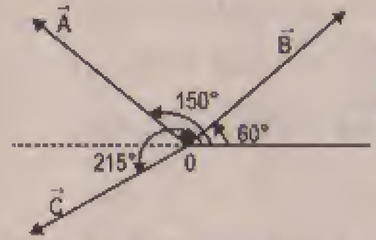
$$|\vec{R}| = \sqrt{(5 - AB\cos 45^\circ)^2 + (OA + AB\,\text{sen}\,45^\circ)^2} = \sqrt{(4{,}72)^2 + (5{,}83)^2} \approx 7{,}5 \text{ cuadras}$$

Dirección: $\tan\theta = \dfrac{3 + AB\,\text{sen}\,45^\circ}{5 - AB\cos 45^\circ} = \dfrac{3 + 2\sqrt{2}}{5 - 2\sqrt{2}} = \dfrac{5{,}83}{2{,}172} \approx 2{,}68$

$$\Rightarrow \quad \theta = \tan^{-1}(2{,}68)$$

31. Obtenga expresiones para los vectores de posición con coordenadas polares a) 12,8 m, 150°; b) 3,30 cm, 60,0°, y c) 22,0 pulg, 215°.

Resolución :



1 pulg ≈ 2,54 cm

$\cos 35^\circ \approx 0{,}573$

$\operatorname{sen} 35^\circ \approx 0{,}32$

$|\vec{A}| = 12{,}8$ m ; $|\vec{B}| = 3{,}30$ cm ; $|\vec{C}| = 22$ pulg

$|\vec{A}| = (r, \theta)$ Pero $x = r\cos\theta = 12{,}8\cos(150^\circ) = 12{,}8\times\left(-\sqrt{3}/2\right) = -11{,}09$

$= (12{,}8 \,;\, 150^\circ)$; $y = r\operatorname{sen}\theta = 12{,}8\operatorname{sen}(150^\circ) = 12{,}8\times\left(\dfrac{1}{2}\right) = 6{,}4$

$$\therefore \ \vec{A} = -11{,}09\,\hat{i} + 6{,}4\,\hat{j}\ \text{m}$$

$\vec{B} = (r;\theta) = (3{,}3;\,60^\circ) \Rightarrow \quad x = r\cos\theta = 3{,}3\cos 60^\circ = 1{,}65$

$y = r\operatorname{sen}\theta = 3{,}3\operatorname{sen}60^\circ = 2{,}86$

$$\therefore \ \vec{B} = (1{,}65\,\hat{i} + 2{,}86\,\hat{j})\ \text{cm}$$

$\vec{C} = (r;\theta) = (22;\,215^\circ) \Rightarrow \quad x = r\cos\theta = 22\cos 215^\circ = -22\cos(35^\circ) \approx -12{,}6$

$y = r\operatorname{sen}\theta = 22\operatorname{sen}215^\circ = -22\operatorname{sen}35^\circ \approx -18{,}04$

$$\therefore \ \vec{C} = (-12{,}6\,\hat{i} - 18{,}04\,\hat{j})\ \text{pulg.}$$

32. Considere el vector desplazamiento $A = (3\hat{i} + 3\hat{j})$ m; $B = (\hat{i} - 4\hat{j})$ m y $C = (-2\hat{i} + 5\hat{j})$ m. Con el método de componentes determine a) la magnitud y dirección del vector $D = A + B + C$, y b) la magnitud y la dirección de $E = -\vec{A} - \vec{B} + \vec{C}$.

Resolución :

$\vec{A} = (3\hat{i} + 3\hat{j})$ m ; $\vec{B} = (\hat{i} - 4\hat{j})$m ; $\vec{C} = (-2\hat{i} + 5\hat{j})$m

Parte (a)

$$\vec{D} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} \Rightarrow \quad \vec{D} = (3\hat{i} + \hat{i} - 2\hat{i}) + (3\hat{j} - 4\hat{j} + 5\hat{j})$$

$$\therefore \ \vec{D} = 2\hat{i} + 4\hat{j} \ \Rightarrow \ |\vec{D}| = \sqrt{(2)^2 + (4)^2} = \sqrt{20} \approx 4{,}47\ \text{m}$$

Dirección: $\tan\theta = \dfrac{4}{2} = 2 \quad \Rightarrow \quad \theta = \tan^{-1}(2)$

Parte(b)

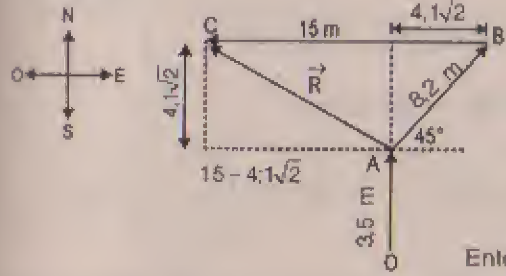
$$\vec{E} = -\vec{A} - \vec{B} + \vec{C} = (-3\hat{i} - 3\hat{j}) + (-\hat{i} + 4\hat{j}) + (-2\hat{i} + 5\hat{j})$$

$$\Rightarrow \quad \vec{E} = -6\hat{i} + 6\hat{j} \qquad \therefore \quad |\vec{E}| = 6\sqrt{2}\ \text{m}$$

Dirección: $\tan\theta = \dfrac{6}{-6} = -1 \qquad \therefore \quad \theta = \tan^{-1}(-1) = 135^\circ$

33. Una partícula efectúa los siguientes desplazamientos consecutivos: 3,50 m al sur, 8,20 m al noreste y 15,0 m al oeste. ¿Cuál es el desplazamiento resultante?

Resolución :



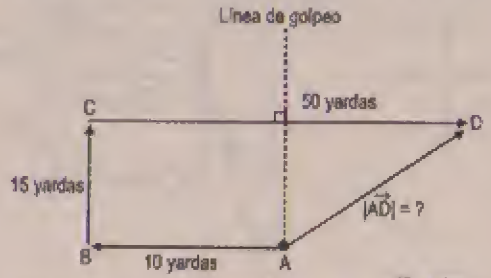
$$|\vec{R}| = \sqrt{\left(4{,}1\sqrt{2}\right)^2 + \left(15 - 4{,}1\sqrt{2}\right)^2}$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{(5{,}8)^2 + (9{,}2)^2}$$

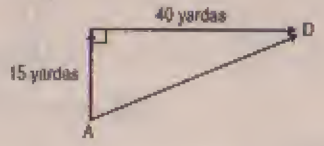
Entonces: $|\vec{R}| = \sqrt{118{,}24} = 10{,}9$ m

34. Un mariscal de campo toma el balón desde la línea de golpeo, corre hacia atrás 10 yardas y después recorre 15 yardas en paralelo a la misma línea de golpeo. En este punto, lanza un pase recto de 50 yardas dentro del campo perpendicular a la línea de golpeo. ¿Cuál es la magnitud del desplazamiento resultante del balón de fútbol?

Resolución :



El sistema es equivalente a:

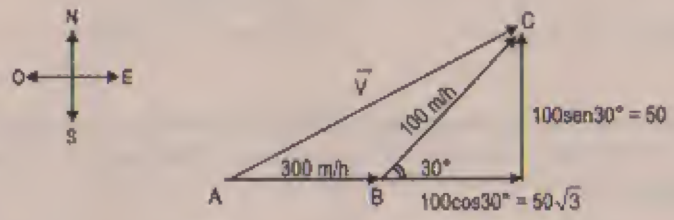


Entonces: $$|\overline{AD}| = \sqrt{(15\ \text{yardas})^2 + (40\ \text{yardas})^2}$$

$$\therefore \quad |\overline{AD}| = 42{,}72\ \text{yardas}$$

35. Un avión jet comercial que se mueve inicialmente a 300 mph hacia el este se mueve dentro de una región donde el viento sopla a 100 mph en una dirección de 30,0° al norte del este. ¿Cuáles son las nuevas velocidad y dirección de la aeronave?

Resolución :



Nos piden: $|\vec{V}| = \sqrt{(300+100\cos 30°)^2+(100\,\text{sen}30°)^2}$

$\Rightarrow \quad |\vec{V}| = \sqrt{151\ 959{,}56} \simeq 389{,}82$ m/h

Dirección: $\tan\theta = \dfrac{50}{\left(50\sqrt{3}+300\right)} = 0{,}13 \Rightarrow \theta = \tan^{-1}(0{,}13)$

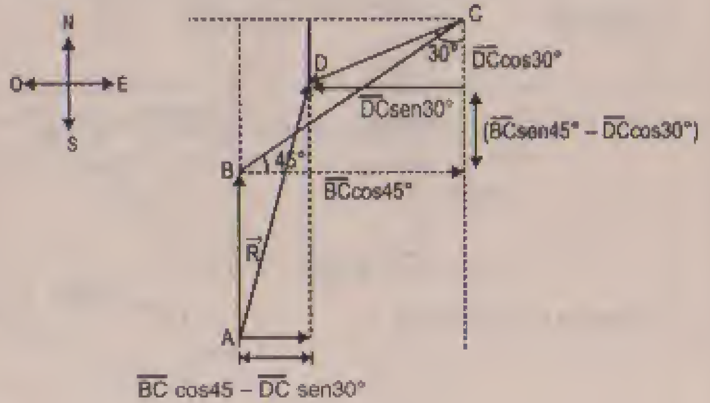
36. Un golfista novato necesita tres golpes para hacer un hoyo. Los desplazamientos sucesivos son 4,00 m hacia el norte, 2,00 m al noreste y 1,00 m 30.0° al oeste del sur. Si empezará en el mismo punto inicial, ¿cuál sería el desplazamiento más sencillo que un golfista experto necesitaría para hacer el hoyo?

Resolución :

$|\vec{AB}| = 4$ m

$|\vec{BC}| = 2$ m

$|\vec{CD}| = 1$ m



Según el gráfico:

$$|\vec{R}| = \sqrt{\left(|\vec{BC}|\cos 45° - |\vec{DC}|\text{sen}30°\right)^2+\left(|\vec{AB}|+|\vec{BC}|\text{sen}45° - |\vec{DC}|\cos 30°\right)^2}$$

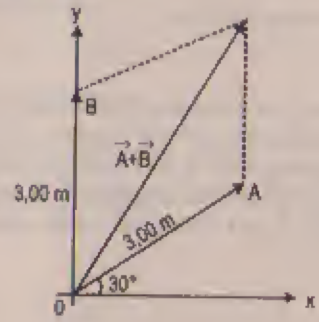
Pero: $|\vec{BC}|\cos 45° - |\vec{DC}|\text{sen}30° = 2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{1}{2} = 0{,}91$

$|\vec{AB}| + |\vec{BC}|\,\text{sen}\,45° - |\vec{DC}|\cos 30° = 2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+4 = 4{,}55$

$$\Rightarrow |\vec{R}| = \sqrt{(0{,}91)^2+(4{,}55)^2} = \sqrt{21{,}5306} \simeq 4{,}64 \text{ m}$$

37. Encuentre las componentes x e y de los vectores A y B mostrados en la figura P3.15. Deduzca una expresión para el vector resultante A + B en notación de vectores unitarios.

Resolución :



$\vec{A}+\vec{B} = (0\hat{i}+3\hat{j}) + (3\cos 30\,\hat{i} + 3\text{sen}30\,\hat{j})$

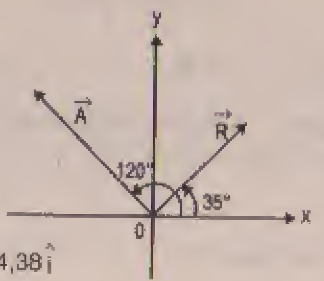
$\vec{A}+\vec{B} = 1{,}5\sqrt{3}\,\hat{i} + (1{,}5+3)\,\hat{j} = 2{,}6\hat{i} + 4{,}5\hat{j}$

38. Una partícula lleva a cabo dos desplazamientos. El primero tiene una magnitud de 150 cm y forma un ángulo de 120,0° con el eje x positivo. El desplazamiento resultante tiene una magnitud de 140 cm y se dirige a un ángulo de 35,0° respecto del eje x positivo. Encuentre la magnitud y dirección del segundo desplazamiento.

Resolución :

$|\vec{R}| = 140$ cm ;

$|\vec{A}| = 150$ cm



$\vec{R} = |\vec{R}|\cos 35°\,\hat{i} + |\vec{R}|\,\text{sen}35\,\hat{j}$

Pero: $|\vec{R}|\cos 35\,\hat{i} = 140\times 0{,}817\,\hat{i} = 114{,}38\,\hat{i}$

$|\vec{R}|\,\text{sen}35\,\hat{j} = 140\times 0{,}576\,\hat{j} = 80{,}64\,\hat{j}$

Sea: $B = a\hat{i} + b\hat{j}$ Sabemos que: $\vec{A} = -150\cos 60\,\hat{i} + 150\text{sen}60\,\hat{j}$

Luego: $\vec{R}_x = \vec{A}_x + Bx$ $\quad\therefore\quad \vec{A} = -75\hat{i} + 129{,}9\hat{j}$

$\vec{R}_y = \vec{A}_y + By$

$\Rightarrow \quad 114{,}38\hat{i} = (a - 75)\hat{i} \quad\Rightarrow\quad a = 114{,}38 + 75 \quad\therefore\quad a = 189{,}4$

$\wedge \quad 80{,}64\hat{j} = (129{,}9 + b)\hat{j} \Rightarrow \quad b = 80{,}64 - 129{,}9 \quad\therefore\quad b = -49{,}26$

En consecuencia: $\vec{B} = 189{,}4\hat{i} - 49{,}26\hat{j}$

Luego: $|\vec{B}| = \sqrt{(189{,}4)^2 + (-49{,}26)^2} = \sqrt{38\,298{,}9907} = 195{,}7$ cm

Dirección: $\tan\theta = -\dfrac{49{,}26}{189{,}4} = 0{,}26 \quad\therefore\quad \theta = \tan^{-1}(-0{,}26)$

39. El vector A tiene componentes x; y; z de 8,12 y –4 unidades, respectivamente. a) Escriba una expresión vectorial para A en notación de vectores unitarios. b) Obtenga una expresión de vectores unitarios para un vector B con una longitud de un cuarto de la longitud de A, apuntando en la misma dirección que A. c) Obtenga una expresión de vectores unitarios para un vector C con tres veces la longitud de A, apuntando en la dirección opuesta a la de A.

Resolución:

Por dato. $\vec{A} = (3;\ 12;\ -4)$ u

Parte (a) $\quad \vec{A} = 8\hat{i} + 12\hat{j} - 4\hat{k}$

Parte (b) $\quad |\vec{A}| = \sqrt{8^2 + 12^2 + (-4)^2} = \sqrt{224} = 4\sqrt{14}$

$\Rightarrow \quad |\vec{B}| = \sqrt{14} \quad\therefore\quad \vec{B} = a\hat{i} + b\hat{j} + c\hat{k}$

Pero: $a = 8k$; $\quad b = 12k$; $\quad c = -4k$

Luego $\quad (8k)^2 + (12k)^2 + (-4k)^2 = 14 \Rightarrow 224\,k^2 = 14$

$\therefore\quad k^2 = \dfrac{1}{16} \quad\Rightarrow\quad k = \dfrac{1}{4}$

En consecuencia: $\vec{B} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 1\hat{k}$

Parte (c) $\quad |\vec{C}| = 3|\vec{A}| \Rightarrow |\vec{C}| = 12\sqrt{14}$

Luego: $\vec{C} = a\hat{i} + b\hat{j} + c\hat{k}$

Sabemos: que: $\vec{A}$ y $\vec{C}$ no son paralelos

$\Rightarrow \quad a = -8k \quad\wedge\quad b = -12k \quad\wedge\quad C = 4k$

$\Rightarrow \quad (-8k)^2 + (-12k)^2 + (4k)^2 = 144 \times 14$

$\therefore\quad 224k^2 = 144 \times 14 \Rightarrow k^2 = 9 \quad\therefore\quad k = 3$

Luego: $\vec{C} = -24\hat{i} - 36\hat{j} + 12\hat{k}$

40. Las instrucciones para descubrir un tesoro enterrado son las siguientes: ir 75 pasos a 240°, girar hasta 135° y caminar 125 pasos, después caminar 100 pasos a 160°. Determine el desplazamiento resultante desde el punto de partida.

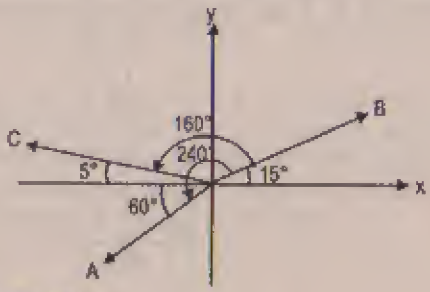
Resolución:

Planteamiento:

$|\vec{A}| = 75$ pasos ;

$|\vec{B}| = 125$ pasos ;

$|\vec{C}| = 100$ pasos



$\text{sen}15° = 0{,}26$

$\cos 15° = 0{,}97$

$\text{sen}15° = 0{,}117$

$\cos 5° = 0{,}99$

Sea $\vec{R}$ el vector resultante:

$|\vec{R}_x| = |\vec{B}|\cos 15° - |\vec{A}|\cos 60° - |\vec{C}|\cos 5° = 125 \times (0{,}97) - (75)(0{,}5) - 100(0{,}99)$

$|\vec{R}_y| = |\vec{B}|\,\text{sen}15° + |\vec{C}|\,\text{sen}5° - |\vec{A}|\,\text{sen}60° = 125 \times (0{,}26) + 100(0{,}117) - 75(0{,}87)$

$\therefore\quad \vec{R}_x = -15{,}25\hat{i} \quad\wedge\quad \vec{R}_y = -21{,}05\hat{j}$

$\therefore\quad |\vec{R}| = \sqrt{(-15{,}25)^2 + (-21{,}05)^2} = 25{,}99 = 26$ pasos

41. Dados los vectores desplazamiento $A = (3{,}0\hat{i} - 4{,}0\hat{j} + 4{,}0\hat{k})$ m y $B = (2{,}0\hat{i} + 3{,}0\hat{j} - 7{,}0\hat{k})$ m, encuentre las magnitudes de los vectores a) C = A + B, y b) D = 2A – B, expresando también cada uno en función de sus componentes rectangulares.

Resolución:

Sea: $\vec{A} = (a\hat{i} - 4\hat{j} + 4k)$ m ; $\quad \vec{B} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - 7\hat{k})$ m

Parte (a) $\quad \vec{C} - \vec{A} = \vec{B}$

$\Rightarrow \quad \vec{C} = (3\hat{i} - 4\hat{j} + 4\hat{k}) + (2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}) = (5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k})$ m

$\therefore\quad |C| = \sqrt{(5)^2 + (-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{35}$ m $= 5{,}92$ m

Parte (b)

$\vec{A} = (3\hat{i} - 4\hat{j} + 4\hat{k}) \quad \Rightarrow \quad 2\vec{A} = (6\hat{i} - 8\hat{j} + 8\hat{k})$ m

Luego: $\vec{D} = 2\vec{A} - \vec{B} = (6\hat{i} - 8\hat{j} + 8\hat{k}) - (2\hat{i} + 3\hat{j} - 7\hat{k})$

$\therefore \quad \vec{D} = (4\hat{i} - 11\hat{j} + 15\hat{k})$ m

Luego: $|\vec{D}| = \sqrt{(4)^2 + (-11)^2 + (15)^2} = \sqrt{362} = 19{,}026$ m

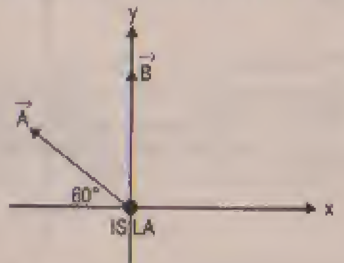
42. Al pasar sobre la isla Gran Bahama el ojo de un hurarán se mueve en una dirección 60,0°al norte del oeste con una velocidad de 41,0 km/h. Tres horas después se desvía hacia el norte y su velocidad se reduce a 25,0 km/h. ¿A qué distancia se encuentra el ojo del huracán 4,50 h después de que pasa por la isla?

Resolución :

$|\vec{A}| = 41$ km/h

$|\vec{B}| = 25$ km/h

$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$



$\vec{R}_x = -|\vec{A}|\cos 60°\,\hat{i} \quad \Rightarrow \quad \vec{R}_x = -20{,}5\,\hat{i}$

$\vec{R}_y = |\vec{B}|\,\hat{j} + |\vec{A}|\,\text{sen}60°\,\hat{j} \quad \Rightarrow \quad \vec{R}_y = 60{,}5\,\hat{j}$

Luego

Velocidad: $|\vec{R}|_{prom} = \sqrt{(-20{,}5)^2 + (60{,}5)^2} = \sqrt{4\,080{,}5} \approx 63{,}88$ km/h

$\Rightarrow$ Distancia luego de 4,5 horas = (63,88 km/h) $\approx$ 287,46 km

43. El vector A tiene una componente x negativa de 3,00 unidades de longitud y una componente y positiva de 2,00 unidades de longitud. a) Determine una expresión para A en notación de vectores unitarios. b) Determine la magnitud y la dirección de A. c) ¿Qué vector B, cuando se suma a A, produce un vector resultante sin componente x y una componente y negativa de 4,00 unidades de largo?

Resolución :

Dato: $\vec{A} = (-3\hat{i} + 2\hat{j})$ u

Parte (a): $\vec{A} = -3\hat{i} + 2\hat{j}$

Parte (b): $|\vec{A}| = \sqrt{(-3)^2 + (2)^2} = \sqrt{13}$

Dirección: $\tan\theta = \dfrac{2}{-3}$ –0,66 $\quad \therefore \quad \theta = \tan^{-1}(-0{,}66)$

Parte (c): Sea: $\vec{B} = a\hat{i} + b\hat{j}$

Por dato: $\vec{A} + \vec{B} = \vec{R} = (0\hat{i} - 4\hat{j})$ u

$\Rightarrow \quad (-3\hat{i} + 2\hat{j}) + (a\hat{i} + b\hat{j}) = 0\hat{i} - 4\hat{j}$

$\Rightarrow \quad -3\hat{i} + a\hat{i} = 0\hat{i} \quad \Rightarrow \quad a = 3$ u

$2\hat{j} + b\hat{j} = -4\hat{j} \quad \Rightarrow \quad b = -6$ u

$\therefore \quad \vec{B} = 3\hat{i} - 6\hat{j}$ u

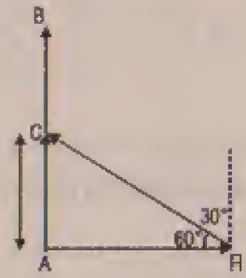
44. Un avión que parte desde el aeropuerto A vuela 300 km al este, después 350 km 30,0° al oeste del norte, luego 150 km al norte para llegar finalmente al aeropuerto B. No hay viento ese día. a) El día siguiente, otro avión vuela directamente de A a B en línea recta. ¿En qué dirección el piloto debe viajar en este vuelo directo? b) ¿Qué distancia recorrerá el piloto en este vuelo directo?

Resolución :

$|\vec{AR}| = 300$ km ;

$|\vec{RC}| = 350$ km ;

$|\vec{CB}| = 150$ km



Parte (a)

Dirección al norte

Parte (b)

Distancia = $|\vec{AC}| + |\vec{CB}|$ = RC sen60° + 150 = 453,11 km

45. El punto A en la figura P3.45 es un punto arbitrario a lo largo de la línea que conecta los dos puntos (x_2, y_2). Muestre que las coordenadas de A son $(1-f)x_1 + fx_2, (1-f)y_1 + fy_2$.

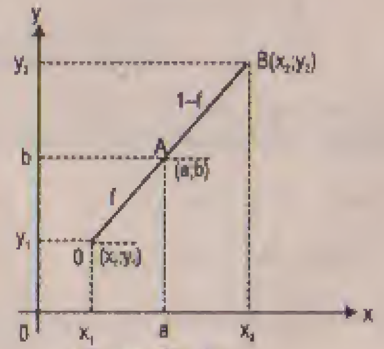


Figura P3.45

Resolución :

Sea: $\vec{OA}$ un vector y $\vec{AB}$ otro vector

$\Rightarrow |\vec{OA}| = f \qquad \Rightarrow |\vec{AB}| = 1 - f$

Sabemos que por componentes; y vectores unitarios:

$$\vec{OA} = (a - x_1)\hat{i} + (b - y_1)\hat{j} \qquad \vec{AB} = (x_2 - a)\hat{i} + (y_2 - b)\hat{j}$$

Además: $a - x_1 = f\cos\theta$ ... (1) $\qquad x_2 - a = (1 - f)\cos\theta$ ... (3)

$b - y_1 = f\,\text{sen}\theta$ ... (2) $\qquad y_2 - b = (1 - f)\,\text{sen}\theta$ ... (4)

Dividiendo (1) ÷ (3)

$$\frac{a - x_1}{x_2 - a} = \frac{f}{1-f} \Rightarrow a - fa - x_1 - x_1 f = x_2 f - af$$

$$\therefore a = (1 - f)x_1 + x_2 f$$

Ahora dividiendo (2) ÷ (4):

$$\frac{b - y_1}{y_2 - b} = \frac{f}{1-f} \Rightarrow b - bf - y_1 + fy_1 = fy_2 - bf$$

$$\therefore b = (1 - f)\,y_1 + y_2 f$$

$$\therefore A = (a; b) = [(1 - f)x_1 + x_2 f\,;\,(1 - f)y_1 + y_2 f]$$

46. Si $\vec{A} = (6{,}0\hat{i} - 8{,}0\hat{j})$ unidades, $\vec{B} = (-8{,}0\hat{i} + 3{,}0\hat{j})$ unidades, y $\vec{C} = (26{,}0\hat{i} + 19{,}0\hat{j})$ unidades, determine a y b de manera que $a\vec{A} + b\vec{B} + \vec{C} = 0$.

Resolución :

Por dato: $\vec{A} = (6\hat{i} - 8\hat{j})$ u ;

$\vec{B} = (-8\hat{i} + 3\hat{j})$ u ;

$\vec{C} = (20\hat{i} + 19\hat{j})$ u ; $\quad aA + bB + C = 0$

$\Rightarrow \quad a(6\hat{i} - 8\hat{j}) + b(-8\hat{i} + 3\hat{j}) + 26\hat{i} + 19\hat{j} = 0\hat{i} + 0\hat{j}$

$\Rightarrow \quad 6a\hat{i} - 8b\hat{i} + 26\hat{i} = 0\hat{i} \qquad \Rightarrow \quad 8b - 6a = 26$ ... (1)

$\quad -8a\hat{j} + 3b\hat{j} + 19\hat{j} = 0\hat{j} \qquad \Rightarrow \quad 8a - 3b = 11$ ... (2)

Resolviendo la ecuación resulta que $a = 5$ u $\wedge$ $b = 7$ u

47. Tres vectores se orientan como se muestra en la figura P3.47, donde $|\vec{A}| = 20{,}0$ unidades, $|\vec{B}| = 40{,}0$ unidades y $|\vec{C}| = 30{,}0$ unidades. Encuentre a) las componentes x e y del vector resultante, y b) la magnitud y dirección del vector resultante.

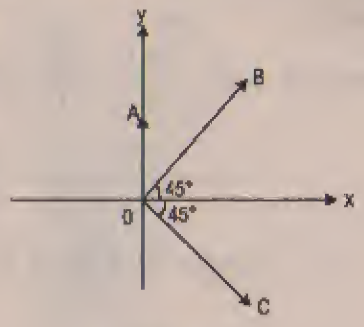


Figura P3.47

Resolución :

$|\vec{A}| = 20$ u ; $\qquad |\vec{B}| = 40$ u $\qquad ; \qquad |\vec{C}| = 30$ u

Parte (a) $\vec{R}_x = \vec{A}_x + \vec{B}_x + \vec{C}_x$

$\Rightarrow \quad \vec{R}_x = 0i + |\vec{B}|\cos 45° + |\vec{C}|\cos 45°\,j = 0 + 20\sqrt{2} + 15\sqrt{2} = 35\sqrt{2}\,i$

$\vec{R}_y = \vec{A}_y + \vec{B}_y + \vec{C}_y$

$\Rightarrow \quad \vec{R}_y = 20\hat{j} + |\vec{B}|\,\text{sen}45° - |\vec{C}|\,\text{sen}45°\,\hat{j} = 20\hat{j} + 5\sqrt{2}\,\hat{j} = (20 + 5\sqrt{2})\,\hat{j}$

Luego: $\quad \vec{R} = 35\sqrt{2}\,i + (20 + 5\sqrt{2})\,\hat{j}$ u

Parte (b)

$$|\vec{R}| = \sqrt{(35\sqrt{2})^2 + (20 + 5\sqrt{2})^2} = \sqrt{3183} = 56{,}42 \text{ u}$$

$$\text{Dirección: } \tan\theta = \frac{20 + 5\sqrt{2}}{35\sqrt{2}} = 0{,}547 \quad \therefore \quad \theta = \tan^{-1}(0{,}547)$$

PROBLEMAS ADICIONALES

48. Un vector está determinado por $R = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$. Encuentre a) las magnitudes de las componentes x; y; z, b) la magnitud de R, y c) los ángulos entre R y los ejes x; y; z.

Resolución :

$\vec{R} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$

Parte (a): $R_x = 2$; $R_y = 1$; $R_z = 3$

Parte (b): $|\vec{R}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + 3^2} = \sqrt{14}$

Parte (c)

Sabemos que: $\cos\alpha = \dfrac{R_x}{R} = \dfrac{2}{\sqrt{14}} = \dfrac{2\sqrt{14}}{14} = \dfrac{\sqrt{14}}{7} \quad \therefore \quad \alpha = \cos^{-1}\left(\sqrt{14}/7\right)$

$$\cos\beta = \frac{R_y}{R} = \frac{1}{\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{14}}{14} \quad \Rightarrow \quad \beta = \cos^{-1}\left(\sqrt{14}/14\right)$$

$$\cos\theta = \frac{R_z}{R} = \frac{3}{\sqrt{14}} = \frac{3\sqrt{14}}{14} \quad \Rightarrow \quad \theta = \cos^{-1}\left(3\sqrt{14}/14\right)$$

49. Una persona pasea por la trayectoria mostrada en la figura P3.49. El recorrido total se compone de cuatro trayectos rectos. Al final del paseo, ¿cuál es el desplazamiento resultante de la persona medido desde el punto de partida?

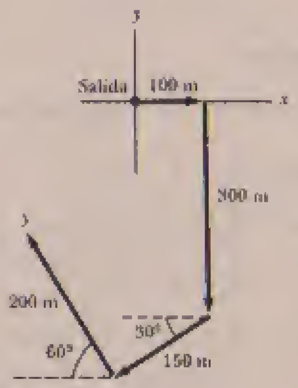
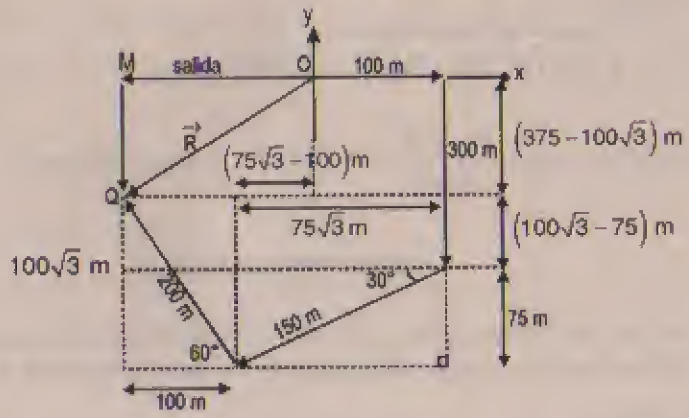


Figura P3.49

Resolución :



Luego:

$$\overline{OQ} = |\vec{R}| = \sqrt{|\vec{MO}|^2 + |\vec{MQ}|^2} = \sqrt{\left(75\sqrt{3}\right)^2 + \left[375 - 100\sqrt{3}\right]^2}$$

$$\therefore \quad |\vec{R}| = 240 \text{ m}$$

50. La pista del helicóptero en la figura P3.50 muestra a dos personas que jalan una obstinada mula. Encuentre a) la única fuerza que es equivalente a las dos fuerzas indicadas, y b) la fuerza que una tercera persona tendría que ejercer sobre la mula para hacer la fuerza resultante igual a cero.

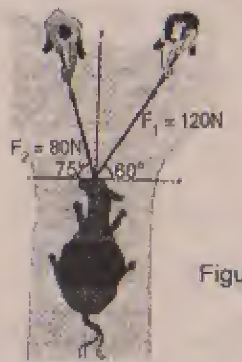


Figura P3.50

Resolución :50

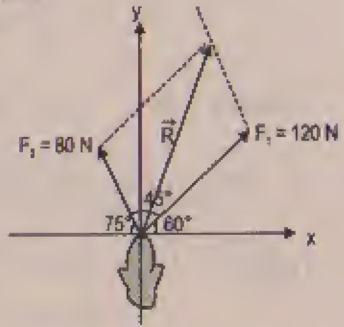
Parte (a)

$$|\vec{R}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 . F_2 \cos 45°}$$

$$\Rightarrow \quad |\vec{R}| = \sqrt{(120)^2 + (80)^2 + 2 \times 120 \times 80 . \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$= 10\sqrt{96\sqrt{2} + 208}$$

$$\therefore \quad |\vec{R}| \approx 185{,}4 \text{ N}$$



Parte (b)

La fuerza que una tercera persona tendría que ejercer sería igual en magnitud a la resultante es decir: ≈ −185,4 N

51. Una pirata ha enterrado su tesoro en una isla sobre la cual crecen cinco árboles localizados en los siguientes puntos: A(30 m; −20 m); B(60 m; 80 m); C(−10 m; 10 m), D(40 m; −30 m), y E(−70 m; 60 m), cuyas medidas se han establecido respecto de cierto origen, como muestra la figura P3.51. Su mapa le indica empezar en A y moverse rumbo a B, pero sólo la mitad de la distancia entre los dos puntos. Después debe caminar hacia C, cubriendo sólo un tercio de la distancia entre B y C. Luego debe dirigirse a D, recorriendo un cuarto de la distancia entre C y D. Por último debe moverse hacia E, cubriendo un quinto de la distancia entre D y E, detenerse y cavar. a) ¿Cuáles son las coordenadas del punto donde su tesoro está enterrado? b) Reacomode el orden de los árboles (por ejemplo, B(30 m, −20 m), A(60 m, 80 m), E(−10 m, 10 m), C(40 m, −30 m) y D(−70 m, 60 m) y repita el cálculo para demostrar que la respuesta no depende de dicho orden. (Sugerencia: Véase el problema 45.)

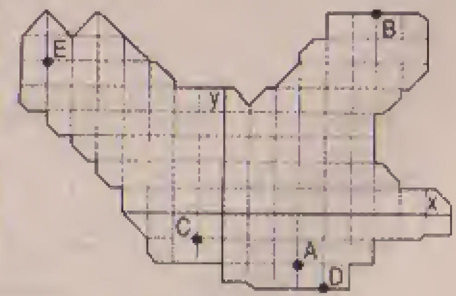
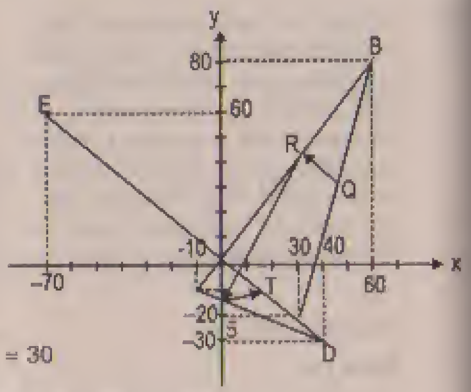


FIGURA P3.51

Resolución :



Sabemos que:

A = (30; −20) y

B = (60; 80)

$\Rightarrow \quad Q = (a, b)$

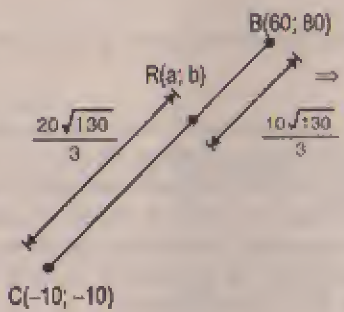
$$\Rightarrow \quad a = \frac{60+30}{2} = 45 \quad \wedge \quad b = \frac{80-20}{2} = 30$$

$\therefore \quad Q = (45; 30)$

Sabemos que: B = (60; 80) y C = (−10; −10)

$$\Rightarrow \quad |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{(60+10)^2+(80+10)^2} = 10\sqrt{130} \text{ m}$$

Luego:



Por demostración: (Prob. 45)

$$\Rightarrow \quad a = \left(\frac{10\sqrt{130}}{3}\right)(-10) + 60\left(\frac{20\sqrt{130}}{3}\right)$$

$\therefore \quad a = 1\,100\sqrt{130}/3$ m

$$b = \left(\frac{10\sqrt{130}}{3}\right)(-10) + 80\left(\frac{20\sqrt{130}}{3}\right)$$

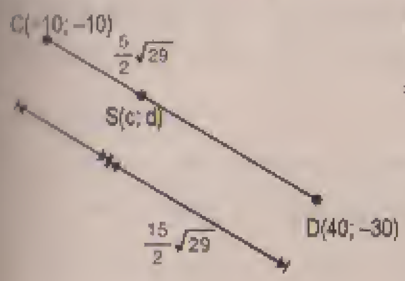
$\therefore \quad b = 500\sqrt{130}$ m

Luego: $R = \left(\frac{1\,100\sqrt{130}}{3};\ 500\sqrt{130}\right)$ m

Hallando el punto: «S»

Sabemos que: C = (−10; −10) ∧ D = (40; −30)

$$\Rightarrow |\overrightarrow{CD}| = \sqrt{(40+10)^2+(-30+10)^2} = 10\sqrt{29} \text{ m}$$



Por demostración: (Prob. 45)

$$\Rightarrow \quad C = \left(\frac{5}{2}\sqrt{29}\right)(40) + (-10)\left(\frac{15}{2}\sqrt{29}\right)$$

$\therefore \quad C = 25\sqrt{29}$ m

$$d = \left(\frac{5}{2}\sqrt{29}\right)(-30) + (-10)\left(\frac{15}{2}\sqrt{29}\right)$$

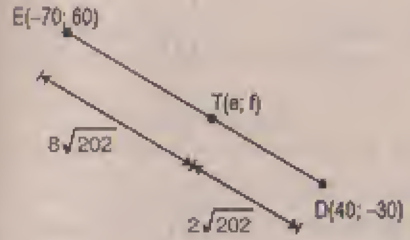
$\therefore \quad d = -150\sqrt{29}$ m

Luego: $S = \left(25\sqrt{29};\ -150\sqrt{29}\right)$ m

Hallando el punto: «T»

Sabemos que: D = (40; −30) y E = (−70; 60)

$$\Rightarrow |\overrightarrow{DE}| = \sqrt{(-70-40)^2+(60+30)^2} = 10\sqrt{202} \text{ m}$$



Por demostración: (Prob. 45)

$$e = \left(8\sqrt{202}\right)(40) + (-70)\left(2\sqrt{202}\right)$$

$\therefore \quad e = 180\sqrt{202}$

$$f = \left(8\sqrt{202}\right)(-30) + 60\left(2\sqrt{202}\right)$$

$\therefore \quad f = -120\sqrt{202}$

Luego: $T = \left(180\sqrt{202};\ -120\sqrt{202}\right)$ m

Parte (a)

Como el punto «T» es la última coordenada entonces su tesoro está enterrado en dicho punto, luego:

$$T = \left(180\sqrt{202};\ -120\sqrt{202}\right) \text{ m}$$

52. Un paralelepípedo rectangular tiene dimensiones a, b y c, como muestra la figura P3.52. a) Obtenga una expresión vectorial para el vector de la cara diagonal R_1. ¿Cuál es la magnitud de este vector? b) Obtenga una expresión vectorial para el vector de la diagonal del cuerpo R_2. ¿Cuál es la magnitud de este vector?

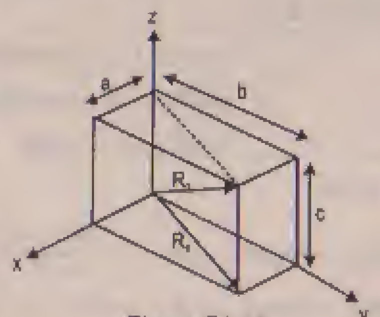


Figura P3.52

Resolución :

Parte (a) $\vec{R}_1 = \vec{R}_{1y} + \vec{R}_{1x} = b\hat{j} + a\hat{i}$

$\Rightarrow \quad |\vec{R}_1| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Parte (b) $\vec{R}_2 = \vec{R}_{2y} + \vec{R}_{2x} + \vec{R}_{2z} = b\hat{j} + a\hat{i} + c\hat{k}$

$\Rightarrow \quad |\vec{R}_2| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

53. Un punto P está descrito por las coordenadas (x; y) en relación con el sistema de coordenadas cartesiano ordinario mostrado en la figura P3.53. Muestre que (x'; y'), las coordenadas de este punto en el sistema de coordenadas rotado, se relacionan con (x; y) y el ángulo de rotación θ por medio de las expresiones.

$x' = x\cos\theta + y\,sen\theta$
$y' = -x\,sen\theta + y\cos\theta$

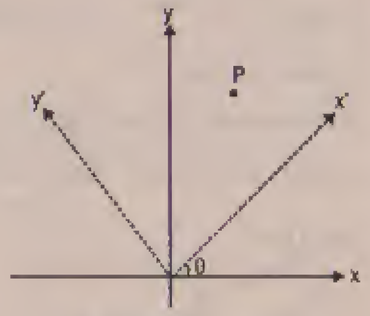


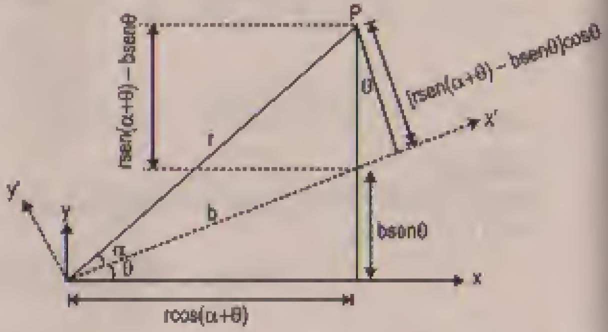
Figura P3.53

Resolución :

Por demostrar:

$x' = x\cos\theta + y\,sen\theta$

$y' = -x\,sen\theta + y\cos\theta$



Sabemos que:

$[r\,sen(\alpha + \theta) - b\,sen\theta]\cos\theta = r\,sen\alpha \quad \ldots (1)$

$[r\,sen(\alpha + \theta) - b\,sen\theta]sen\theta + b = r\cos\alpha \quad \ldots (2)$

$r\cos(\alpha + \theta) = b\cos\theta \quad \ldots (3)$

(3) en (2):

$$r\,sen(\alpha+\theta)sen\theta - sen^2\theta\left(\frac{r\cos(\alpha+\theta)}{\cos\theta}\right) + \frac{r\cos(\alpha+\theta)}{\cos\theta} = r\cos\alpha$$

$$r\,sen(\alpha+\theta)sen\theta \,.\, \cos\theta - r\cos(\alpha+\theta) \,.\, sen^2\theta + r\cos(\alpha+\theta) = r\cos\alpha \,.\, \cos\theta$$

$$r\,sen(\alpha+\theta) \,.\, sen\theta \,.\, \cos\theta + r\cos(\alpha+\theta)\,[1 - sen^2\theta] = r\cos\alpha \,.\, \cos\theta$$

$$r\,sen(\alpha+\theta) \,.\, sen\theta \,.\, \cos\theta + r\cos(\alpha+\theta)\cos^2\theta = r\cos\alpha \,.\, \cos\theta$$

Simplificando:

$r\,sen(\alpha+\theta)sen\theta + r\cos(\alpha+\theta)\cos\theta = r\cos\alpha$

Pero: $r\cos(\alpha+\theta) = x$; $r\,sen(\alpha+\theta) = y$; $r\cos\alpha = x'$

Reemplazando: $y\,sen\theta + \alpha\cos\theta = x'$

Así también:
(3) en (1):
$r\,sen(\alpha+\theta)\cos\theta - b\,sen\theta\cos\theta = r\,sen\alpha$

$$\Rightarrow \quad r\,sen(\alpha+\theta)\cos\theta - \frac{r\cos(\alpha+\theta)}{\cos\theta}\,sen\theta\cos\theta = r\,sen\alpha = y'$$

Luego: $y\cos\theta - x\,sen\theta = y'$

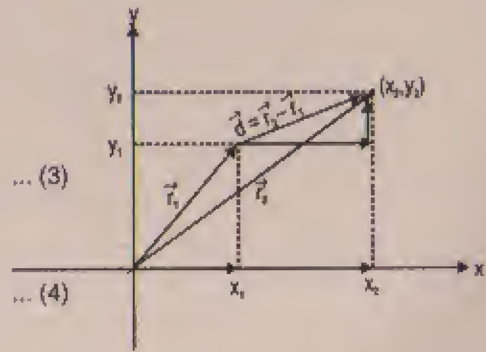
Por lo tanto: $x' = y\,sen\theta + x\cos\theta$
$y' = y\cos\theta - x\,sen\theta$ L.q.q.d

54. Un punto que se encuentra en el plano xy cuyas coordenadas son (x; y) puede describirse mediante el vector de posición $r = x\hat{i} + y\hat{j}$. a) Muestre que el vector de desplazamiento para una partícula que se mueve de $(x_1; y_1)$ a $(x_2; y_2)$ está dado por $d = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j}$. b) Dibuje los vectores de posición r_1 y r_2 y el vector desplazamiento d y verifique mediante el método gráfico que $d = r_2 - r_1$.

Resolución :

$r_1 = x_1\hat{i} + y_1\hat{j} \quad \ldots (1)$

$r_2 = x_2\hat{i} + y_2\hat{j} \quad \ldots (2)$



Pero:

$\vec{d} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} \quad \ldots (3)$

(2) – (1):

$\vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} \quad \ldots (4)$

Por lo tanto:
(4) = (3) $\Rightarrow$ 4 = 3 L.q.q.d

Capítulo 4

MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES
LOS VECTORES DESPLAZAMIENTO, VELOCIDAD Y ACELERACIÓN

1 Suponga que la trayectoria de una partícula está dada por $\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{i} + y(t)\,\hat{j}$ con $x(t) = at^2 + bt$ y $y(t) = ct + d$, donde a, b, c y d son constantes que tienen dimensiones apropiadas. ¿Qué desplazamiento experimenta la partícula entre t = 1 s y t = 3 s?

Resolución :

$\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{i} + y(t)\,\hat{j}$ $\qquad x(t) = at^2 + bt \qquad y(t) = ct + d$

$x(1) = a + b \quad \wedge \quad x(3) = 9a + 3b$

$\Rightarrow \quad \Delta\vec{x} = (9a + 3b) - (a + b) = 8a + 2b$

$y(1) = c + d \quad \wedge \quad y(3) = 3c + d \quad \Rightarrow \quad \Delta\vec{y} = (3c + d) - (c + d) = 2c$

$\therefore \quad \Delta\vec{r} = (8a + 2b)\,\hat{i} + 2c\,\hat{j}$

En $t_1 \rightarrow t_2$

2 Suponga que el vector de posición para una partícula está dado como $r(t) = x(t)\,\hat{i} + y(t)\,\hat{j}$ con $x(t) = at + b$ e $y(t) = ct^2 + d$, donde a = 1,00 m/s; b = 1,00 m/s; b = 1,00 m; c = 0,125 m/s² y d = 1,00 m. a) Calcule la velocidad promedio durante el intervalo de tiempo de t = 2,00 s a t = 4,00 s. b) Determine la velocidad y la rapidez en t = 2,00 s.

Resolución :

$\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{i} + y(t)\,\hat{j}$

$x(t) = at + b \;;\; y(t) = ct^2 + d$

$a = 1\ m/s \;;\; b = 1\ m \;;\; c = 0{,}125\ m/s^2 \;;\; d = 1{,}00\ m$

Parte (a)

$$\underset{(t=2s \rightarrow t=4s)}{\vec{V}_{xprom}} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{x_{(4)} - x_{(2)}}{4-2} = \frac{(4+1)-(2+1)}{2} = 1\ m/s\ \hat{i}$$

$$\underset{(t=2s \rightarrow t=4s)}{\vec{V}_{yprom}} = \frac{\Delta\vec{y}}{\Delta t} = \frac{y_{(4)} - y_{(2)}}{4-2} = \frac{(2+1)-\left(\frac{1}{2}+1\right)}{2} = 0{,}75\ m/s\ \hat{j}$$

$$\therefore \quad \vec{V}_{prom} = 1{,}0\ m/s\ \hat{i} + 0{,}75\ m/s\ \hat{j}$$

Parte (b)

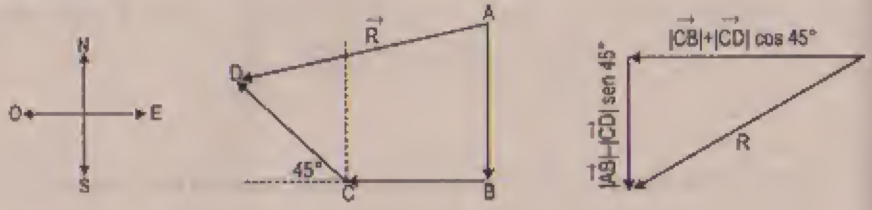
$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (a\hat{i} + 2ct\hat{j})\ m/s \quad \Rightarrow \quad \vec{V}_{(t)} = \hat{i} + 0{,}25t\ \hat{j}$$

Entonces: $\vec{V}_{(t)} = \hat{i} + 0{,}5\hat{j}$ m/s
$t = 2$ s

Luego la rapidez: $|\vec{V}| = \sqrt{1^2 + (0{,}5)^2} = \sqrt{1{,}25} \approx 1{,}12\ m/s$

3. Un motociclista conduce hacia el sur a 20,0 m/s durante 3,00 min, luego vira al oeste y viaja a 25,0 m/s por 2,00 min y, por último, viaja hacia el noroeste a 30,0 m/s durante 1,00 min. Para este viaje de 6,00 min, encuentre:
a) El vector resultante del desplazamiento, b) La rapidez promedio y c) La velocidad promedio.

Resolución :



Desplazamientos:

$|\vec{AB}| = 20 \times 180 = 3\ 600$ m en 3 minutos = 180 s
$|\vec{BC}| = 25 \times 120 = 3\ 000$ m en 2 minutos = 120 s
$|\vec{CD}| = 30 \times 60 = 1\ 800$ m en 1 minuto = 60 s

$$|\vec{R}|_{\text{Desplaz.}} = \sqrt{\left(3\ 000 + 1\ 800\sqrt{2}/2\right)^2 + \left(3\ 600 - 1\ 800\sqrt{2}/2\right)^2}$$

Entonces el desplazamiento = $|\vec{R}| = 4\ 865{,}5$ m

Parte (b)
Hallando la velocidad resultante:

$$|\vec{R}|_{\text{Veloc.}} = \sqrt{\left(25 + \frac{30\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(20 - \frac{30\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{22{,}8} = 4{,}77\ m/s$$

$$\text{Rapidez promedio} = \frac{|\vec{R}|}{t_{total}} = \frac{8\ 400\ m}{6 \times 60\ s} = 23{,}3\ m/s$$

Parte (c)

$$v_{prom} = \frac{\Delta x_{total}}{\Delta t} = \frac{4\ 865{,}5\ m}{360\ s} = 13{,}52\ m/s$$

4. Una pelota de golf es golpeada en el borde de un montículo. Las coordenadas x e y de la pelota de golf contra el tiempo están dadas por las expresiones x = (18.0 m/s) t y y = (4,00 m/s)t − (4,90 m/s²)t². a) Escriba una expresión vectorial para la posición r como una función del tiempo t utilizando los vectores unitarios $\hat{i}$ y $\hat{j}$. Tomando derivadas, repita para b) el vector velocidad v(t) y c) el vector aceleración a(t). d) Determine las coordenadas x e y de la pelota en t = 3,00 s. Con los vectores unitarios $\hat{i}$ y $\hat{j}$, escriba expresiones para e) la velocidad v y f) la aceleración a en el instante t = 3,00 s.

Resolución :

$$x(t) = (18\ m/s)t \quad \wedge \quad y(t) = (4\ m/s)t - (4{,}90\ m/s^2)t^2$$

Parte (a) $\quad \vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} = 18t\hat{i} + (4t - 4{,}90t^2)\hat{j}$ m

Parte (b) $\quad \vec{V}_{(t)} = \dfrac{d\vec{r}_{(x)}}{dt} \Rightarrow \vec{V}_{(t)} = 18\hat{i} + (4 - 9{,}8t)\hat{j}$ m/s

Parte (c) $\quad \vec{a}(t) = \dfrac{d\vec{V}}{dt} = a\hat{i} - 9{,}8\hat{j}$ m/s²

Parte (d)
Para t = 3 s
$\Rightarrow$ x(3) = 54 m y y(3) = 4(3) − (4,90)(9) = −32,1 m

Parte (e)
Para t = 3 s

$$\Rightarrow \quad \vec{V}(3) = 18\hat{i} + [4 - 9{,}8(3)]\hat{j} = 18\hat{i} - 25{,}4\hat{j}\ m/s$$

Para (f)
Para t = 3 s

$$\vec{a}(3) = 0\hat{i} - 9{,}8\hat{j}\ m/s^2$$

Constante en el tiempo

MOVIMIENTO BIDIMENSIONAL CON ACELERACIÓN CONSTANTE

5. En $t = 0$ una partícula moviéndose en el plano xy con aceleración constante tiene una velocidad de $v_o = (3\hat{i} - 2\hat{j})$ m/s en el origen. En $t = 3$ s, su velocidad está dada por $v = (9\hat{i} + 7\hat{j})$ m/s. Encuentre a) la aceleración de la partícula y b) sus coordenadas en cualquier tiempo t.

Resolución :

En $t = 0$ s $\rightarrow$ $\vec{V}_0 = (3\hat{i} - 2\hat{j})$ m/s

En $t = 3$ s $\rightarrow$ $\vec{V}_{(3)} = (9\hat{i} + 7\hat{j})$ m/s

Parte (a) y parte (b)

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{V}}{dt} = \text{Pero } \vec{a} = \frac{\vec{V}_{(3)} - \vec{V}_{(0)}}{3} = \frac{(9\hat{i} + 7\hat{j}) - (3\hat{i} - 2\hat{j})}{3}$$

$$\therefore \quad \vec{a} = (2\hat{i} + 3\hat{j}) \text{ m/s}^2 \text{ (coordenadas)}$$

Entonces: $|\vec{a}| = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{13}$ m / s^2

6. Una partícula parte del reposo en $t = 0$ en el origen y se mueve en el plano xy con una aceleración constante de $\vec{a} = (2\hat{i} + 4\hat{j})$ m/s^2. Después de que ha transcurrido un tiempo t, determine a) las componentes x e y de la velocidad, b) las coordenadas de la partícula, y c) la rapidez de la partícula.

Resolución :

$\vec{a} = (2\hat{i} + 4\hat{j})$ m/s^2 ; $V_0 = 0,0$

Parte (a)

Sabemos que: $\frac{d\vec{V}_{(x)}}{dt} = 2 \quad \Rightarrow \quad \int_0^t dV = \int_0^t 2dt$

$\Rightarrow \quad \vec{V}_x(t) = 2t\hat{i}$ m/s

Sabemos que: $\frac{d\vec{V}_{(y)}}{dt} = 4 \quad \Rightarrow \quad \int_0^t dv = \int_0^t 4dt$

$\Rightarrow \quad \vec{V}_y(t) = 4t\hat{j}$ m/s

Luego: $\vec{V}(t) = (2t\hat{i} + 4t\hat{j})$ m/s

Parte (b)

$$\frac{dx}{dt} = \vec{V}_x = 2t \quad \Rightarrow \quad \int_0^t dx = \int_0^t 2t\,dt \quad \therefore \quad x(t) = t^2 \text{ m}$$

$$\frac{dy}{dt} = \vec{V}_y = 4t \quad \Rightarrow \quad \int_0^t dy = \int_0^t 4t\,dt \quad \therefore \quad y(t) = 2t^2 \text{ m}$$

Luego: $\vec{r}(t) = x\hat{i} + y\hat{j} = (t^2\hat{i} + 2t^2\hat{j})$ m

7. Un pez que nada en un plano horizontal tiene velocidad $v_o = 4,0\hat{i} + 1,0\hat{j}$) m/s en un punto en el océano cuyo vector de posición es $r_o = (10,0\hat{i} - 4,0\hat{j})$ m relativo a una roca estacionaria en la playa. Después de que el pez nada con aceleración constante durante 20,0 s, su velocidad es $v = (20,0\hat{i} - 5,0\hat{j})$ m/s. a) ¿Cuáles son las componentes de la aceleración? b) ¿Cuál es la dirección de la aceleración respecto del eje x fijo? c) ¿Dónde se encuentra el pez en $t = 25$ s y en qué dirección se mueve?

Resolución :

$\vec{V}_o = (4\hat{i} + 1\hat{j})$ m/s ; en $t = 20$ s ; $\vec{V}_f = (20\hat{i} - 5\hat{j})$ m/s

$\vec{r}_o = (10\hat{i} - 4\hat{j})$ m ; $\vec{a}$ = cte

Parte (a)

$$\vec{a} = \frac{\vec{V}_f - \vec{V}_o}{20} = \frac{(20\hat{i} - 5\hat{j}) - (4\hat{i} - \hat{j})}{20} = \left(\frac{4}{5}\hat{i} - \frac{1}{5}\hat{j}\right) \text{ m / s}^2$$

Parte (b)

$$\text{Dirección de } \vec{a} = \tan\theta = \frac{-\frac{1}{5}}{\frac{4}{5}} = -1/4 = -0,25 \quad \therefore \theta = \tan^{-1}(-0,25)$$

Parte (c)

$$\vec{r}_{(25)} = \vec{r}_0 + \vec{V}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

$$\Rightarrow \quad \vec{r}_{(25)} = (10\hat{i} - 4\hat{j}) + (4\hat{i} + \hat{j})(25) + \frac{1}{2}\left(\frac{4}{5}\hat{i} - \frac{1}{5}\hat{j}\right)(625)$$

Luego: $\vec{r}_{(25)} = (360\hat{i} - 41,5\hat{j})$ m

$$\text{Dirección en que se mueve} = \tan\theta = -\frac{41,5}{360} = -0,115 \quad \therefore \theta = \tan^{-1}(-0,115)$$

8. La posición de una partícula varía en el tiempo de acuerdo con la expresión $\vec{r} = (3{,}00\,\hat{i} - 6{,}00\,t^2\,\hat{j})$ m. a) Encuentre expresiones para la velocidad y la aceleración como funciones del tiempo. b) Determine la posición y la velocidad de la partícula en t = 1,00 s.

Resolución:

$$\vec{r}\,(t) = (3\hat{i} - 6t^2\hat{j})\ \text{m}$$

Parte (a)

$$\vec{V}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = 0\hat{i} - 12t\hat{j} \quad \Rightarrow \quad \vec{V}(t) = (0\hat{i} - 12t\hat{j})\ \text{m/s}$$

$$\vec{a}\,(t) = \frac{dV}{dt}(0\hat{i} - 12\hat{j}) \quad \therefore \quad \vec{a}\,(t) = (0\hat{i} - 12\hat{j})\ \text{m/s}^2$$

Parte (b)

$$\vec{r}\,(1\ s) = 3{,}00\hat{i} - 6{,}00\,(1)^2\hat{j} = (3{,}00\hat{i} - 6{,}00\hat{j})\ \text{m}$$

$$\vec{V}(1\ s) = 3{,}00\hat{i} - 12{,}00\,(1)^2\hat{j} = (3{,}00\hat{i} - 12{,}00\hat{j})\ \text{m/s}$$

9. Las coordenadas de un objeto en movimiento en el plano xy varían con el tiempo de acuerdo con las expresiones x = −(5,0 m)sen(t) e y = (4,0 m) − (5,0 m) cos(t), donde t está en segundos. a) Determine los componentes de la velocidad y las de la aceleracion en t = 0 s. b) Escriba expresiones para el vector de posición, el vector de velocidad y el vector de aceleración en cualquier tiempo t > 0. c) Describa la trayectoria del objeto en una gráfica xy.

Resolución:

$$\vec{x}\,(t) = -5\text{sen}(t)\,\hat{i}\ \text{m}\ ; \quad \vec{y}\,(t) = 4 - 5\cos(t)\,\hat{j}\ \text{m}$$

Parte (a)

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{V}_x(t) = -5\cos(t)\,\hat{i}\ \text{m/s}\ ; \quad \vec{V}_y(t) = 5\text{sen}(t)\,\hat{j}\ \text{m/s}$$

$$\vec{a}_x = \frac{d\vec{V}_x}{dt} = 5\text{sen}(t)\,\hat{i}\ \text{m/s}^2\ ; \quad \vec{a}_y = \frac{d\vec{V}_y}{dt} = 5\cos(t)\,\hat{j}\ \text{m/s}^2$$

Luego:

$$\vec{V}_{(0)} = (-5\hat{i} + 0\hat{j})\ \text{m/s}$$

$$\vec{a}_{(0)} = (0\hat{i} + 5\hat{j})\ \text{m/s}^2$$

Parte (b):

$$\vec{r}\,(t) = [-5\text{sen}(t)\,\hat{i} + 4 - 5\cos(t)\,\hat{j}]\ \text{m}$$

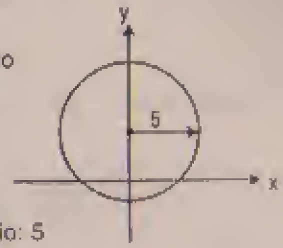
$$\vec{V}(t) = [-5\cos(t)\,\hat{i} + 5\text{sen}(t)\,\hat{j}]\ \text{m/s}$$

$$\vec{a}\,(t) = [5\text{sen}(t)\,\hat{i} + 5\cos(t)\,\hat{j}]\ \text{m/s}^2$$

Parte (c)

$$\left.\begin{aligned} x = -5\text{sen}(t) \quad &\Rightarrow \quad \text{sen}(t) = -\frac{x}{5} \\ y = 4 - 5\cos(t) \quad &\Rightarrow \quad \cos(t) = \frac{4-y}{5} \end{aligned}\right\}\ \text{Desarrollando}$$

Luego: $x^2 + (y-4)^2 = 5^2$



La trayectoria: circunferencia con vértice (0; 4) y radio: 5

MOVIMIENTO DE PROYECTILES

10. Jimmy está en la parte inferior de una colina, mientras que Billy se encuentra 30 m arriba de la misma. Jimmy está en el origen de un sistema de coordenadas xy, y la línea que sigue la pendiente de la colina está dada por la ecuación y = 0,4x, como se muestra en la figura P4.10. Si Jimmy lanza una manzana a Billy con un ángulo de 50° respecto de la horizontal, ¿con qué velocidad debe lanzar la manzana para que pueda llegar a Billy?

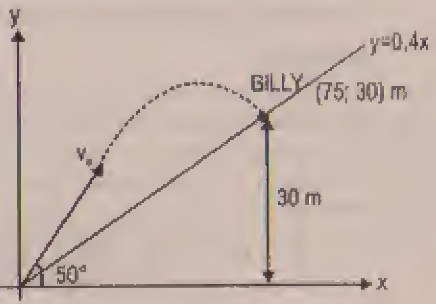


Figura P4.10

Resolución:

sen50° ≈ 0,775
cos50° = 0,632

Considerar: $g = 10\ \text{m/s}^2$

Sabemos que: $30 = (0{,}4)(x) \quad \therefore \quad x = 75$ m

Por fórmula: $x = v_o \cdot \cos 50°\,(t) \quad \Rightarrow \quad 75 = v_o \cdot \cos 50° \cdot t$

$$t = \frac{75°}{v_o \cdot \cos 50°} \qquad \text{...(1)}$$

$$30 = v_o \cdot \text{sen}50°t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad \text{... (2)}$$

(2) en (1):

$$30 = v_o \cdot \text{sen}50°\left(\frac{75°}{v_o \cdot \cos 50°}\right) - 5\left(\frac{75°}{v_o \cos 50°}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad 30 = 75\tan 50^\circ - \frac{75\times 75\times 5}{v_o^2\cos^2 50^\circ}$$

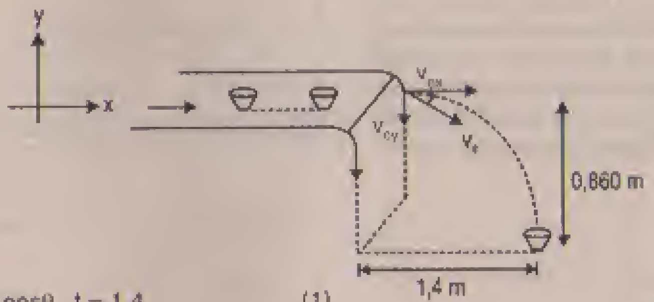
Desarrollando: $v_o^2 = \sqrt{\left(\dfrac{75^2\times 5}{75\tan 50^\circ - 30}\right)\left(\dfrac{1}{\cos^2 50^\circ}\right)}$

$$\therefore \; v_o = \frac{75}{\cos 50^\circ}\sqrt{\frac{5}{75\tan 50^\circ - 30}} \approx 33{,}71 \text{ m/s}$$

11. En un bar local, un cliente hace deslizar un tarro vacío de cerveza sobre la barra para que vuelvan a llenarlo. El cantinero está momentáneamente distraído y no ve el tarro, el cual cae de la barra y golpea el piso a 1,40 m de la base de la misma. Si la altura de la barra es 0,860 m, a) ¿con qué velocidad abandonó el tarro la barra, y b) ¿cuál fue la dirección de la velocidad del tarro justo antes de chocar con el piso?

Resolución :

Considerar $g = 10$ m/s^2



$v_o x \cos\theta \, . \, t = 1{,}4$ ... (1)

$v_o y \,\text{sen}\theta \, . \, t + \frac{1}{2} g\, t^2 = 0{,}86$ ... (2)

(1) en (2):

$$\Rightarrow \quad v_o \, . \,\text{sen}\theta\left(\frac{1{,}4}{v_o . \cos\theta}\right) + 5\left(\frac{1{,}4}{v_o . \cos\theta}\right)^2 = 0{,}86$$

Pero: $v_x \, . \, t = v_o \, . \cos\theta \, . \, t$

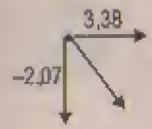
Pero $v_o\text{sen}\theta = v_{oy} = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{sen}\theta = 0 \quad \therefore \quad \theta = 0$

$$\Rightarrow \quad 1{,}4\tan\theta + 5\left(\frac{1{,}4}{v_o\cos\theta}\right)^2 = 0{,}86$$

$$\Rightarrow \quad v_o^2 = \frac{5\times(1{,}4)^2}{0{,}86}\times\frac{1}{\cos^2(0)} = \frac{5\times(1{,}4)^2}{0{,}86}$$

$$\therefore \; v_o \approx 3{,}38 \text{ m/s con } \theta = 0^\circ$$

Parte (b)



Como: $v_x \, . \, t = 1{,}4 \quad \Rightarrow \quad t = 1{,}4/3{,}38 = 0{,}4142$ s

Luego $v_y\,(t) = -5t^2 \quad \Rightarrow \quad v_y = -5(t) = -5\,(0{,}4142)$

$\therefore \quad v_y = -2{,}07$

Luego la dirección:

$$\tan\theta = -\frac{2{,}07}{3{,}38} = 0{,}613 \; \therefore \; \theta = \tan^{-1}(-0{,}613)$$

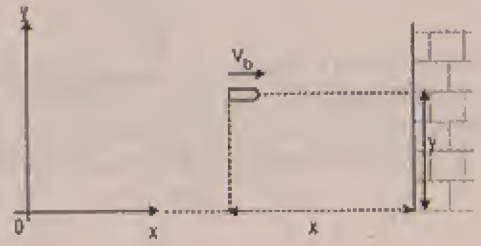
12. Una estudiante decide medir la velocidad de orificio de las balas de su pistola de perdigones. Apunta la pistola horizontalmente hacia un blanco situado en una pared vertical a una distancia x de la pistola. Los tiros inciden en el blanco a una distancia vertical y abajo de la pistola. a) Demuestre que la posición de la bala cuando viaja por el aire es $y = Ax^2$, donde A es una constante. b) Exprese la constante A en función de la velocidad inicial y de la aceleración de caída libre. c) Si $x = 3{,}0$ m y $y = 0{,}21$ m, ¿cuál es la velocidad de la pistola?

Resolución :

Parte (a)

Por demostrar: $y = A\,x^2$

Donde A es una constante sabemos que por movimiento de proyectiles $v_{ox} = \text{cte}$.



$\Rightarrow \quad v_{ob} \times t = x$ ... (1)

$v_{oy} \times t = \frac{1}{2} g t^2 = y$ ... (2)

Pero $v_{oy} = 0 \Rightarrow$ (1) en (2)

Tenemos: $\frac{1}{2} g\left(\dfrac{x}{v_{ob}}\right)^2 = y \qquad \therefore \quad y = \left[\dfrac{g}{2\,v_o^2}\right] . \, x^2$

Pero como: $\dfrac{g}{2\,v_o^2} = \text{cte} \quad \Rightarrow \quad y = Ax^2 \qquad$ l.q.q.d.

Parte (b)

Luego como a es constante $\Rightarrow$ $a = \dfrac{g}{2\,v_o^2}$

Parte (c)

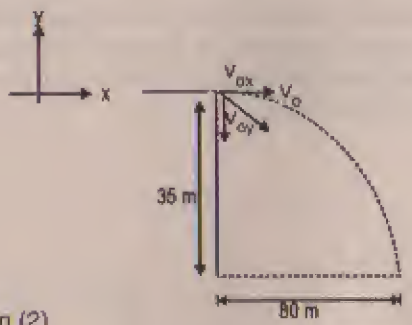
x = 3,0 m ; y = 0,21

$$\Rightarrow \quad 0{,}21 = \frac{9{,}8}{2v_o^2}(3{,}0)^2 \quad \Rightarrow \quad v_o^2 = \frac{(3{,}0)^2(9{,}8)}{2(0{,}21)}$$

$$\therefore \quad v_{ob} = \sqrt{\frac{(3{,}0)^2(9{,}8)}{2\,(0{,}21)}} \approx 14{,}5 \text{ m/s}$$

13. Una pelota se lanza horizontalmente desde la azotea de un edificio de 35 m de altura. La pelota golpea el suelo en un punto a 80 m de la base del edificio. Encuentre: a) el tiempo que la pelota permanece en vuelo, b) su velocidad inicial, y c) las componentes x e y de la velocidad justo antes de que la pelota pegue en el suelo.

Resolución :



Considerar: g = 10 m/s²

$v_{oy} = 0$

$80 = v_{ox}t$ ... (1)

$35 = v_{oy}t + \frac{1}{2}gt^2$ ... (2)

(1) en (2)

$$35 = 5\left(\frac{80}{v_{ox}}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad v_o^2x = \frac{5\,(80)^2}{35} \quad \Rightarrow \quad v_{ox} = \sqrt{\frac{5\times 80^2}{35}}$$

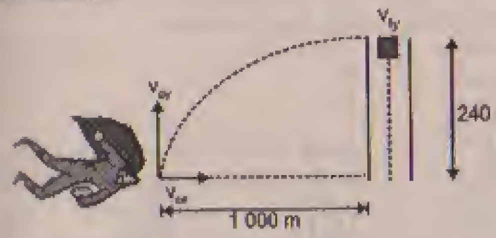
$$\therefore \quad v_o = 30{,}24 \text{ m/s}$$

14. Supermán vuela al nivel de los árboles cuando ve que el elevador de la Torre Eiffel empieza a desplomarse (el cable se rompe). Su visión de rayos X le indica que Luisa Lane está en el interior. Si Supermán se encuentra a 1,00 km de distancia de la torre, y el elevador cae desde una altura de 240 m, ¿cuánto tarda Supermán en salvar a Luisa y cuál debe ser su velocidad promedio?

14A. Supermán vuela al nivel de los árboles cuando ve que el elevador de la Torre Eiffel empieza a desplomarse (el cable se rompe). Su visión de rayos X le indica que Luisa Lane está en el interior. Si Supermán se encuentra a una distancia d de la

torre, y el elevador cae desde una altura h, ¿cuánto tarda Supermán en salvar a Luisa y cuál debe ser su velocidad promedio?

Resolución :



Considerar:

g = 10 m/s²

$$v_{ox}\,t = 1000 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad v_{ox} = \frac{1\,000}{7{,}088} = 141{,}08 \text{ m/s}$$

$$v_{oy}\,t - \frac{1}{2}gt^2 = 240 \text{ m}$$

$$v_{fy}^{\ 2} = v_{oy}^{\ 2} - 2g\,H_{máx} \quad \Rightarrow \quad v_{oy} = \sqrt{2g(240)} = \sqrt{20\times 240}$$

$$\therefore \quad v_{oy} = 69{,}3 \text{ m/s}$$

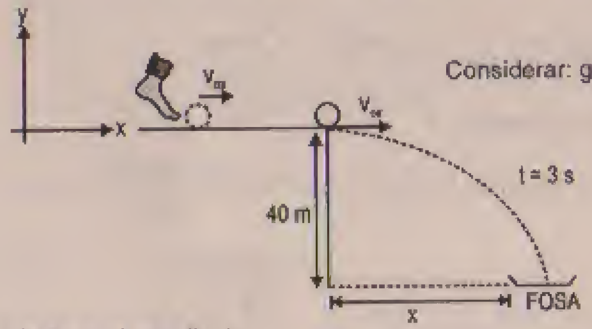
Luego: $69{,}3\,t - 5t^2 = 240 \quad \Rightarrow \quad 5t^2 - 69{,}3t + 240 = 0$

$\therefore$ t = (+) 6,772 ó t ≈ 7,088 (tiempo que tarda)

Velocidad promedio:

$$v_{prom} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\sqrt{(1\,000)^2 + (240)^2}}{7{,}088} = \frac{\sqrt{1\,057\,600}}{7{,}088} \approx 145{,}09 \text{ m/s}$$

15. Un jugador de *futbol soccer* patea una roca horizontalmente desde el borde de una plataforma de 40,0 m de altura en dirección a una losa de agua. Si el jugador escucha el sonido del contacto con el agua. 3,0 s después de patear la roca, ¿cuál fue la velocidad inicial? Suponga que la velocidad del sonido en el aire es 343 m/s.



Considerar: g = 10 m/s²

Demostración para el estudiante.

16. Un jugador de beisbol que lanza la pelota desde el jardín suele dejar que la pelota dé un bote, con base en la teoría de que la misma llegará más rápido de esta manera. Suponga que la pelota golpea el suelo a un ángulo θ y después rebota al mismo ángulo pero pierde la mitad de su velocidad. a) Suponiendo que la pelota siempre se lanza con la misma velocidad inicial, ¿a qué ángulo θ debe lanzarse para que recorra la misma distancia D con un bote (la línea continua en la figura P4.16) que con un lanzamiento dirigido hacia arriba a 45° que llega al blanco sin botar (línea interrumpida en la figura P4.16)? b) Determine la razón de tiempos correspondientes a lanzamientos de un bote y sin bote.

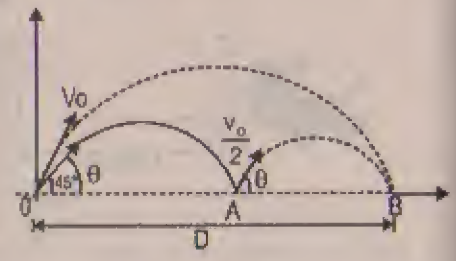


Figura P4.16

Resolución :

g: gravedad

Parte (a): $\overline{OA} + \overline{AB} = D$

Por mov. de proyectiles:

$\overline{OA} = v_o \cdot \cos\theta \cdot t_1$ Pero: $v_o \operatorname{sen}\theta \cdot t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 = 0$ $\therefore\ t_1 = \frac{2v_o \operatorname{sen}\theta}{g}$

$\overline{AB} = \frac{v_o}{2} \cos\theta \cdot t_2$ Pero: $\frac{v_o}{2} \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2 = 0$ $\therefore\ t_2 = \frac{v_o \operatorname{sen}\theta}{g}$

Luego: $$\overline{OA} = v_o \cos\theta \left(\frac{2v_o \operatorname{sen}\theta}{g}\right) = \frac{v_o^2 \operatorname{sen} 2\theta}{g} \quad \ldots (1)$$

$$\overline{AB} = \frac{v_o}{2} \cos\theta \left(\frac{v_o \operatorname{sen}\theta}{g}\right) = \frac{v_o^2 \operatorname{sen} 2\theta}{2g} \quad \ldots (2)$$

Además: $D = v_o \cos 45° \cdot t$

$$0 = v_o \operatorname{sen} 45°\, t - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \frac{2v_o \operatorname{sen} 45°}{g}$$

$$\Rightarrow D = v_o \cos 45° \left(\frac{2v_o \operatorname{sen} 45°}{g}\right)$$

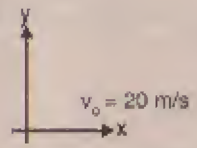
$$\therefore\ D = \frac{v_o^2 \operatorname{sen} 90°}{g} = \frac{v_o^2}{g} \quad \ldots (3)$$

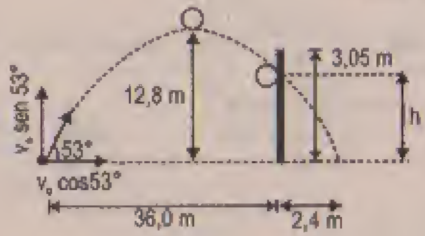
Luego: $$\overline{OA} + \overline{AB} = \frac{v_o^2}{g}$$

17. Un pateador de lugar debe patear un balón de fútbol desde un punto a 36,0 m (casi 40 yardas) de la zona de gol y la bola debe librar los postes, que están a 3,05 m de alto. Cuando se patea, el balón abandona el suelo con una velocidad de 20,0 m/s y un ángulo de 53.0° respecto de la horizontal. a) ¿Por cuánta distancia el balón libra o no los postes? b) ¿El balón se aproxima a los postes mientras continúa ascendiendo o cuando va descendiendo?

Resolución :

Considerar: $g = 10\ m/s^2$





Parte (a)

$$H_{máx} = v_o \cdot \operatorname{sen} 53° \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$\text{Si } H_{máx} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}(10) \cdot t^2 = 20 \cdot \frac{4}{5} \cdot t \quad \therefore\ t_{vuelo} = \frac{16}{5} = 3{,}2\ s$$

$$\Rightarrow t_{ida} = \frac{16}{10} = 16\ s$$

$$D_{x\,máx} = v_o \cdot \cos 53°(t) = 20\ \frac{3}{5}\ (3{,}2) = 38{,}4\ m$$

Luego: $$H_{máx} = \left(20 \cdot \frac{4}{5}\right)(1{,}6) - 5(1{,}6)^2 = 12{,}8\ m$$

Por consiguiente:

Tenemos que: $36 = v_o \cos 53° \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{36}{12} = 3\ s$

Entonces: $h = v_o \,.\, \text{sen}53^\circ\,(t_1) - \frac{1}{2}\,g t_1^2$

$$\Rightarrow \quad h = 16(3) - \frac{1}{2}(10)(3)^2 = 3\text{ m}$$

$\therefore$ El balón chocará a una altura de 3 m por encima del suelo con el poste.

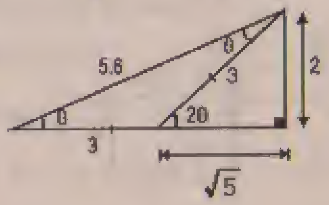
Parte (b)

El balón se aproxima a los postes cuando va descendiendo.

Luego: (1) + (2):

$$\overline{OA} + \overline{AB} = \frac{v_o^2 \text{sen } 2\theta}{g} + \frac{v_o^2 \text{sen } 2\theta}{2g} = \frac{3\, v_o^2 \text{sen } 2\theta}{2g}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{v_o^2}{g} = \frac{3 v_o^2 \text{ sen } 2\theta}{2g} \qquad \therefore \quad \text{sen}2\theta = \frac{2}{3}$$



$$\text{Luego} \quad \tan\theta = \frac{2}{3+\sqrt{5}} = \frac{2\left(3-\sqrt{5}\right)}{4} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow \quad \tan\theta \approx 0{,}382$$

$$\therefore \quad \theta = \tan^{-1}(0{,}382)$$

$$\text{sen}\theta = \frac{2}{5{,}6} \approx \frac{5}{14}$$

Parte (b)

$$\frac{t}{t_1+t_2} = \frac{\dfrac{2v_o \text{ sen}45^\circ}{g}}{\dfrac{2v_o \text{ sen}\theta}{g} + \dfrac{v_o \text{ sen}\theta}{g}} = \frac{\dfrac{2v_o \text{ sen}45^\circ}{g}}{\dfrac{3v_o \text{ sen}\theta}{g}}$$

$$\therefore \quad \frac{t}{t_1+t_2} = \frac{2\,.\,\dfrac{\sqrt{2}}{2}}{3\,.\,\dfrac{5}{14}} = \frac{\sqrt{2}}{15} \times 14$$

$$\therefore \quad \text{Razón de } \frac{t}{t_1+t_2} = 1{,}32$$

18. Un bombero a 50,0 m de un edificio en llamas dirige un chorro de agua de una manguera a un ángulo de 30.0° sobre la horizontal, como se muestra en la figura

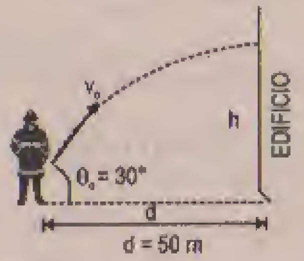
P4.18. Si la velocidad inicial de la corriente es 40,0 m/s, ¿a qué altura el agua incide en el edificio?

18A. Un bombero, a una distancia d de un edificio en llamas, dirige un chorro de agua de una manguera a un ángulo θ_o sobre la horizontal, como se muestra en la figura P4.18. Si la velocidad inicial de la corriente es v_o, ¿a qué altura h el agua incide en el edificio?

Figura P4.18

Resolución : (18)

$v_o = 40$ m/s



Considerar: $g = 10$ m/s²

Parte (a)

$$v_o \cos 30^\circ \,.\, t = 50\text{ m} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{50}{40\,.\,\dfrac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{5\sqrt{3}}{6} = 1{,}44\text{ s}$$

Luego: $h = v_o \,.\, \text{sen}30^\circ \,.\, t - \frac{1}{2}\,gt^2$

$$\Rightarrow \quad h = 40 \times \frac{1}{2}(1{,}44) - \frac{1}{2}(10)(1{,}44)^2$$

$$\therefore \quad h \approx 18{,}432\text{ m}$$

Resolución : (18A)

Sabemos que:

$$d = v_o \cos\theta_o \,.\, t \qquad \text{... (1)}$$

$$h = v_o \text{ sen}\theta_o \,.\, t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad \text{... (2)}$$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{d}{v_o \cos\theta_o}$$

$$\Rightarrow \quad h = v_o \operatorname{sen}\theta_o \left(\frac{d}{v_o\cos\theta_o}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{d}{v_o\cos\theta_o}\right)^2$$

$$\therefore \quad h = d\tan\theta_o - \frac{gd^2}{2v_o^2\cos^2\theta_o} \quad m$$

19. Un astronauta sobre la Luna dispara una pistola de manera que la bala abandona el cañón moviéndose inicialmente en una dirección horizontal. a) ¿Cuál debe ser la velocidad de orificio si la bala va a recorrer por completo el derredor de la Luna y alcanzará al astronauta en un punto 10,0 cm abajo de su altura inicial? b) ¿Cuánto permanece la bala en vuelo? Suponga que la aceleración en caída libre sobre la Luna es un sexto de la Tierra.

Resolución :

Parte (a)

Sabemos que: $m_{bala} \cdot g_{luna} = \dfrac{m\,v_{bala}^2}{R_{luna}}$

$$\Rightarrow \quad v_{bala} = \sqrt{g_{luna} \cdot R_{luna}} = \sqrt{\frac{g_{tierra} \cdot R_{luna}}{6}}$$

$$\therefore \quad v_{bala} = \sqrt{\frac{(9,81)(1,7456\times10^6)}{6}} = 1,69\times10^3\,\frac{m}{s} = 1,69\ km/s$$

Parte (b)

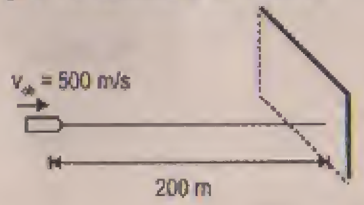
Sabemos que: $T_{vuelo\ bala} = \text{Período} = \dfrac{2\pi . R_{luna}}{v_{bala}}$

$$\Rightarrow \quad T_{vuelo\ de\ la\ bala} = \frac{2.\pi\times(1,7456\times10^6)}{1,69\times10^3} = 6\ 490\ s$$

20. Un rifle se dirige horizontalmente al centro de un gran blanco a 200 m de distancia. La velocidad inicial de la bala es 500 m/s. a) ¿Dónde incide la bala en el blanco? b) Para golpear en el centro del blanco, el cañón debe estar a un ángulo sobre la línea de visión. Determine el ángulo de elevación del cañón.

Resolución :

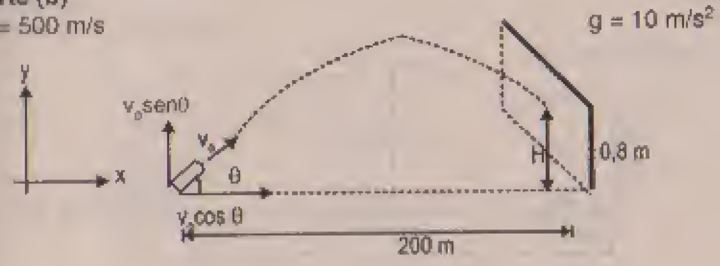
Parte (a)



$$200\ m = v_{ob}\times t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{200}{500} = 0,4\ s$$

Parte (b)

v_o = 500 m/s



$$v_o\cos\theta \,.\, t = 200 \Rightarrow \quad 500\cos\theta(t) = 200 \therefore \quad \cos\theta = \frac{2}{5t}$$

$$0,8 = v_o \operatorname{sen}\theta\, t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\Rightarrow \quad 0,8 = v_o\operatorname{sen}\theta\left(\frac{2}{5\cos\theta}\right) - 5\left(\frac{2}{5\cos\theta}\right)^2$$

Luego: $\quad 0,8 = \dfrac{500\times2}{5}\tan\theta - \dfrac{20}{25\cos^2\theta}$

$$\Rightarrow \quad \frac{8}{10} = 200 . \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} - \frac{4}{5\cos^2\theta}$$

Luego: $\quad \dfrac{4}{5} = 200\tan\theta - \dfrac{4}{5}\sec^2\theta \qquad$ Pero: $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$

$$\Rightarrow \quad \frac{4}{5} = 200\tan\theta - \frac{4}{5}(1 + \tan^2\theta)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{4}{5}\tan^2\theta + 200\tan\theta - \frac{8}{5} = 0$$

$$\therefore \quad \tan^2\theta + 225\tan\theta - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad \tan\theta = \frac{-225\pm\sqrt{50\ 633}}{2} \approx \frac{225,02-225}{2} = 0,1$$

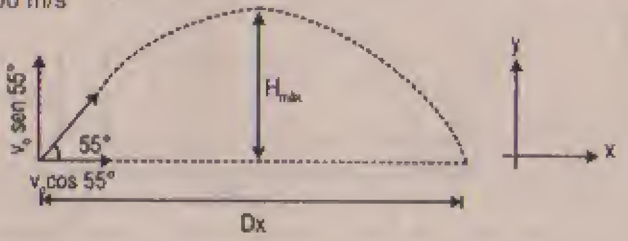
$$\therefore \quad \theta = \tan^{-1}(0,1)$$

21. Durante la Primera Guerra Mundial los alemanes tenían un cañón llamado Big Bertha que se usó para bombardear París. Los proyectiles tenían una velocidad inicial de 1,70 km/s a una inclinación de 55.0° con la horizontal. Para dar en el blanco, se hacían ajustes en relación con la resistencia del aire y otros efectos. Si ignoramos esos efectos, a) ¿cuál era el alcance de los proyectiles? b) ¿cuánto permanecían en el aire?

Resolución:

Considerar: $g = 10\ m/s^2$

$v_o = 1\ 700\ m/s$



Parte (a)

$Dx = v_o \cos 55° \cdot t_{(ida\ y\ vuelta)}$; $t_{ida} = t_{vuelta}$

$H_{máx} = v_o \, sen 55° \cdot (t_{ida}) - \frac{1}{2} g\, (t_{ida})^2$

Si $H_{máx} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} g \cdot (t_{vuelo})^2 = v_o \, sen 55°\, (t_{vuelo})$

$$\therefore \quad t_{vuelo} = \frac{2v_o \, sen 55°}{g}$$

Luego: $Dx = v_o \cos 55°\, t_{vuelo}$

$$\Rightarrow \quad Dx = \frac{v_o \cos 55° \times 2v_o \, sen\, 55°}{g}$$

Sabemos que: $sen 55° \approx 0{,}832 \Rightarrow \cos 55° \approx 0{,}554$

En consecuencia: $Dx = \dfrac{2.(1\ 700)^2(0{,}892)(0{,}554)}{10} = 266{,}42\ km$

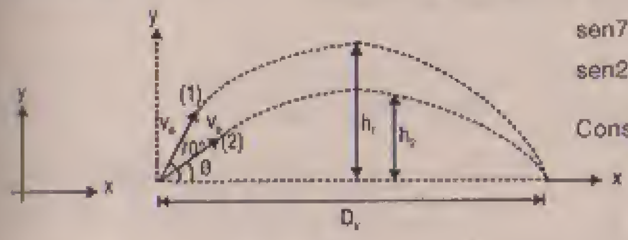
Parte (b)

$$t_{vuelo} = \frac{2v_o \, sen\, 55°}{g} = \frac{2}{10}(1\ 700)(0{,}832)$$

$$\therefore \quad t_{vuelo} = 282{,}88\ s$$

22. Una estrategia en las guerras con bolas de nieve es lanzarlas a un gran ángulo sobre el nivel del suelo. Mientras su oponente está viendo esta primera bola de nieve, usted lanza una segunda a un ángulo menor lanzada en el momento necesario para que llegue a su oponente ya sea antes o al mismo tiempo que la primera. Suponga que ambas bolas de nieve se lanzan con una velocidad de 25 m/s. La primera se lanza a un ángulo de 70° respecto de la horizontal. a) ¿A qué ángulo debe lanzarse la segunda bola de nieve para llegar al mismo punto que la primera? b) ¿Cuántos segundos después debe lanzarse la segunda bola después de la primera para que llegue al blanco al mismo tiempo?

Resolución:



$sen 70° \approx 0{,}935$

$sen 20° = \cos 70° \approx 0{,}35$

Considerar $g = 10\ m/s^2$

Parte (a)

$v_o \cos\theta \cdot t_2 = D_x = v_o \cos 70° \cdot t_1$

$h_1 = 0 = v_o sen 70°\, t_1 - \frac{1}{2} g\, t_1^2 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \dfrac{2v_o \, sen\, 70°}{g}$

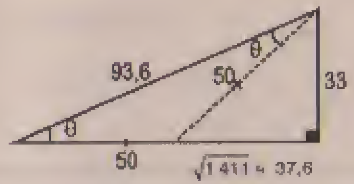
$h_2 = 0 = v_o sen\theta \cdot t_2 - \frac{1}{2} g t_2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = \dfrac{2v_o \, sen\, \theta}{g}$

Luego: $v_o \cos\theta \cdot t_2 = v_o \cos 70° t_1$

$$\Rightarrow \quad v_o \cos\theta \left(\frac{2v_o \, sen\theta}{g}\right) = v_o \cos 70° \left(\frac{2v_o \, sen 70°}{g}\right)$$

$$\Rightarrow \quad sen(2\theta) = 2(0{,}935)(0{,}353)$$

$$\therefore \quad sen 2\theta \approx 0{,}66 = \frac{66}{100} = \frac{33}{50}$$



Luego:

$$\tan\theta = \frac{33}{50 + 37{,}6} = \frac{33}{87{,}6} \approx 0{,}38$$

$$\therefore \quad \theta = \tan^{-1}(0{,}38)$$

Parte (b)

Nos piden: $t_1 - t_2$

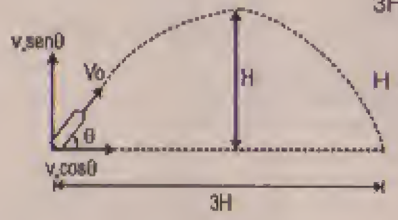
Pero: $t_1 = \dfrac{2v_o \, sen\, 70°}{g} = \dfrac{2}{10} \times 25(0{,}995) = 4{,}675\ s$

$$t_2 = \frac{2v_o \, sen\, \theta}{g} = \frac{2}{10} \times \frac{25(33)}{93{,}6} \approx 1{,}763\ s$$

$$\therefore \quad t_1 - t_2 = 4{,}675 - 1{,}763 = 2{,}912\ s$$

23. Un proyectil se dispara de tal manera que su alcance horizontal es igual a tres veces su máxima altura. ¿Cuál es el ángulo de disparo?

Resolución :



$$3H = v_o \cos\theta \, . \, t_{vuelo} \quad \dots (1)$$

$$H = v_o sen\theta \, . \left(\frac{t_{vuelo}}{2}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{t_{vuelo}}{2}\right)^2 \quad \dots (2)$$

$$t_{vuelo} = \frac{2v_o sen\theta}{g} \quad \dots (3)$$

(3) en (1)

$$3H = v_o \cos\theta \left(\frac{2v_o\, sen\,\theta}{g}\right) \Rightarrow H = \frac{2}{3}\,\frac{v_o^2\, sen\,\theta \cos\theta}{g}$$

De (2)

$$H = v_o sen\theta \left(\frac{v_o\, sen\,\theta}{g}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_o\, sen\,\theta}{g}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{2}{3}\,\frac{v_o^2\, sen\theta . \cos\theta}{g} = \frac{v_o^2\, sen^2\theta}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_o^2\, sen^2\theta}{g^2}\right)$$

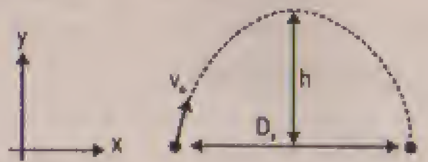
$$\frac{2}{3}\, sen\theta . \cos\theta = sen^2\theta - \frac{sen^2\theta}{2}$$

$$\therefore \quad \frac{2\cos\theta}{3} = \frac{sen\theta}{2} \qquad \therefore \tan\theta = \frac{4}{3}$$

En consecuencia: $\theta = \tan^{-1}(4/3) = 53°$

24. Una pulga puede brincar una altura vertical h. a) ¿Cuál es la máxima distancia horizontal que puede saltar? b) ¿Cuál es el tiempo en el aire en ambos casos?

Resolución :



Considerar $g = 10\ m/s^2$

Parte (a)

$v_o \cos\theta \, . \, t = D_x$ $\qquad$ $h = v_o sen\theta \, . \, t - \frac{1}{2} g t^2$

$$0 = v_o sen\theta \, . \, t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad t_{VUELO} = \frac{2v_o\, sen\theta}{g}$$

$$\therefore \quad D_x = v_o \cos\theta \left(\frac{2v_o\, sen\theta}{g}\right) = \frac{v_o^2\, sen2\theta}{g} \quad \dots (1)$$

Parte (b)

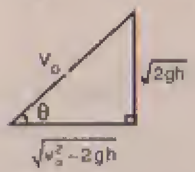
Tiempo en el aire, es el tiempo de vuelo:

Entonces: $\qquad t_{vuelo} = \dfrac{2v_o\, sen\,\theta}{g} \quad \dots (2)$

Hallando θ en función de «h»

$$h = (v_o sen\theta)\left(\frac{v_o\, sen\theta}{g}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_o\, sen\theta}{g}\right)^2$$

$$h = \frac{v_o^2\, sen^2\theta}{g} - \frac{1}{2} \cdot \frac{v_o^2\, sen^2\theta}{g} \quad \Rightarrow \quad h = \frac{v_o^2\, sen^2\theta}{2g}$$



$$\Rightarrow \quad \frac{2gh}{v_o^2} = sen^2\theta$$

$$\therefore \quad sen\theta = \frac{\sqrt{2gh}}{v_o}$$

En consecuencia:

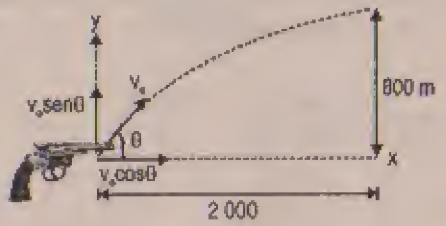
$$D_x = \frac{v_o^2\, sen2\theta}{g} = \frac{2v_o^2}{g}(sen\theta . \cos\theta) = \frac{2}{g} v_o^2 . \frac{\sqrt{2gh}}{v_o} . \frac{\sqrt{v_o^2 - 2gh}}{v_o}$$

$$\therefore \quad D_x = \frac{2}{g}\sqrt{2gh}\left(\sqrt{v_o^2 - 2gh}\right)$$

$$t_{vuelo} = \frac{2v_o\, sen\theta}{g} = \frac{2v_o}{g}\left(\frac{\sqrt{2gh}}{v_o}\right) = \frac{2\sqrt{2gh}}{g}$$

25. Un cañón que tiene una velocidad de orificio de 1 000 m/s se usa para destruir un blanco en la cima de una montaña. El blanco se encuentra a 2 000 m del cañón horizontalmente y a 800 m sobre el suelo. ¿A qué ángulo, relativo al suelo, debe dispararse el cañón? Ignore la fricción del aire.

Resolución :



Considerar: $g = 10\ m/s^2$

$v_o = 1000\ m/s$

$$v_0\cos\theta\ .\ t = 2\,000 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{2\,000}{1\,000\cos\theta} = \frac{2}{\cos\theta}$$

$$800 = v_0\text{sen}\theta\ .\ t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\Rightarrow \quad 800 = (v_0\text{sen}\theta)\left(\frac{2}{\cos\theta}\right) - 5\left(\frac{2}{\cos\theta}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad 8\times10^2 = 2\times10^3\ .\ \tan\theta - \frac{20}{\cos^2\theta}$$

$$\Rightarrow \quad 80 = 2\times10^2\tan\theta - 2(\sec^2\theta)$$

Sabemos que: $\quad 1+\tan^2\theta = \sec^2\theta$

Luego: $\quad 40 = 100\tan\theta - 1 - \tan^2\theta \quad \Rightarrow \quad \tan^2\theta - 100\tan\theta + 41 = 0$

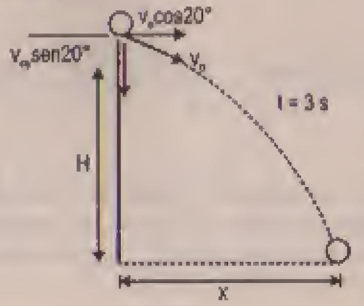
$$\therefore \quad \tan\theta = \frac{100 \pm 99{,}2}{2}$$

Luego: $\quad \tan\theta = \dfrac{100-99{,}2}{2} = 0{,}4 \quad \Rightarrow \quad \theta = \tan^{-1}(0{,}4)$

26. Se lanza una pelota desde la ventana del piso más alto de un edificio. Se da a la pelota una velocidad inicial de 8,00 m/s a un ángulo de 20,0° debajo de la horizontal. La pelota golpea el suelo 3,00 s después. a) ¿A qué distancia horizontal a partir de la base del edificio la pelota golpea el suelo? b) Encuentre la altura desde la cual se lanzó la pelota. c) ¿Cuánto tiempo tarda la pelota para alcanzar un punto 10,0 m abajo del nivel de lanzamiento?

Resolución :

$v_o = 8\ m/s$



sen20° ≈ 0,353
cos20° ≈ 0,935

Parte (a)

$$x = v_0\cos20°t$$

$$\Rightarrow \quad x = 8\cos20°(3) = 8\times(0{,}395)(3) = 22{,}44$$

$$\therefore \quad x = 22{,}44\ m$$

Parte (b)

$$h = v_0\text{sen}20°(3) + \frac{1}{2}(10)(3)^2$$

$$\Rightarrow \quad h = (8)(3)(0{,}353) + 45 \approx 53{,}472$$

$$\therefore \quad h = 53{,}5\ m$$

Parte (c)

$$10 = v_0\text{sen}20°(t) + 5t^2 \Rightarrow \quad 10 = 8\,(0{,}353)t + 5t^2$$

$$\therefore \quad 5t^2 + 2{,}8t - 10 = 0$$

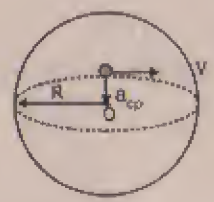
$$\Rightarrow \quad t = \frac{-2{,}8 \pm \sqrt{(2{,}8)^2 - 4(5)(-10)}}{10}$$

$$\therefore \quad t = \frac{-2{,}8+14{,}42}{10} = 1{,}162\ s$$

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

27. Si la rotación de la Tierra aumenta hasta el punto que la aceleración centrípeta fuera igual a la aceleración gravitacional en el ecuador, a) ¿cuál sería la velocidad tangencial de una persona sobre el ecuador, y b) cuánto duraría el día?

Resolución :



$R_{Tierra} = 6{,}4\times10^6\ m$

$g = 9{,}8\ m/s^2$

Parte (a)

Por dato: $a_{cp} = g$

$$\Rightarrow \quad \frac{v^2}{R_T} = g \quad \Rightarrow \quad \frac{v^2}{6{,}4\times10^6} = 9{,}8$$

$$\therefore \quad v^2 = 6{,}4\times10^6\times(9{,}8) = \sqrt{(6{,}4)(9{,}8)\times10^6}$$

Luego: $\quad v = 7{,}92\times10^3\ m/s$

Parte (b)

Sabemos que $v = \omega . R_T \Rightarrow V = \dfrac{2\pi}{T} . R_T$

$$\therefore \quad \text{El período} = T = \frac{2\pi . R_T}{v} = \frac{2\,(3{,}14159)\left(6{,}4\times10^6\right)}{7{,}92\times10^3}$$

$$\therefore \quad T = 5{,}07 \times 10^3 \text{ segundos} = 5\,000 \text{ s}$$

28. El joven David, quién venció a Goliat, practicaba con ondas antes de derribar al gigante. Descubrió que con una onda de 0,60 m de longitud, podía girarla a razón de 8,0 rev/s. Si hubiera incrementado la longitud a 0,90 m, podría haber hecho girar la onda sólo 6,0 veces por segundo. a) ¿Qué tasa de rotación da la velocidad lineal más alta? b) ¿Cuál es la aceleración centrípeta a 8,0 rev/s c) ¿Cuál es la aceleración centrípeta a 6,0 rev/s?

Resolución :

$0{,}6$ = Longitud

$f = 8$ rev/s $\Rightarrow \quad \omega = 2\pi . f \quad \Rightarrow \quad f = \dfrac{8}{2\pi} = \dfrac{4}{\pi}\left(\dfrac{1}{s}\right)$

$\Rightarrow \quad (0{,}6)(8) = 4{,}8$ m/s $= v_L \qquad \therefore \; f = \dfrac{4}{\pi}\,(2\pi) = 8\ s^{-1}$

$\omega_1 = 16\pi$ rad/s

$0{,}9$ = longitud ; $\quad f_2 = 6\ s^{-1}$; $\quad \omega . R = v$

$\Rightarrow \quad v_L = (0{,}9)(6) = 5{,}4$ m/s

$\omega_2 = 12\pi$ rad/s

Parte (a)

La que tiene mayor λ = longitud de onda es la que dá la mayor velocidad lineal, es decir la que tiene menor velocidad angular.

Parte (b)

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega . R)^2}{R} = \omega^2 . R = \omega^2 . \frac{v}{\omega} = \omega . v = (16\pi)(4{,}8)$$

$$\therefore \quad a_{cp} = 76{,}8\pi \text{ m/s}^2$$

Parte (c)

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega . R)^2}{R} = \omega^2 . R = \omega^2 . \frac{v}{\omega} = \omega . v = 12\pi \times (5{,}4) = 64{,}8\pi \text{ rad m/s}^2$$

29. Un atleta hace girar un disco de 1,00 kg a lo largo de una trayectoria circular de 1,06 m de radio. La velocidad máxima del disco es 20,0 m/s. Determine la magnitud de su aceleración radial máxima.

Resolución :

$v = 20$ m/s

$$|\vec{a}_R| = \frac{v^2}{R} = \frac{(20)^2}{1{,}06}$$

$$\therefore \quad |\vec{a}_R| = 377{,}4 \text{ m/s}^2$$

30. A partir de la información en las guardas de este libro, calcule la aceleración radial de un punto sobre la superficie de la Tierra en el ecuador.

Resolución :

$$a_R = \frac{v^2}{R_T}$$

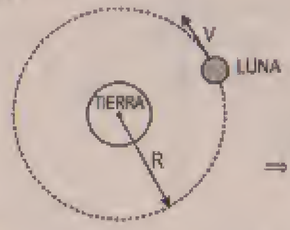
Pero: $\quad v = \omega . R = \dfrac{2\pi}{T} . R_T = \dfrac{2(3{,}14159)}{24(36)\times10^2}\ (6{,}4\times10^6)$

$$\therefore \quad v = 70 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \quad a_R = \frac{70\times70}{6{,}4\times10^6} = 77\times10^{-5} \text{ m/s}^2$$

31. La órbita de la Luna alrededor de la Tierra es aproximadamente circular, con un radio medio de $3{,}84\times10^8$ m. Se requieren 27,3 días para que la Luna complete una revolución alrededor de la Tierra. Encuentre a) la velocidad orbital media de la Luna y b) su aceleración centrípeta.

Resolución :



$R_M = 3{,}84\times10^8$ m

$T = 27{,}3$ días < > 655,2 horas

$\Rightarrow \quad T <> 2{,}36\times10^6$ s

Parte (a)

$$v_{ML} = \omega . R = \frac{2\pi}{T} . R = \frac{2(3{,}1416)}{2{,}36\times10^6}\times\left(3{,}84\times10^8\right)$$

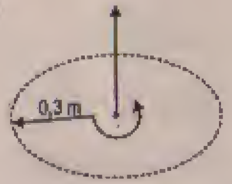
$$\therefore \quad v_{ML} = 10{,}2\times10^2 \text{ m/s} \approx 1\,000 \text{ m/s}$$

Parte (b)

$$a_{centrípeta} = \frac{v^2}{R} = \frac{10^6}{3{,}84\times10^8} = 0{,}26\times10^{-2} = 26\times10^{-4} \text{ m/s}^2$$

32. En el ciclo de centrifugado de una máquina lavadora, el tubo de 0,300 m de radio gira a una tasa constante de 630 rev/min. ¿Cuál es la máxima velocidad lineal con la cual el agua sale de la máquina?

Resolución :



$$f = 630\ \frac{\text{rev}}{\text{min}} = 10{,}5\ \text{rev/s}$$

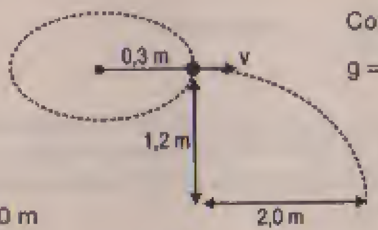
$$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi(10{,}5) = 21\pi \cdot \text{rad/s}$$

Luego: $v = \omega . R = 21\pi\ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \times (0{,}300\ \text{m})$

$\therefore\ v = 19{,}78\ \text{m/s}$

33. Una pelota en el extremo de una cuerda se hace girar alrededor de un círculo horizontal de 0,30 m de radio. El plano del círculo se encuentra 1,2 m sobre el suelo. La cuerda se rompe y la pelota golpea el suelo a 2,0 m del punto sobre la superficie directamente debajo de la posición de la pelota cuando la cuerda se rompió. Encuentre la aceleración centrípeta de la pelota durante su movimiento circular.

Resolución :



Considerar

$g = 10\ \text{m/s}^2$

$v(t) = 2{,}0\ \text{m}$

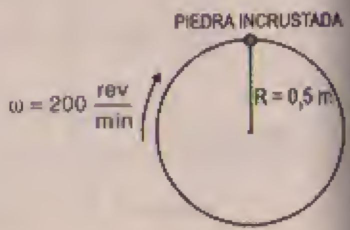
$$1{,}2 = \frac{1}{2}\ (10)t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{2{,}4}{10} \quad \therefore\ t = 0{,}49\ \text{s}$$

Luego: $v(0{,}49) = 2 \qquad \therefore\ v = 4{,}082\ \text{m/s}$

En consecuencia: $a_{cp} = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(4{,}082)^2}{0{,}3}$

$\therefore\ a_{cp} = 55{,}5\ \text{m/s}^2$

34. Una llanta de 0,500 m de radio gira a una tasa constante de 200 rev/min. Encuentre la velocidad y la aceleración de una pequeña piedra incrustada en una de las cuerdas sobre el borde exterior de la llanta.



Resolución :

Nos piden: $v = ?$
$a = ?$

Sabemos que: $$\omega = 200\frac{\text{rev}}{\text{min}} \times \left(\frac{2\pi\ \text{rad}}{1\ \text{rev}}\right) \times \left(\frac{1\ \text{min}}{60\ \text{s}}\right)$$

$$\therefore\quad \omega = \frac{20\pi}{3}\ \text{rad/s}$$

Luego: $$v = \omega . R = \omega = \frac{20\pi}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right) = 10{,}472\ \text{m/s}$$

Así también: $$a = \sqrt{a_C^2 + a_N^2}\ = a_{cp}$$

donde: $$a_N = \frac{d}{dt}|\,v\,| = 0$$

Entonces: $$a_{cp} = a = \omega^2 . R = \left(\frac{20}{3}\pi\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right) = 219{,}3\ \text{m/s}^2$$

ACELERACIÓN TANGENCIAL Y RADIAL

35. La figura P4.35 representa, en un instante dado, la aceleración total de una partícula que se mueve en la dirección de las manecillas del reloj en un círculo de 2,50 m de radio. En este instante de tiempo, encuentre a) la aceleración centrípeta, b) la velocidad de la partícula y c) su aceleración tangencial.

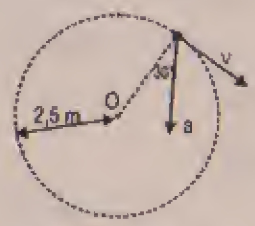
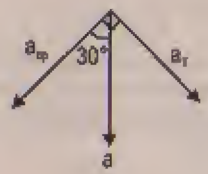


Figura P4.35

Resolución :



$|\vec{a}| = 15\ \text{m/s}^2$

Parte (a) y (b)

$a_{cp} = a\cos 30°$
$a_T = a\,\text{sen}30° \quad \Rightarrow \quad a_{cp} = 15 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 13\ \text{m/s}^2$

$$a_T = 15 \cdot \frac{1}{2} = 7{,}5\ \text{m/s}^2$$

Parte (c) $\quad v = \sqrt{a_{cp} \cdot R} \Rightarrow v = \sqrt{13(2{,}5)}$

$\therefore\ v \approx 5{,}7\ \text{m/s}$

36. Un punto sobre una tornamesa en rotación a 20,0 cm del centro acelera desde el reposo hasta 0,700 m/s en 1,75 s. En t = 1,25 s, encuentre la magnitud y dirección de: a) la aceleración centrípeta, b) la aceleración tangencial, y c) la aceleración total del punto.

Resolución :

Parte (a)

$$\text{Sabemos: } a_{cp} = \frac{V^2}{R} \quad ; \quad R = 0{,}2 \text{ m}$$

Además: (por dato)

$$v_f = v_o + a_T\, t \quad \Rightarrow \quad 0{,}7 = v_o + 1{,}75\, at$$

$$\therefore \quad a_T = \frac{0{,}7}{1{,}75} = 0{,}423 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Luego:} \quad \underset{\text{En t = 1,25}}{v_f} = 0 + (0{,}423)(1{,}25) = 0{,}53 \text{ m/s}$$

$$\text{Por consiguiente :} \quad \underset{\text{En t = 1,25}}{a_{cp}} = \frac{(0{,}53)^2}{0{,}2} \approx 1{,}4 \text{ m/s}^2$$

Parte (b)

$$a_T = 0{,}423 \text{ m/s}^2$$

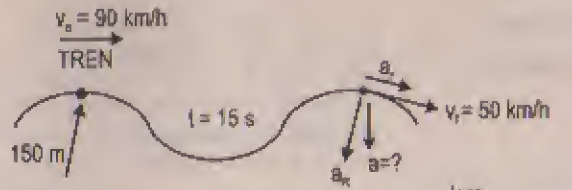
Parte (c)

$$a = \sqrt{a_T^2 + a_{cp}^2} = \sqrt{(0{,}42)^2 + (1{,}4)^2}$$

$$\therefore \quad a = 1{,}46 \text{ m/s}^2$$

37. Un tren frena cuando libra una curva pronunciada, reduciendo su velocidad de 90,0 km/h a 50,0 km/h en los 15,0 s que tarda en recorrerla. El radio de la curva es 150 m. Calcule la aceleración en el momento en que la velocidad del tren alcanza 50,0 km/h.

Resolución :



$$\text{Sabemos:} \quad 90\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 25 \text{ m/s}$$

$$v_f = v_o - a_t \cdot t \qquad 50\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 13{,}9 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \quad -a_T = \frac{v_f - v_o}{t} \quad \Rightarrow \quad a_T = \frac{v_o - v_f}{t} = \frac{25 - 14}{15}$$

$$\therefore \quad a_T = 0{,}73 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow \quad a_{cp} = \frac{(13{,}9)^2}{150} = 1{,}3 \text{ m/s}^2$$

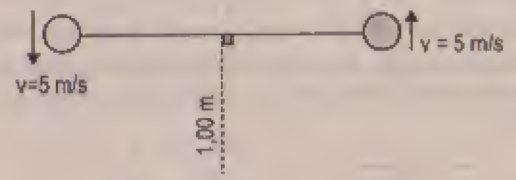
En consecuencia la aceleración en ese instante será:

$$a = \sqrt{a_T^2 + a_{cp}^2} \quad \Rightarrow \quad a = \sqrt{(0{,}73)^2 + (1{,}3)^2}$$

$$\therefore \quad a \approx 1{,}5 \text{ m/s}^2$$

38. Un péndulo de 1,00 m de largo se balancea en un plano vertical (figura P4.16). Cuando el péndulo está en las dos posiciones horizontales θ = 90° y θ = 270°, su velocidad es 5,00 m/s. a) Encuentre la magnitud de la aceleración centrípeta y de la tangencial en estas posiciones. b) Dibuje diagramas vectoriales para determinar la dirección de la aceleración total para estas dos posiciones. c) Calcule la magnitud y la dirección de la aceleración total.

Resolución :

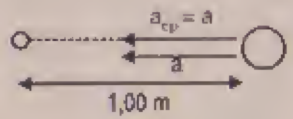


Parte (a)

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} = \frac{5^2}{1} = 25 \text{ m/s}^2$$

$$a_T = \frac{d|v|}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad |a| = a_{cp} = 25 \text{ m/s}^2$$

Parte (b)

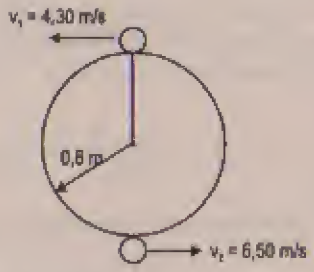


Parte (c)

$$\tan\theta = \frac{a_T}{a_{cp}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \theta = \tan^{-1}(0) = 0°$$

39. Un estudiante une una pelota al extremo de una cuerda de 0,600 m de largo y luego la balancea en un círculo vertical. La velocidad de la pelota es 4,30 m/s en su punto más alto y 6,50 m/s en su punto más bajo. Determine su aceleración en: a) su punto más alto, y b) su punto más bajo.

Resolución :



Parte (a) Aceleración en el punto más alto:

$a_T = 0$

$$\Rightarrow \quad a = a_{cp} = \frac{v^2}{R} = \frac{(4{,}30)^2}{0{,}600} = 30{,}82\ m/s^2$$

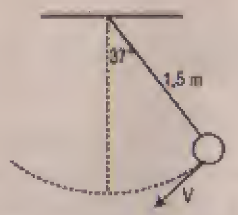
Parte (b) Aceleración en el punto más bajo:

$a_T = 0$

$$\Rightarrow \quad a = a_{cp} = \frac{V^2}{R} = \frac{(6{,}5)^2}{0{,}600} = 70{,}42\ m/s^2$$

40. Una pelota oscila en un círculo vertical en el extremo de una cuerda de 1,50 m de largo. Cuando se encuentra 36,9° más allá del punto más bajo en su trayectoria, la aceleración de la pelota es $(-22{,}5\hat{i} + 20{,}2\hat{j})\ m/s^2$. Para ese instante, a) dibuje un diagrama vectorial que muestre las componentes de su aceleración, b) determine la magnitud de su aceleración centrípeta, y c) determine la magnitud y dirección de su velocidad.

Resolución :



$$\vec{a} = (-22{,}5\hat{i} + 20{,}2\hat{j})\ m/s^2$$

Parte (a)

Parte (b) $a_{cp} = a\,\text{sen}37° = \frac{3}{5}\sqrt{(-22{,}5)^2 + (20{,}2)^2}$

$$\therefore \quad a_{cp} = 18{,}1 \approx 18\ m/s^2$$

Parte (c) $18 = \frac{V^2}{1{,}5} \Rightarrow V^2 = 18 \times (1{,}5)$

$$\therefore \quad |V| = \sqrt{18 \times (1{,}5)} \approx 3\sqrt{3} = 5{,}2\ m/s$$

VELOCIDAD RELATIVA Y ACELERACIÓN RELATIVA

41. Heather en su "Corvette" acelera a razón de $(3{,}0\hat{i} - 2{,}0\hat{j})\ m/s^2$, en tanto que Jill en su "Jaguar" acelera a $(1{,}0\hat{i} + 3{,}0\hat{j})\ m/s^2$. Ambas parten del reposo en el origen de un sistema de coordenadas xy. Después de 5,0 s, a) ¿cuál es la velocidad de Heather respecto de Jill, b) cuál es la distancia que la separa, y c) cuál es la aceleración de Heather respecto de Jill?

Resolución :

$\vec{r}_{Heather} = (3\hat{i} - 2\hat{j})\,t^2$

$\vec{r}_{JILL}(t) = (1\hat{i} + 3\hat{j})t^2$

Parte (a) $\vec{V}_H(t) = (3\hat{i} - 2\hat{j})t$

$\vec{V}_J(t) = (1\hat{i} + 3\hat{j})t$

Luego: $\vec{V}_{H/J} = \vec{V}_{H/O} - \vec{V}_{J/O}$

$$\Rightarrow \quad \vec{V}_{H/J} = (3\hat{i} - 2\hat{j})t - (1\hat{i} + 3\hat{j})t$$

$$\vec{V}_{H/J} = (2\hat{i}t - 5t\hat{j})m/s$$

$$\therefore \quad \vec{V}_{H/J}(5) = (10\hat{i} - 25\hat{j})\ m/s$$

Luego: $|\vec{V}_{H/J}(5)| = \sqrt{10^2 + (25)^2} = \sqrt{725} = 26{,}9\ m/s$

Parte (b) $\vec{r}_H = \frac{1}{2}(3\hat{i} - 2\hat{j})(25) = (\frac{75}{2}\hat{i} - 25\hat{j})\ m$

$$\vec{r}_J = \frac{1}{2}(1\hat{i} + 3\hat{j})(25) = (\frac{25}{2}\hat{i} + \frac{75}{2}\hat{j})\ m$$

Luego: $\vec{r}_H - \vec{r}_J = (\frac{75}{2}\hat{i} - 25\hat{j}) - (\frac{25}{2}\hat{i} + \frac{75}{2}\hat{j})$

$$\Rightarrow \quad \vec{r}_H - \vec{r}_J = 25\hat{i} - \frac{125}{2}\hat{j}\ m$$

Por consiguiente la distancia de separación será:

$$|\vec{r}_H - \vec{r}_J| = \sqrt{(25)^2 + (-125/2)^2} = 67{,}3 \text{ m}$$

Parte (c) $\vec{a}_{H/J} = (2\hat{i} - 5\hat{j})\ \text{m/s}^2 \Rightarrow |\vec{a}_{H/J}| = \sqrt{29} = 5{,}4 \text{ m/s}^2$

42. Un motociclista que viaja rumbo al oeste a 80,0 km/h es perseguido por un auto de policía que se desplaza a 95,0 km/h. ¿Cuál es la velocidad de a) el motociclista respecto del auto del policía, y b) la de éste relativa al motociclista?

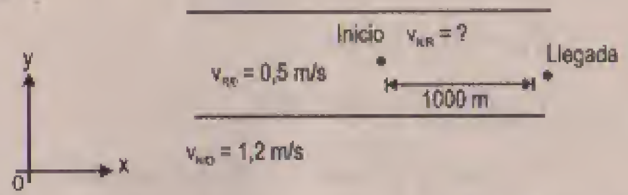
Resolución :

Parte (a) $\vec{V}_{M/P} = \vec{V}_{M/0} - \vec{V}_{P/0} \Rightarrow \vec{V}_{M/P} = 80 - 95 = -15$ km/h

Parte (b) $\vec{V}_{P/M} = \vec{V}_{P/0} - \vec{V}_{M/0} \Rightarrow \vec{V}_{P/M} = 95 - 80 = 15$ km/h

43. Un río tiene una velocidad estable de 0,500 m/s. Un estudiante nada aguas arriba una distancia de 1,00 km y regresa al punto de partida. Si el estudiante puede nadar a una velocidad de 1,20 m/s en agua sin corriente, ¿cuánto tiempo dura su recorrido? Compare éste con el tiempo que duraría el recorrido si el agua estuviera quieta.

Resolución :



Sabemos: $v_{N/R} = v_{N/0} - v_{R/0} \Rightarrow v_{N/R} = 1{,}2 - 0{,}5 = 0{,}7$ m/s

El estudiante en total recorre 2 km:

$\Rightarrow v_{N/R} \cdot (t_{total}) = 2\,000$ m

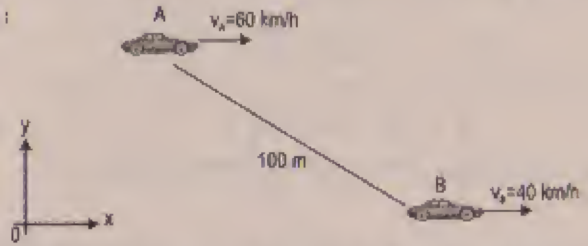
$\therefore t_{total} = \dfrac{2\,000}{0{,}7} = 2\,857$ s

Si no hubiera corriente:

$\Rightarrow v_{N/0}\,(t_{total}) = 2\,000$ m $\qquad \therefore t_{total} = \dfrac{2\,000}{1{,}2} = 1\,667$ s

44. ¿Cuánto tiempo tarda un automóvil que viaja en el carril izquierdo a 60,0 km/h para alcanzar a otro automóvil (que lleva ventaja) en el carril derecho que se mueve a 40,0 km/h, si las defensas delanteras de los autos están inicialmente separadas 100 m?

Resolución :



$v_{A/B} = v_{A/0} - v_{B/0} \Rightarrow v_{A/B} = 60 - 40 = 20$ km/h

Luego: $v_{A/B}t = 0{,}1$ km $\quad \therefore t = \dfrac{0{,}1}{20} = 5 \times 10^{-3}$ horas

45. Cuando el Sol está directamente arriba, un halcón se mueve hacia el suelo a una velocidad de 5,00 m/s. Si la dirección de su movimiento está a un ángulo de 60° debajo de la horizontal, calcule la velocidad de su sombra que se mueve a lo largo del suelo.

Resolución :

$\Rightarrow v_{sombra} = v_H \cos 60° = 5 \times \dfrac{1}{2} = 2{,}50$ m/s

46. Un bote cruza un río de ancho w = 160 m en el cual la corriente tiene una velocidad uniforme de 1,50 m/s. El piloto mantiene un rumbo (es decir, la dirección en la que el bote apunta) perpendicular al río y una reducción de velocidad constante de 2,00 m/s relativa al agua. a) ¿Cuál es la velocidad del bote respecto de un observador estacionario en la orilla? b) ¿Qué tan lejos, aguas abajo, está el bote de su posición inicial cuando alcanza la orilla opuesta?

Resolución :

Parte (a)

En x: $\vec{V}_{B/o} = \vec{V}_{B/R} + \vec{V}_{R/o} \Rightarrow \vec{V}_{B/o} = 1{,}5\,\hat{i}$ m/s

En y: $\vec{V}_{B/o} = \vec{V}_{B/R} + \vec{V}_{R/o} \Rightarrow \vec{V}_{B/o} = 2\,\hat{j}$ m/s

$$\therefore\ |\vec{V}_{B/o}| = \sqrt{(1{,}5)^2 + (2)^2} = 2{,}5 \text{ m/s}$$

Parte (b) $2t = 160 \Rightarrow t = 80$ s

Luego: $V_{B/o} \cdot t = d \Rightarrow d = (2{,}5)(80) = 200$ m

Está a 200 m

47. El piloto de un avión observa que la brújula indica que va rumbo al oeste. La velocidad del avión relativa al aire es de 150 km/h. Si hay un viento de 30,0 km/h hacia el norte, encuentre la velocidad del avión relativa al suelo.

Resolución:

$$\vec{V}_{viento/suelo} + \vec{V}_{avión/viento} = \vec{V}_{avión/suelo}$$

En x: $0 + 150 = \vec{V}_{avión/suelo}$

$\vec{V}_{avión/suelo} = 150\,\hat{i}$ km/h

En y: $30 + 0 = \vec{V}_{avión/suelo}$

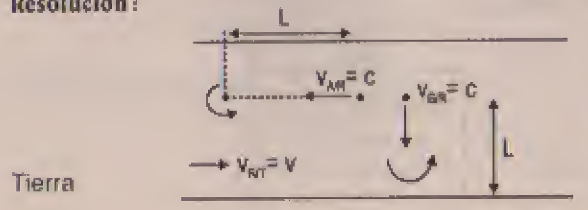
$\vec{V}_{avión/suelo} = 30\,\hat{j}$ km/h

Luego: $\vec{V}_{avión/suelo} = \sqrt{(150)^2 + (30)^2} = 153$ km/h

En dirección $\tan\theta = \dfrac{30}{150} = \dfrac{1}{5} = 0{,}2 \qquad \therefore\ \theta = \tan^{-1}(0{,}2) = 11{,}3^0$

48. Dos nadadores, A y B, inician en el mismo punto en una corriente que fluye con una velocidad v. Ambos se mueven a la misma velocidad c relativa a la corriente, donde c > v. Él nada aguas abajo una distancia L y después la misma distancia aguas arriba, en tanto que B nada directamente perpendicular al flujo de corriente una distancia L y después regresa la misma distancia, de modo que ambos nadadores regresan al punto de partida. ¿Cuál nadador regresa primero? (Nota: Primero adivine la respuesta.)

Resolución:



Para «A»

Inicialmente: $\vec{V}_{A/T} = \vec{V}_{R/T} + \vec{V}_{A/R} \Rightarrow \vec{V}_{A/T} = v - c < 0$ (en contra de la corriente)

Después: $\vec{V}_{A/T} = \vec{V}_{R/T} + \vec{V}_{A/R} \Rightarrow \vec{V}_{A/T} = v + c > 0$ (a favor)

Para «B»

Inicialmente
$$\begin{cases} \vec{V}_{B/T} = \vec{V}_{B/R} + \vec{V}_{R/T} \Rightarrow \vec{V}_{B/T} = -c + 0 < 0 \text{ (hacia abajo) en y} \\ \vec{V}_{B/T} = \vec{V}_{B/R} + \vec{V}_{R/T} \Rightarrow \vec{V}_{B/T} = c + v > 0 \text{ (hacia la derecha) en x} \end{cases}$$

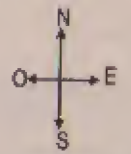
Tiempo total de $A = \dfrac{L}{v - c} + \dfrac{L}{v + c} = \dfrac{2Lv}{|c^2 v^2|}$

Tiempo total de $B = \dfrac{2L}{|v_B|} + \dfrac{2L}{\sqrt{2c^2 + v^2 + 2cv}}$

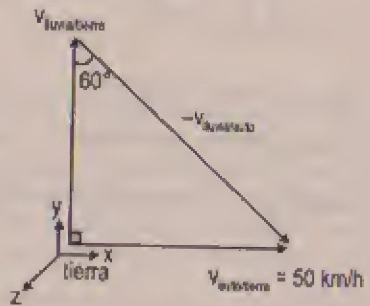
49. Un auto viaja con dirección este y una velocidad de 50 km/h. Está cayendo lluvia verticalmente con relación a la tierra. Las gotas de lluvia sobre las ventanas laterales del auto forman un ángulo de 60,0° con la vertical. Encuentre la velocidad de la lluvia relativa a: a) el auto y b) la tierra.

Resolución:

Sea:



NIVEL DE REFERENCIA



Parte (a)

$$\frac{V_{lluvia/auto}}{50} = \frac{\text{hipotenusa}}{50} = \csc 60°$$

$\Rightarrow\ V_{lluvia/auto} = 50 \times \csc 60° = 50 \times (1{,}1547)$

$\therefore\ V_{lluvia/auto} = 57{,}735$ km/h

Parte (b)

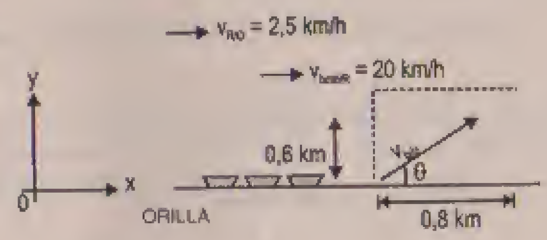
$$\frac{V_{auto/tierra}}{V_{lluvia/tierra}} = \tan 60°$$

$\Rightarrow\ V_{lluvia/tierra} = V_{auto/tierra} \cdot \cot 60° = (50)(0{,}5773)$

$\therefore\ V_{lluvia/tierra} = 28{,}865$ km/k

50. Un niño en peligro de ahogarse en un río está siendo arrastrado por una corriente que tiene una velocidad de 2,50 km/h. El niño se encuentra a 0,600 km de la orilla y a 0,800 km aguas arriba de un atracadero de botes cuando un bote de rescate arranca para salvarlo. a) Si el bote avanza a su velocidad máxima de 20,0 km/h relativa al agua, ¿qué dirección relativa a la orilla debe tomar el piloto? b) ¿Qué ángulo forma la velocidad del bote con la orilla? c) ¿Cuánto tarda el bote en llegar a salvarlo?

Resolución:



Parte (a)

Sabemos que: $\vec{V}_{río/o} + \vec{V}_{bote/río} = \vec{V}_{bote/o}$

En (x) $\vec{V}_{bote/o} = \vec{V}_{R/O} + \vec{V}_{bote/o} = 2,5\ \text{km/h} + 20\ \text{km/h} = 22,5\ \text{km/h} = \vec{V}_{b/o}\cos\theta$

En (y): $\vec{V}_{bote/o} = \vec{V}_{b/o}\ .\ \text{sen}\theta$

Pero: $|\vec{V}_{bote/o}|\cos\theta \times t = 0,6$ km

$|\vec{V}_{bote/o}|\,\text{sen}\theta \times t = 0,3$ km

$\Rightarrow \tan\theta = \dfrac{4}{3} \quad \therefore\ \theta = \tan^{-1}(4/3) = 53°$ norte del este.

Parte (b)

El ángulo que forma la velocidad del bote relativa a la orilla es de 53°.

Parte (c)

Sabemos que: de (x)

$22,5\ \text{km/h} = |\vec{V}_{bote/o}|$ en x

$\Rightarrow (22,5\ \text{km/h})\,t = 0,8\ \text{km} \qquad \therefore\ t = \dfrac{0,8}{22,5} = 0,036$ horas

51. Un tornillo cae del techo de un tren que está acelerando en dirección norte a una tasa de 2,50 m/s^2. ¿Cuál es la aceleración del tornillo relativa a: a) el vagón del tren? b) ¿la tierra?

Resolución:

Parte (a) $\vec{r}_{tren/tierra}(t) = \dfrac{1}{2}(2,5;\ 0)t^2$

$\vec{r}_{tornillo/tren}(t) = -y_o + \dfrac{1}{2}(0;\ -g)t^2$

Derivando 2 veces las respectivas posiciones:

$\vec{a}_{tren/tierra} = (2,5;\ 0)\ \text{m/s}^2 \quad \Rightarrow \quad \vec{a}_{tornillo/tren} = (0;-g)\ \text{m/s}^2$

$\therefore$ La aceleración del tornillo/tren = 10 m/s^2 en módulo

y $(0\hat{i} - 10\hat{j})$ m/s^2 en vector

Parte (b)

Sabemos: $\vec{a}_{tren/tierra} + \vec{a}_{tornillo/tren} = \vec{a}_{tornillo/tierra}$

$\Rightarrow (2,5;\ 0) + (0;\ -10) = (2,5;\ -10) = \vec{a}_{tornillo/tierra}$

$\therefore\ |\vec{a}_{tornillo/tierra}| = \sqrt{(2,5)^2 + (-10)^2} = 10,3\ \text{m/s}^2$

52. Una estudiante de ciencias viaja sobre una plataforma de un tren que se desplaza a lo largo de una vía horizontal recta a una velocidad constante de 10,0 m/s. La estudiante lanza una pelota al aire a lo largo de una trayectoria que según ella forma un ángulo inicial de 60,0° con la horizontal y que estará alineada con la vía. El profesor de la estudiante, que se encuentra parado sobre el suelo a una corta distancia, observa que la pelota asciende verticalmente. ¿Qué tan alto observa ella que asciende la pelota?

Resolución:

considerar g = 10 m/s^2

$v_{tren/tierra} = 10$ m/s

$\vec{r}_{pelota/tren}(t) = (v_o\cos\theta;\ v_o\text{sen}\theta)t - \dfrac{1}{2}(0;\ g)\,t^2$

$\vec{r}_{tren/tierra}(t) = (10;\ 0)t$

Por dato: $\vec{r}_{pelota/tierra}(t) = (0;\ v_0)t - \frac{1}{2}(0;\ g)t^2$

Pero nosotros sabemos que: $\vec{r}_{tren/tierra} + \vec{r}_{pelota/tren} = \vec{r}_{pelota/tierra}$

$$(10;\ 0)t + \left(\frac{v_0}{2};\ \frac{v_0\cdot\sqrt{3}}{2}\right)t - \frac{1}{2}(0;\ 10)t^2 = (0;\ v_0)t - \frac{1}{2}(0;\ 10)t^2$$

$$\left(10 + \frac{v_0}{2};\ \frac{v_0\sqrt{3}}{2}\right)t - (0;\ 5)t^2 = (0;\ v_0)t - (0;\ 5)t^2$$

Entonces: $10 + \frac{v_0}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{V}_0 = +20$ m/s

Luego $H_{máx}$ será: $H_{máx} = 20\frac{\sqrt{3}}{2}t - \frac{1}{2}(10)t^2$

Pero: $t = \frac{v_0 \operatorname{sen}\theta}{g} = \left(\frac{20}{10}\right)\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} = 1{,}73$ s

$$\Rightarrow \quad H_{máx} = 20\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt{3}\right) - 5\left(\sqrt{3}\right)^2$$

$$\therefore \quad H_{máx} = 15 \text{ m}$$

PROBLEMAS ADICIONALES

53. En t = 0 una partícula parte del origen con una velocidad de 6,00 m/s en la dirección y positiva. Su aceleración está dada por $a = (2{,}00\hat{i} - 3{,}00\hat{j})$ m/s². Cuando la partícula alcanza su coordenada "y" máxima, su componente de velocidad "y" es cero. En este instante, encuentre: a) la velocidad de la partícula y b) sus coordenadas x e y.

Resolución:

En t = 0 $\quad \vec{V}(t) = (0\hat{i} + 6\hat{j})$ m/s

$\vec{a}(t) = (2\hat{i} - 3\hat{j})$ m/s²

En $y_{máxima}$ su velocidad: $\vec{V}(t) = (a\hat{i} + 0\hat{j})$ m/s

Sea en «t»

Parte (a) $\quad \vec{V}_1 = \vec{v}_i + \vec{a}.t$

$$\Rightarrow \quad a\hat{i} + 0\hat{j} = (0\hat{i} + 6\hat{j}) + (2\hat{i} - 3\hat{j})(t)$$

$$\Rightarrow \quad a\hat{i} + 0\hat{j} = 2t\hat{i} + (6 - 3t)\hat{j}$$

$$\therefore \quad a = 2t \quad \wedge \quad 6 - 3t = 0 \qquad \therefore \quad t = 2 \text{ s}$$

Luego: en t = 2 s $\quad v_f = v(2) = (4\hat{i} + 0\hat{j})$ m/s

Luego: $\quad |\vec{V}_1| = \sqrt{4^2} = 4$ m/s

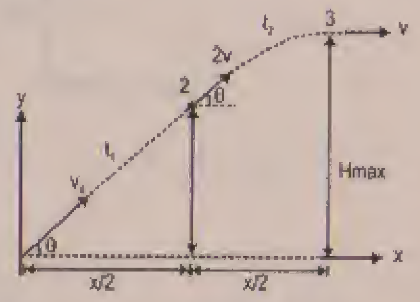
Parte (b)

Sus coordenadas x e y son: $\vec{V}_x(t) = 4\hat{i}$ m/s

$\vec{V}_y(t) = 0\hat{j}$ m/s

54. La velocidad de un proyectil cuando alcanza su altura máxima es la mitad de la velocidad cuando el proyectil se encuentra a la mitad de su altura máxima. ¿Cuál es el ángulo de proyección inicial?

Resolución:



$x = v_0 \cos\theta\ .\ t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{v_0\cos\theta}$

Pero $t = t_1 + t_2$

$\frac{x}{2} = v_0\cos\theta\ .\ t_1 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{1}{2}\cdot\frac{x}{v_0\cos\theta}$

$$\Rightarrow \quad \frac{x}{v_0\cos\theta} = \frac{x}{2v_0\cos\theta} + \frac{x}{4v\cos\theta}$$

$\frac{x}{2} = 2v_0.\cos\theta.t_2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = \frac{x}{4v\cos\theta} \qquad \therefore \quad 2v = v_0$

$2v\cos\theta = v \quad \Rightarrow \quad \cos\theta = 1/2 \qquad \therefore \quad \theta = \cos^{-1}(0{,}5) = 60°$

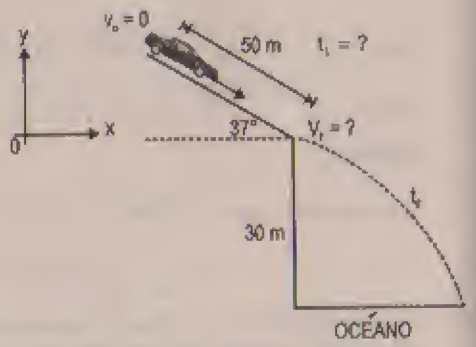
55. Un automóvil se estaciona viendo hacia el océano sobre una pendiente que forma un ángulo de 37,0° con la horizontal. La distancia desde donde el automóvil está estacionado hasta la parte inferior de la pendiente es de 50,0 m, la cual termina en un montículo ubicado 30,0 m sobre la superficie del océano. El negligente conductor deja el auto en neutral y los frenos de estacionamiento están defectuosos. Si el auto rueda a partir del reposo hacia abajo de la pendiente con una aceleración constante de 4,00 m/s², encuentre: a) la velocidad del auto justo cuando alcanza el montículo y el tiempo que tarda en llegar ahí, b) la velocidad del auto justo cuando se hunde en el océano, c) el tiempo total que el auto está en movimiento, y d) la posición del auto relativa a la base del montículo justo cuando entra al agua.

Resolución :

Parte (a) $v_f^2 = v_i^2 + 2ad$

$\Rightarrow \quad v_f^2 = 0 + 2(4)(50)$

$\therefore \quad v_f = 20$ m/s



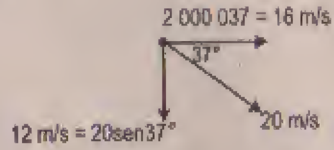
Parte (b) $v_f = v_o + at_1$

$\Rightarrow \quad 20 = 4t$

$\therefore \quad t = 5$ s

Parte (c) Tiempo total $= t_1 + t_2$

Hallando «t_2»



considerar $g = 10$ m/s^2

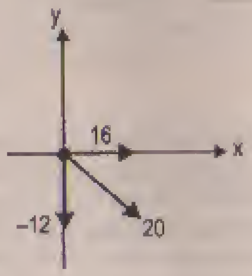
$\Rightarrow \quad 30 = 12t_2 + 5t_2^2 \qquad \therefore \quad 5t_2^2 + 12t_2 - 30 = 0$

$$\therefore \quad t_2 = \frac{-12 \pm \sqrt{744}}{10}$$

En consecuencia: $\quad t_2 = \dfrac{-12 \pm 27{,}3}{10} = 1{,}53$ s

Luego: $\quad$ tiempo total: $t_1 + t_2 = 5 + 1{,}53 = 6{,}53$ s

Parte (d)



$-y = -12t - 5t^2 \quad \Rightarrow \quad y(t) = (12t + 5t^2)$ m

$x = 16t \quad \Rightarrow \quad x(t) = (16t)$ m

$$\therefore \quad \vec{r}\,(t) = 16t\,\hat{i} + (12t + 5t^2)\,\hat{j} \text{ m}$$

56. Se dispara un proyectil hacia arriba de una pendiente (con un ángulo ϕ) con una velocidad inicial v_o a un ángulo θ_o respecto de la horizontal ($\theta_o > \phi$), como se muestra en la figura P4.56.

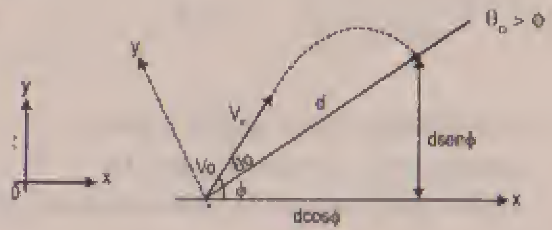
a) Muestre que el proyectil recorre una distancia d hacia arriba de la pendiente, donde:

$$d = \frac{2v_o^2 \cos\theta_o \,\text{sen}\,(\theta_o - \phi)}{g\cos^2\phi}$$

Figura P4.56

b) ¿Para qué valor de θ_o es d máxima y cuál es el valor máximo?

Resolución :



Sabemos

$$v_o\cos(\theta_o - \phi).t = d \quad \Rightarrow \quad t = \frac{d}{v_o\cos(\theta_o - \phi)}$$

$$H_{máx} = v_o\text{sen}(\theta_o - \phi)\,t - \frac{1}{2}gt^2$$

Pero si $H_{máx} = 0$:

$$\Rightarrow \quad 0 = v_o\text{sen}(\theta_o - \phi)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\therefore \quad t = \frac{2v_o\,\text{sen}\,(\theta_o - \phi)}{g}$$

Luego: $\quad \dfrac{2v_o\,\text{sen}\,(\theta_o - \phi)}{g} = \dfrac{d}{v_o\cos(\theta_o - \phi)}$

$$\therefore \quad d = \frac{2v_o^2\cos(\theta_o - \phi).\text{sen}(\theta_o - \phi)}{g} \qquad ...(1)$$

Por otro lado:

$$v_o\cos\theta_o t = d\cos\phi \quad \Rightarrow \quad t = \frac{d\cos\phi}{v_o\cos\theta_o}$$

$$d\text{sen}\phi = v_o\text{sen}\theta_o t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\Rightarrow \quad d\text{sen}\phi = v_o\text{sen}\theta_o\left(\frac{d\cos\phi}{v_o\cos\theta_o}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{d\cos\phi}{v_o\cos\theta_o}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad d\text{sen}\phi = \frac{\text{sen}\,\theta_o}{\cos\,\theta_o}\,.\,d\cos\phi - \left(\frac{1}{2}g\right)\frac{d^2.\cos^2\phi}{v_o^2.\cos^2\theta_o}$$

Luego:

$$2v_o^2\cos^2\theta_o\,.\,\text{sen}\phi = 2v_o^2\text{sen}\theta_o\,.\,\cos\theta_o\,.\,\cos\phi - gd\cos^2\phi$$

Desarrollando (usando propiedades trigonométricas)

$$d = \frac{2v_o^2(\cos\theta_o)\left|\text{sen}\,\theta_o.\cos\phi - \cos\theta_o.\text{sen}\,\phi\right|}{g\cos^2\phi}$$

$$d = \frac{2v_o^2\cos\theta_o\,\text{sen}\,(\theta_o-\phi)}{g\cos^2\phi} \quad \text{... l.q.q.d}$$

Parte (b)

d es máximo: cuando $\text{sen}(\theta_o - \phi)$ es máximo e igual a 1;
cuando $\cos(\theta_o)$ es máximo e igual a 1
cuando $g\cos^2\phi$ es mínimo y sabemos que $\theta_o - \phi > 0$

Entonces tenemos:

$\text{sen}(\theta_o - \phi) = 1 \quad \Rightarrow \quad \theta_o - \phi = 90°$

$\cos\theta_o = 1 \quad \Rightarrow \quad \theta_o = 0\ ;\ 360°$

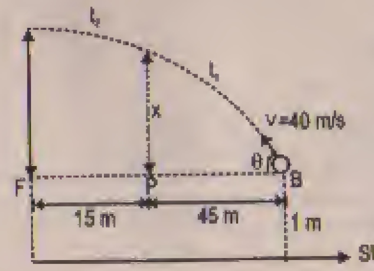
$\cos\theta_o = 360°$ cumple $\Rightarrow$ $360° - \phi = 90° \quad \therefore\ \phi = 270°$

Luego: $$d = \frac{2v_o^2(1)(1)}{g(-1)^2}$$

$$\therefore\ d = \frac{2v_o^2}{g}$$

57. Un bateador conecta una pelota de beisbol lanzada 1,00 m sobre el suelo, imprimiendo a la pelota una velocidad de 40,0 m/s. La línea resultante es capturada en vuelo por el fildeador izquierdo a 60,0 m del plato del *home* con su guante 1,00 m sobre el suelo. Si el parador en corto, a 45,0 m del plato de *home* y en línea con el batazo, brincara en línea recta hacia arriba para capturar la pelota en lugar de dejar la jugada al fildeador izquierdo, ¿cuánto tendría que elevar su guante sobre el suelo para capturar la pelota?

Resolución:



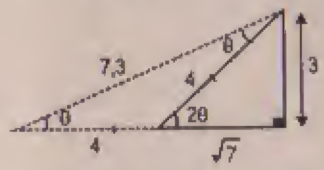
Considerar:
g = 10 m/s²

$45 = 40\cos\theta\,.\,t_1 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \dfrac{45}{40\cos\theta}$

$15 = 40\cos\theta\,.\,t_2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = \dfrac{15}{40\cos\theta}$

$t_1 + t_2 = \dfrac{v_o\,\text{sen}\,\theta}{g} = \dfrac{40\,\text{sen}\,\theta}{9} = 4\text{sen}\theta$

$\Rightarrow \quad \dfrac{60}{40\cos\theta} = 4\,\text{sen}\,\theta \qquad \therefore\ \dfrac{3}{4} = \text{sen}\,2\theta$



$\text{sen}\theta = \dfrac{3}{7{,}3} = 0{,}41$

$\cos\theta = \dfrac{4+\sqrt{7}}{7{,}3} = 0{,}81$

$x = 40\text{sen}\theta\,.\,t_1 - 5t_1^2$

$\Rightarrow \quad x = 40(0{,}41)\,\dfrac{(45)}{(40)(0{,}81)} - 5\left(\dfrac{45}{40(0{,}81)}\right)^2$

$\Rightarrow \quad x = 20{,}3 - 7{,}7 = 12{,}6$

$\therefore \quad x = 12{,}6$ m (por encima de un metro del suelo)

58. Un jugador de basketbol de 2,00 m de altura lanza un tiro a la canasta desde una distancia horizontal de 10,0 m, como en la figura P4.58. Si tira a un ángulo de 40° con la horizontal, ¿con qué velocidad inicial debe tirar de manera que el balón entre al aro sin golpear el tablero?

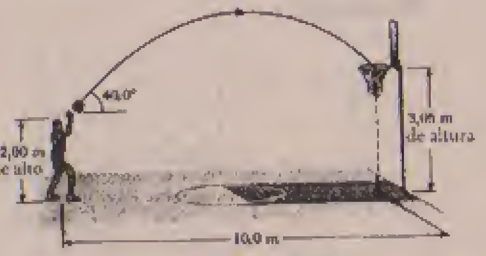


Figura P4.58

Resolución:

considerar g = 10 m/s²

$\cos 40° \approx 0{,}76$

$\text{sen}40° \approx 0{,}642$

$10{,}0 = v_o\cos 40°\,.\,t \quad \Rightarrow \quad t = \dfrac{10}{v_o\cos 40°}$

$1{,}05 = v_o\,\text{sen}40°\,.\,t - 5t^2$

$$\Rightarrow \quad 1{,}05 = v_o \, \text{sen}40^\circ\left(\frac{10}{v_o \cos 40^\circ}\right) - 5\left(\frac{10}{v_o \cos 40^\circ}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad 1{,}05 = \tan 40^\circ \times 10 - \frac{500}{v_o^2 \cos^2 40^\circ}$$

$$\Rightarrow \quad 1{,}05 \, . \, v_o^2 \, (\cos^2 40^\circ) = 10 \, . \, v_o^2 \, . \, \cos 40^\circ - 500$$

Reemplazando: $1{,}05 \, . \, v_o^2 \, (0{,}76)^2 = 10 \, . \, v_o^2 (0{,}76) - 500$

$$500 = 6{,}99 \, v_o^2$$

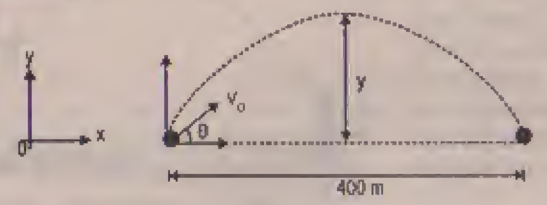
$$\therefore \quad v_o = \sqrt{\frac{500}{6{,}99}}$$

Luego: $v_o \approx 8{,}46$ m/s

59. Un muchacho puede lanzar una pelota una distancia horizontal máxima de 40,0 m en un campo plano. ¿Qué tan lejos puede lanzar la misma pelota verticalmente hacia arriba? Suponga que sus músculos le dan a la pelota la misma velocidad en cada caso.

59A. Un muchacho puede lanzar una pelota una distancia horizontal máxima R en un campo plano. ¿Qué tan lejos puede lanzar la misma pelota verticalmente hacia arriba? Suponga que sus músculos le dan a la pelota la misma velocidad en cada caso.

Resolución :



Considerar
$g = 10$ m/s^2
$\theta = 45^\circ$
Puesto que dan la misma velocidad en cada caso.

$$40 = v_o \cos\theta \, . \, t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{40}{v_o \cos\theta}$$

$$y = v_o \, \text{sen}\theta \, . \, t - \frac{1}{2} g t^2$$

Si $\quad y = 0 \quad \Rightarrow \quad t = \dfrac{2 v_o \, \text{sen}\theta}{g}$

Luego: $\quad 40 = v_o \cos\theta \left(\dfrac{2 v_o \, \text{sen}\,\theta}{g}\right) = \dfrac{v_o^2}{g} \, \text{sen} 2\theta$

$$\Rightarrow \quad v_o^2 = \frac{400}{\text{sen} 2\theta} = \frac{400}{1} = 20 \text{ m/s}$$

Además: $\quad \dfrac{2 v_o \, \text{sen}\theta}{g} = \dfrac{40}{v_o \cos\theta}$

Entonces: $\quad y_{máx} = v_o \, \text{sen}\theta\left(\dfrac{v_o \, \text{sen}\theta}{g}\right) - 5\left(\dfrac{v_o \, \text{sen}\theta}{g}\right)^2$

$$\Rightarrow \quad y_{máx.} = \frac{g v_o^2 \, \text{sen}^2\theta - 5 v_o^2 \, \text{sen}^2\theta}{g^2}$$

$$\therefore \quad y_{máx} = \tan 45^\circ - \frac{8\,000}{400 \times \frac{1}{2} \times 4}$$

$$\Rightarrow \quad y_{máx} = 2\tan 45^\circ - 1 = 1 \text{ m}$$

60. Las coordenadas x e y de una partícula están dadas por:

$$x = 2{,}00 \text{ m} + (3{,}00 \text{ m/s})t \quad y = x - (5{,}00 \text{ m/s}^2)t^2$$

¿A qué distancia del origen se encuentra la partícula en: a) t = 0; b) t = 2,00 s?

Resolución :

$$\vec{x}(t) = (2{,}0 + 3t) \text{ m} = (2 + 3t)\,\hat{i} \text{ m}$$

$$\vec{y}(t) = x - 5t^2 = [(2 + 3t) - 5t^2]\,\hat{j} \text{ m}$$

Parte (a)

$(t = 0)$ $\quad \left.\begin{array}{l} \vec{x}(0) = 2 + 3(0) = 2 \text{ m} \\ \vec{y}(0) = 2 - 5(0) = 2 \text{ m} \end{array}\right\} \; \vec{r}(t) = (2\,\hat{i} + 2\,\hat{j})\text{m}$

$$\therefore \quad \text{Se encuentra: } |\vec{r}| = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} \text{ m}$$

Parte (b) $(t = 2 \text{ s})$

$$\vec{x}(t = 2) = 2 + 3(2) = 8\,\hat{i} \text{ m}$$

$$\vec{y}(t = 2) = 2 + 3(2) - 5(2)^2 = -12\,\hat{j} \text{ m}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{r}(t) = (8\,\hat{i} - 12\,\hat{j})\text{m}$$

$$\therefore \quad |\vec{r}| = \sqrt{8^2 + (-12)^2} = \sqrt{208} = 14{,}4 \text{ m}$$

61. Una piedra en el extremo de una cuerda se hace girar en un círculo vertical de 1,20 m de radio a una velocidad constante $v_o = 1{,}50$ m/s, como muestra la figura P4.61. El centro de la cuerda se encuentra 1,50 m sobre el piso. ¿Cuál es el alcance de la piedra si se soltara cuando la cuerda está inclinada a 30,0° respecto de la horizontal: a) en A?, b) ¿en B?, ¿cuál es la aceleración de la piedra, c) ¿justo antes de que se suelta en A? d) ¿justo después de que se suelte en A?

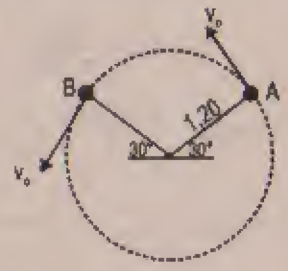
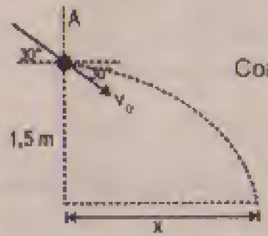


Figura P4.61

Resolución :

Parte (a)



Considerar: $g = 10$ m/s²

$v_o\cos 30° \, . \, t = x$

$1{,}5 = v_o \text{sen}30°.t + \dfrac{1}{2}\,gt^2$

$$\Rightarrow \quad 1{,}5 = 1{,}5 \times \frac{1}{2}t - 5t^2 \quad \Rightarrow \quad 5t^2 - 7{,}5t + 1{,}5 = 0$$

$$\therefore \quad 10t^2 - 15t + 3 = 0$$

Luego: $\quad t = 0{,}24 \text{ s} \;\vee\; t = 1{,}3 \text{ s}$

Alcance horizontal en A:

$$x_A = (1{,}5)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(0{,}24) = 0{,}3 \text{ m}$$

$$x_B = (1{,}5)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(1{,}3) = 1{,}69 \text{ m}$$

Parte (b) $\quad a_{cp} = a = \dfrac{v_B^{\,2}}{R} = \dfrac{(1{,}5)^2}{1{,}2}$

$$\therefore \quad a = 1{,}875 \text{ m/s}^2$$

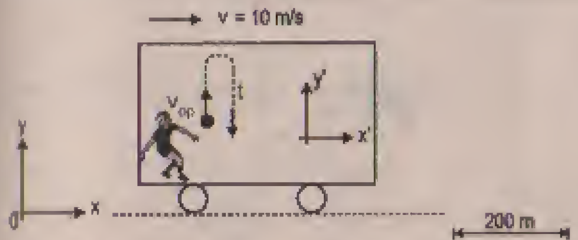
Parte (c) $\quad a_{cp} = a = \dfrac{v_A^{\,2}}{R} = \dfrac{(1{,}5)^2}{1{,}2} = 1{,}875 \text{ m/s}^2$

Parte (d) $\quad a = (0\hat{i} - 10\hat{j}) \text{ m/s}^2$

$$\Rightarrow \quad a = g = 10 \text{ m/s}^2$$

62. Un camión viaja hacia el norte con una velocidad constante de 10,0 m/s sobre un tramo horizontal de camino. Un muchacho que viaja en la parte trasera del camión desea lanzar una pelota mientras el camión se está moviendo y capturarla después de que el camión ha recorrido 20,0 m. a) Ignorando la resistencia del aire, ¿a qué ángulo con la vertical debe lanzarse la pelota? b) ¿Cuál debe ser la velocidad inicial de la pelota? c) ¿Cuál es la forma de la trayectoria de la pelota vista por el muchacho? d) Un observador sobre el suelo observa al muchacho lanzar la pelota hacia arriba y cacharla. En este marco de referencia fijo del observador, determine la forma general de la trayectoria de la pelota y su velocidad inicial.

Resolución :



Considerar

$g = 10$ m/s²

Por dato:

$10t = 200$ m

$\Rightarrow \quad t = 2$ s

Con respecto:

$x' = 0$

$y' = v_{op}t - \dfrac{1}{2}gt^2$

Luego: $\quad y' = 0 = v_{op}(2) - \dfrac{1}{2}(10)(2)^2 \qquad \therefore \; v_{op} = 10$ m/s

Con respecto:

$x = 10t$

$y = 10t - 5t^2 \quad \Rightarrow \quad y = -\dfrac{1}{20}(x - 10)^2 + 5$ (Trayectoria es una parábola)

$$\Rightarrow \quad \left.\begin{array}{l} 10 = v\cos\theta \\ 10 = v\,\text{sen}\theta \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \tan\theta = 1 \quad \therefore \quad \theta = 45°$$

Parte (b) $\quad$ Si $10 = v\cos 45° \Rightarrow \quad v_o = 10\sqrt{2}$ m/s

Parte (c) $\quad$ La trayectoria es una parábola con ecuación:

$$y = -\frac{1}{20}(x - 10)^2 + 5 \quad \text{con vértice V(10; +5)}$$

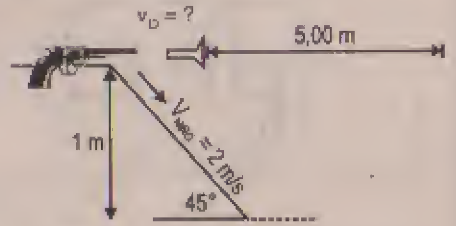
Parte (d) $y' = 10(2) - \frac{1}{2}(10)(4) = 0$

$y'\text{ (ida)} = 10(1) - 5(1) = 5 \qquad v_{op} = 10 \text{ m/s}$

$\Rightarrow \quad y = \text{recta normal}$

63. Una pistola de dardos se dispara mientras se sostiene horizontalmente a una altura de 1,00 m sobre el nivel del suelo. Con la pistola en reposo respecto del suelo, el dardo recorre una distancia horizontal de 5,00 m. Un niño sostiene la misma pistola en una dirección horizontal mientras se desliza hacia abajo de una pendiente de 45,0° a una velocidad constante de 2,00 m/s. ¿Qué distancia recorrerá el dardo si la pistola se dispara cuando ésta se encuentra a 1,00 m sobre el suelo?

Resolución :



$$1 = (2 \times \text{sen}45°)t + \frac{1}{2}(g)t^2$$

$$\Rightarrow \quad 1 = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}t + \frac{1}{2}(9{,}8)t^2 \Rightarrow \quad 4{,}9t^2 + \sqrt{2}\,t - 1 = 0$$

$$\therefore \quad t = 0{,}327$$

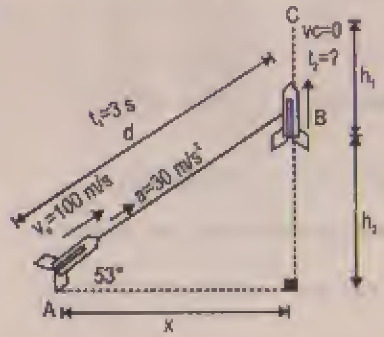
Luego: $\quad D(\text{hombre + pistola}) = (2 \times \cos45°)(t) = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}(0{,}327)$

$$\therefore \quad D = 0{,}402 \text{ m}$$

Entonces el dardo recorrerá: 5 m – 0,462 = 4,54 m

64. Un cohete despega a un ángulo de 53,0° con la horizontal y una velocidad inicial de 100 m/s. Viaja a lo largo de su línea de movimiento inicial con una aceleración de 30,0 m/s² durante 3,00 s. En este momento fallan sus motores y el cohete empieza a moverse como un acuerpo libre. Encuentre: a) la altitud máxima alcanzada por el cohete, b) su tiempo total de vuelo, y c) su alcance horizontal.

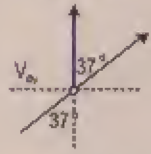
Resolución :



Considerar
$g = 10$ m/s

$$d = 100t + \frac{1}{2}(a)t^2 \quad \Rightarrow \quad d = 100(3) + \frac{1}{2}(30)(3)^2 = 435 \text{ m}$$

Parte (a) $\quad v_B = v_o + at \quad \Rightarrow \quad v_B = 100 + (30)(3) = 190$ m/s



$\Rightarrow \quad v_B\cos37° = v_{By} \quad \Rightarrow \quad v_{By} = 152$ m/s

Luego (por caída libre)
$H_{total} = h_1 + h_2$

Pero: $\quad h_1 = \frac{V_{By}^2}{2g} = \frac{152 \times 152}{2 \times 10} = 1\,155{,}2$ m

$h_2 = d\,\text{sen}53° \quad \Rightarrow \quad h_2 = 435 \times \frac{4}{5} = 348$ m

$\therefore \quad H_{total} = h_1 + h_2 = 348 + 1\,155{,}2$

$$H_{total} = 1\,503{,}2 \text{ m}$$

Parte (b) $\quad t_{total} = t_1 + t_2$

$t_2 = \frac{V_{By}}{g} = 15{,}2$ s

Luego: $\quad T_{total} = 3 + 15{,}2 = 18{,}2$ s

Parte (c) $\quad x = d\cos53° = 435 \times \frac{3}{5} = 261$ m

65. Una persona sobre la parte superior de una roca hemisférica de radio R patea una pelota (inicialmente en reposo en la parte superior de la roca) de manera que su velocidad inicial es horizontal como en la figura P4.65. a) ¿Cuál debe ser la velocidad inicial mínima si la pelota no tocara la roca después de patearla? b) Con esta velocidad inicial, ¿a qué distancia de la base de la roca la pelota golpeará el suelo?

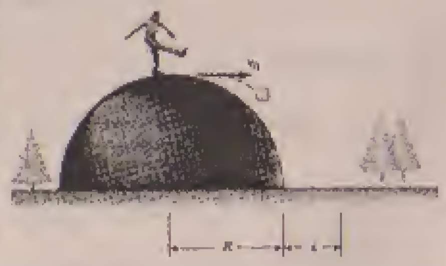


Figura P4.65

Resolución :

considerar $g = 10$ m/s²

Parte (a) $R = \frac{1}{2} gt^2 \Rightarrow \sqrt{\frac{2R}{g}} = t$

v_0 mínima si $x \to R$

$$\Rightarrow R = v_0 t \Rightarrow v_0 = \frac{R}{t} = \frac{R\sqrt{g}}{\sqrt{2R}} \text{ m/s}$$

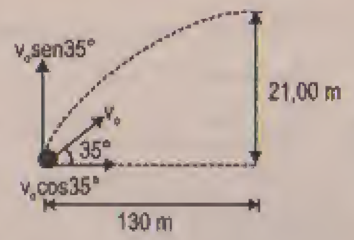
Parte (b) $x = v_0 t$

$$R = \frac{1}{2} gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2R}{g}} \text{ s}$$

Luego: $x = \sqrt{\frac{2R}{g}} \times \frac{R\sqrt{g}}{\sqrt{2R}} = R$

66. Un *home run* en un juego de beisbol se batea de manera tal que la pelota apenas libra un muro de 21,0 m de altura, localizado a 130 m del plato. La bola se golpea a un ángulo de 35,0° con la horizontal y se ignora la resistencia del aire. Encuentre: a) la velocidad inicial de la pelota, b) el tiempo que tarda en llegar al muro, y c) las componentes de la velocidad y la rapidez de la pelota cuando llega al muro. (Suponga que la pelota se golpea a una altura de 1,00 m sobre el suelo.)

Resolución :



sen35° ≈ 0,584

cos35° ≈ 0,812

Considerar: $g = 10\text{ m/s}^2$

Parte (a)

$$130 = v_0 \cos 35° \cdot t \Rightarrow t = \frac{130°}{v_0 \cos 35°}$$

$$21{,}00 = v_0 \,\text{sen}35° . t - \frac{1}{2} gt^2$$

$$\Rightarrow 21 = v_0 \,\text{sen}35°\left(\frac{130}{v_0 \cos 35°}\right) - 5\left(\frac{130}{v_0 \cos 35°}\right)^2$$

$$\left(\frac{5\times 130\times 130}{130 \tan 35° - 21}\right)\left(\frac{1}{\cos^2 35°}\right) = v_0^2$$

$$\Rightarrow \frac{5\times 130\times 130}{\left[130\times\left(\frac{0{,}584}{0{,}812}\right) - 21\right]} \times \frac{1}{(0{,}812)^2} = v_0^2$$

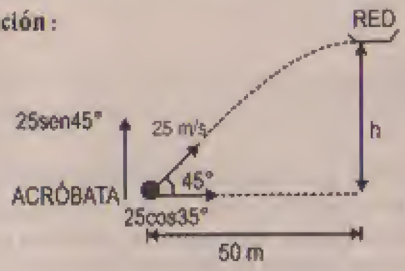
$$\therefore \quad v_0 = 42 \text{ m/s}$$

Parte (b) $t = \frac{130}{(40)(0{,}812)} = 4{,}00 \text{ s}$

Parte (c) $\vec{V} = \left(40\hat{i} + 0\hat{j}\right) \text{m/s}$

67. Un temerario acróbata se dispara desde un cañón a 45,0° respecto de la horizontal con una velocidad inicial de 25,0 m/s. Una red está colocada a una distancia horizontal de 50,0 m del cañón. ¿A qué altura sobre el cañón debe ponerse la red para que caiga en ella el acróbata.

Resolución :



Considerar $g = 10\text{ m/s}^2$

$$50 = 25\,\frac{\sqrt{2}}{2} t \Rightarrow t = 2\sqrt{2} \text{ s}$$

$$h = \left(25 \times \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(2\sqrt{2}\right) - 5\left(2\sqrt{2}\right)^2$$

$$\therefore \quad h = 10 \text{ m}$$

68. La posición de una partícula como función del tiempo está descrita por:

$\vec{r} = (bt)\hat{i} + (c - dt^2)\hat{j}$ $\quad b = 2{,}00$ m/s

$c = 5{,}00$ m, $d = 1{,}00\text{ m/s}^2$

a) Exprese y en función de x, dibuje la trayectoria de la partícula. ¿Cuál es la forma de la trayectoria? b) Derive una relación vectorial para la velocidad. c) ¿A qué tiempo (t > 0) es el vector velocidad perpendicular al vector de posición?

Resolución :

$\vec{r} = bt\hat{i} + (c - dt^2)\hat{j}$; $\quad b = 2$ m/s ; $\quad c = 5$ m ; $\quad d = 1\text{ m/s}^2$

Parte (a)

$\vec{x}(t) = 2t$; $\vec{y}(t) = 5 - t^2$

$\Rightarrow \quad t = \dfrac{x}{2}$; $\quad$ luego: $y = 5 - \left(\dfrac{x}{2}\right)^2$

$$\therefore \quad y = -\frac{1}{4}x^2 + 5$$

Luego la trayectoria es una parábola con vértice: (0; 5)

Parte (b) $\vec{V} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \left(2\hat{i} - 2t\hat{j}\right)$ m/s

Parte (c) $\vec{V}\cdot\vec{r} = 0 \Rightarrow \left[2t\hat{i} + (5-t^2)\hat{j}\right]\left[2\hat{i} - 10t\hat{j}\right] = 0\hat{i} + 0\hat{j} = 0$

$4t + (5 - t^2)(-10t) = 0$

$\Rightarrow \quad 4t - 50t + 10t^3 = 0$

$\therefore \quad 10t^2 = 46 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\dfrac{46}{10}} \approx 2{,}14$ s

69. Un bombardero vuela horizontalmente con una velocidad de 275 m/s respecto del suelo. Su altitud es de 3 000 m y el terreno es plano. Ignore los efectos de la resistencia del aire. a) ¿A qué distancia del punto verticalmente abajo del punto de liberación hace contacto la bomba con el suelo? b) Si el avión mantiene su curso y velocidad originales, ¿dónde se encuentra cuando la bomba estalla en el suelo? c) ¿A qué ángulo, desde la vertical en el punto de liberación, debe apuntar la mira telescópica del bombardero de modo que la bomba dé en el blanco observado en la mira en el momento de que se suelta el proyectil?

Resolución :

Considerar g = 10 m/s²

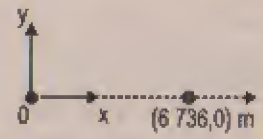
Parte (a)

$3\,000 = \dfrac{1}{2}(g).t^2 \Rightarrow \quad 600 = t^2 \quad \therefore \; t = 10\sqrt{6}$ s

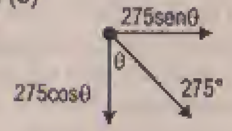
$x = 275t \quad \Rightarrow \quad x = (275)(10\sqrt{6})$

$$\therefore \quad x = 2\,750\sqrt{6} \text{ m}$$

Parte (b)



Parte (c)



$3\,000 = 275\cos\theta \,.\, t + 5t^2$

$6\,736 = 275\text{sen}\theta \,.\, t \quad \Rightarrow \quad t = \dfrac{6\,736}{275\text{sen}\theta}$

$\Rightarrow \quad 3\,000 = \cot\theta \times 6\,736 + 5\left(\dfrac{6\,736}{275\,\text{sen}\theta}\right)^2$

Pero: $1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$

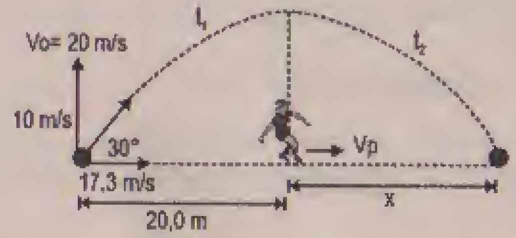
$\Rightarrow \quad 3\,000 = 6\,736\cot\theta + 3\,000\csc^2\theta$

Desarrollando: $\cot\theta = -2{,}25 \quad \Rightarrow \quad \tan\theta = -0{,}44$

$$\therefore \quad \theta = \tan^{-1}(-0{,}44)$$

70. Un balón de fútbol se lanza hacia un receptor con una velocidad inicial de 20,0 m/s a un ángulo de 30.0° sobre la horizontal. En ese instante el receptor está a 20,0 m del mariscal de campo. ¿En qué dirección y con qué velocidad constante debe correr el receptor para atrapar el balón a la misma altura a la cual fue lanzado?

Resolución :



$t_{vuelo} \Rightarrow \text{Hmáx} = 0 = 10t - 5t^2 \quad \therefore \; t_{vuelo} = 2$ s

$\Rightarrow \quad D_{xmáx} = 17{,}3\,t = 17{,}3\,(2) = 34{,}6$ m

$\Rightarrow \quad x = 34{,}6 - 20 = 14{,}6$ m

$\Rightarrow \quad v_p = \dfrac{x}{t_2} = \dfrac{14{,}6}{t_2} \quad ...(1)$

$$t_1 = \frac{20}{17{,}3} = 1{,}16 \text{ s}$$

$\Rightarrow \quad t_2 = t_{vuelo} - t_1 = 2 - 1{,}16 = 0{,}844$ s

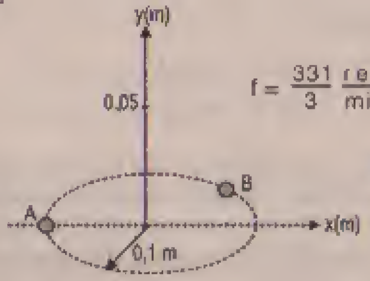
Parte (c)

Por lo tanto de (1): $v_p = \dfrac{14,6}{0,844} = 13,52$ m/s

En la dirección Este (0°).

71. Una pulga está en el punto A sobre una tornamesa horizontal a 10,0 cm del centro. La tornamesa está girando a 33 1/3 rev/min en la dirección de las manecillas del reloj. La pulga salta verticalmente hacia arriba a una altura de 5,00 cm y aterriza sobre la tornamesa en el punto B. Sitúe el origen de coordenadas en el centro de la tornamesa con el eje x positivo fijo en el espacio y pasando a través de A. a) Encuentre el desplazamiento lineal de la pulga. b) Determine la posición del punto A cuando la pulga aterriza. c) Determine la posición del punto B cuando la pulga aterriza.

Resolución :



$$f = \frac{331}{3}\,\frac{rev}{min} \times \frac{1\,min}{60\,s} = \frac{331}{180}\cdot\frac{1}{s}$$

$g = 10$ m/s^2

Parte (a)

$$\omega = 2\pi\,.\,f = \frac{331\pi}{90}\ \text{rad/s} = 3,7\ \text{T rad/s}$$

$$v = \omega.R = \frac{331}{90}\,(3,14)(0,1) = 1,2\ \text{m/s}$$

$$0,05 = \frac{v_i^2 - v_f^2}{2(10)} \Rightarrow v_i = \sqrt{0,05(20)} = 1\ \text{m/s}$$

$$v_f = v_i - 10t \Rightarrow t = 1/10$$

$$\therefore\ S_{lineal} = v.t = 1,2\left(\frac{1}{10}\right) = 0,12\ \text{m}$$

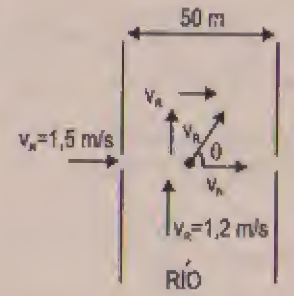
Parte (b) $\theta(t) = \theta_o + \omega t \Rightarrow \theta(1/10) = (3,7\pi)\left(\dfrac{1}{10}\right) = 0,37\pi$ rad

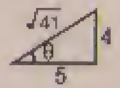
Parte (c) $\theta(t) = \theta_o + \omega t \Rightarrow \theta(1/10) = (0,37\pi)\left(\dfrac{1}{10}\right) + 3,7\pi\ (1/10)$

$\Rightarrow \theta(1/10) = 0,74\pi$

72. Una estudiante que es capaz de nadar a 1,50 m/s en agua sin corrientes desea cruzar un río que tiene una corriente de 1,20 m/s de velocidad hacia el sur. El ancho del río es de 50,0 m. a) Si la estudiante inicia desde la orilla oeste, ¿en qué dirección debe nadar para atravesar directamente el río? ¿Cuánto durará este recorrido? b) Si se dirige hacia el este, ¿en cuánto tiempo cruzará el río? (Nota: la estudiante recorre más de 50,0 m en este caso.)

Resolución :





Parte (a) $\tan\theta = \dfrac{v_R}{v_N} = \dfrac{1,2}{1,5} = \dfrac{4}{5} \Rightarrow \theta = \arctan(0,8)$

Parte (b) $50 = (1,5)(t) \Rightarrow t = 33,3$ s

El recorrido durará:

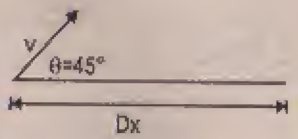
$$v_R = \sqrt{(1,2)^2 + (1,5)^2} = 1,92\ \text{m/s}$$

$$\Rightarrow \frac{D_{total}}{v_R} = t_{total} \Rightarrow \frac{50}{\cos\theta} \times \frac{1}{v_R} = t_{total}$$

$$\therefore\ t_{total} = 10\sqrt{41} \times 1,92 = 123\ \text{s}$$

73. Un rifle tiene un alcance máximo de 500 m. a) ¿Para qué ángulos de elevación el alcance sería 350 m?, ¿cuál es el alcance cuando la bala sale del rifle, b) a 14,0° c) a 76,0°?

Resolución :



Considerar:

$g = 10$ m/s^2

Parte (a)

$D_{xmáx} = 500 = v\cos\theta\,.\,t_{vuelo}$

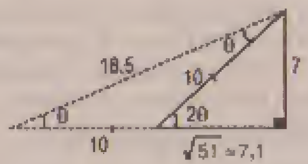
$$t_{vuelo} = \frac{2\,v\,\text{sen}\,\theta}{g}$$

Luego: $D_{máx} = \dfrac{v^2\,\text{sen}\,2\theta}{g} = 500 \qquad \therefore\ v = 50\sqrt{2}$ m/s

Si $D_{xmáx} = 350$:

$$\Rightarrow \quad 350 = \frac{\left(50\sqrt{2}\right)^2}{10} \cdot \text{sen}2\theta$$

$$\therefore \quad \text{sen}2\theta = \frac{7}{10} = 0{,}7$$



$$\Rightarrow \quad \text{sen}\theta = \frac{7}{18{,}5} \approx 0{,}38 \quad \Rightarrow \quad \text{sen}15° < \text{sen}\theta < \text{sen}(53/2)$$

Parte (b)

$$\text{a } 14° \Rightarrow \quad D_{x\,máx} = \frac{v^2 \,\text{sen}\, 2(14°)}{g} = \frac{\left(50\sqrt{2}\right)^2 \text{sen } 28°}{10}$$

$$\text{a } 76° \quad \Rightarrow \quad D_{x\,máx} = \frac{\left(50\sqrt{2}\right)^2}{10}\left(2\text{sen}76° \cdot \cos 76°\right)$$

como 14° y 76° son complementarios entonces los alcances son iguales.

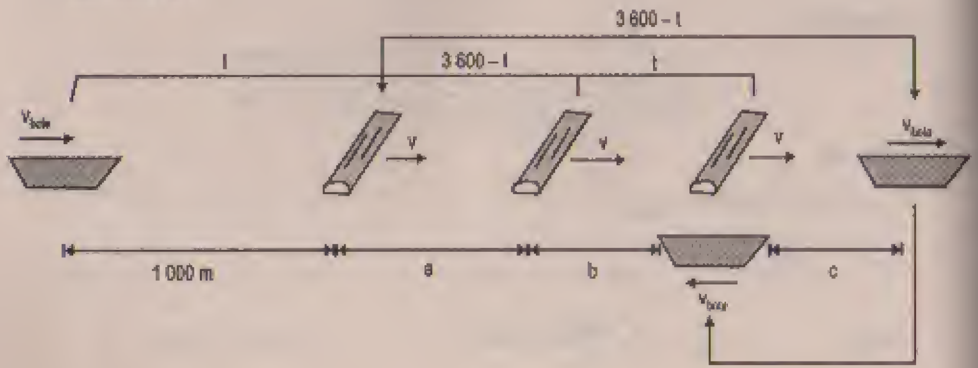
$$\text{sen}14° = 0{,}254 \quad \wedge \quad \cos 14° = 0{,}967$$

Entonces: $D_{máx}(14°) = 500(2\text{sen}14° \cdot \cos 14°) = 1\,000\,(0{,}254)(0{,}967)$

$$\therefore \quad D_{máx}(14°) = 246 \text{ m}$$

74. Un río fluye con velocidad uniforme v. Una persona en un bote de motor viaja 1,00 km aguas arriba, momento en que observa un tronco flotando. La persona continúa desplazándose aguas arriba durante 60,0 min a la misma velocidad y luego regresa aguas abajo hasta el punto de partida, donde vuelve a ver el mismo tronco. Determine la velocidad del río. (Sugerencia: el tiempo de viaje del bote después de que alcanza al tronco es igual al tiempo de viaje del tronco.)

Resolución :



Se sabe que:

$$t_{\text{viaje del bote}} = t_{\text{viaje del tronco}} = 60 \text{ min} = 3\,600 \text{ s}$$

Por otro lado:

Recorrido del bote en el momento que observa al tronco por primera vez es:

$$(v_b + v)(3\,600 - t) \qquad ...(\alpha)$$

Recorrido del tronco + recorrido del bote cuando observa el tronco por segunda vez es:

$$v(3\,600 - t) + v \cdot t + (v_b - v) \cdot t \qquad ...(\beta)$$

como: $\alpha = \beta$; entonces:

$$3\,600\, v_b - v_b \cdot t + 3\,600 \cdot v - \cancel{v}.t = 3\,600\, v - \cancel{v}.t + \cancel{v}.t + v_b \cdot t - \cancel{v}.t$$

$$\Rightarrow \quad 3\,600\,\cancel{v_b} = 2\,\cancel{v_b}\, t \qquad \therefore \quad t = 1\,800 \text{ s}$$

Luego: en tiempos iguales se recorren espacios iguales; entonces:

$$\boxed{a = b = c = \frac{1\,000}{3}}$$

Luego:

$$(v_b + v) \times 1\,800 = 1\,000$$

$$\therefore \quad v_b + v = \frac{10}{18} \qquad ...(1)$$

Del gráfico:

$$(v_b - v) \times 1\,800 = \frac{1\,000}{3}$$

$$\therefore \quad v_b - v = \frac{10}{54} \qquad ...(2)$$

Restando: (1) − (2) resulta que:

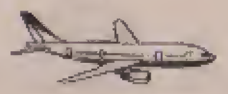
$$2v = \frac{30}{54} - \frac{10}{54} = \frac{20}{54}$$

$$\therefore \quad v = 0{,}185 \text{ m/s}$$

75. Un avión tiene una velocidad de 400 km/h en dirección este respecto del aire en movimiento. Al mismo tiempo, sopla un viento en dirección norte con una velocidad de 75,0 km/h en relación con la Tierra. a) Determine la velocidad del avión respecto de la Tierra. b) ¿En qué dirección debe orientarse el avión con el fin de moverse hacia el este respecto de la Tierra?

Resolución :

avión



$\rightarrow \; v_{avión/viento(aire)} = 400\ km/h$

$v_{V/T} = 75\ km/h$

Parte (a)

$\vec{V}_{avión/T} = \underset{\text{En } x}{v_{avión/aire}} + \underset{\text{(viento)}}{v_{viento/T}}$

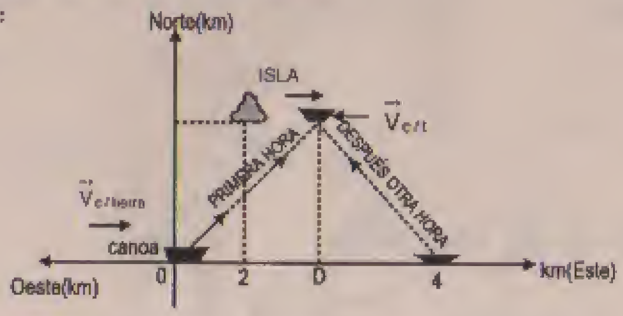
$\Rightarrow \quad \vec{V}_{avión/T\ en\ x} = 400\ km/h + 0\hat{i}$

$\vec{V}_{avión/T\ en\ y} = 0 + 75\ km/h\ \hat{j} \qquad \therefore \qquad \vec{V}_{a/T} = \sqrt{(400)^2 + (75)^2} = 407\ km/h$

Parte (b) $\qquad \tan\theta = \dfrac{75}{400} = 0{,}19 \qquad \therefore \qquad \theta = \tan^{-1}(0{,}19)$

76. Una marinera dirige una canoa hacia una isla localizada 2,00 km al este y 3,00 km al norte de su posición de partida. Después de una hora ella ve la isla en dirección oeste. Después dirige el bote en la dirección opuesta en la cual estuvo remando, rema durante otra hora y termina 4,00 km en dirección este de su posición de partida. Deduce correctamente que la corriente va de oeste a este. a) ¿Cuál es la velocidad de la corriente? b) Demuestre que la velocidad del bote relativa a la orilla durante la primera hora puede expresarse como $v = (4{,}00\ km/h)i + (3{,}00\ km/h)j$, donde $\hat{i}$ apunta al este y $\hat{j}$ hacia el norte.

Resolución :



Sabemos: $\qquad v_{canoa/tierra} = v_{río/tierra} + v_{canoa/río}$

Por hipótesis: asumiendo $\vec{V}_{río/tierra} \rightarrow$ (oeste-este)... (α)

Entonces:

En la primera hora

En (x) $\qquad \vec{V}_{c/t} \times 1\ hora = d > 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{V}_{c/t} > 0 \qquad$ cumple

En (y): $\qquad \vec{V}_{c/t} \times 1\ hora = 3 > 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{V}_{c/t} > 0 \qquad$ cumple

Despues de una hora la $\vec{V}_{c/t}$ cambia de sentido $\Rightarrow \vec{V}_{c/t} < 0$

En (x): $\qquad -\vec{V}_{c/t}(1\ hora) = (4 - d) > 0 \Rightarrow \quad -\vec{V}_{c/t} > 0 \ \ \backslash \ \ \vec{V}_{c/t} < 0 \quad$ cumple

En (y): $\qquad -\vec{V}_{c/t}(1\ hora) = (0 - 3) < 0 \Rightarrow \quad -\vec{V}_{c/t} < 0 \ \ \backslash \ \ \vec{V}_{c/t} > 0$ cumple

Por consiguiente: por (α)

Como la $\vec{V}_{c/t}$ (es > 0) $\quad \Rightarrow v_{R/t} + V_{canoa/R} > 0$

Luego $v_{río/tierra} > 0$

Lo que equivale a decir por α que la corriente va de oeste a este.

Parte (a)

Sabemos del gráfico: $\qquad d - 0 = 4 - d \qquad \Rightarrow \qquad d = 3\ km$

$\Rightarrow \quad V_{c/t}\ (en\ x) = 3\ km/h \quad \wedge \quad V_{c/t}\ (en\ y) = 3\ km/h$

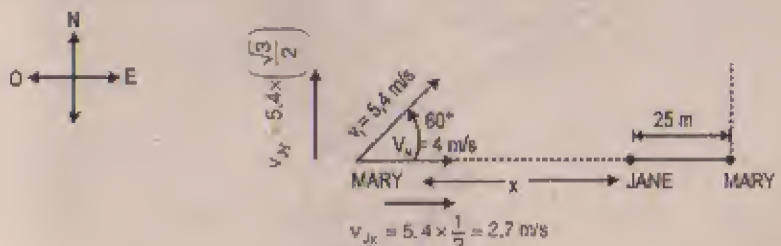
Luego: $\qquad |\vec{V}_{c/t}| = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}\ km/h$

Parte (b)

Del gráfico $\qquad \vec{V}_{c/tierra} = 400\ km/h\ \hat{i} + 3\ km/h\ \hat{j}$

77. Dos jugadoras de *futbol soccer*. Mary y Jane, empiezan a correr casi desde el mismo punto al mismo tiempo. Mary corre en dirección este a 4,0 m/s mientras que Jane parte en una dirección 60° al norte del este a 5,4 m/s. a) ¿Cuánto tiempo transcurre antes de que estén separadas por una distancia de 25 m? b) ¿Cuál es la velocidad de Jane en relación con la de Mary? c) ¿Qué distancia las separa después de 4,0 s?

Resolución :



$$\left.\begin{array}{l} D_{MARY} = (x + 25)t = 4t \\ D_{JANE} = x = 2,7t \end{array}\right\} \div$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x+25}{x} = \frac{4}{2,7} \quad \Rightarrow \quad x = 52 \text{ m}$$

Parte (a) $\therefore \quad t \Rightarrow \quad 52 = 2,7t \quad \Rightarrow t = \frac{52}{2,7} = 19,3 \text{ s}$

Parte (b)

En x: $\quad v_{M/tierra} = v_{J/tierra} + v_{M/J}$

$\Rightarrow \quad v_{M/J} = v_{M/T} - v_{J/T} = 4 \text{ m/s} - 2,7 \text{ m/s} = 1,3 \text{ m/s}$

$\therefore \quad \vec{V}_{J/M} = -1,3 \text{ m/s}$

En y: $\quad v_{M/tierra} = v_{J/tierra} + v_{M/J}$

Parte (c) $\quad D_{Mary} = 4(4) = 16 \text{ m}$

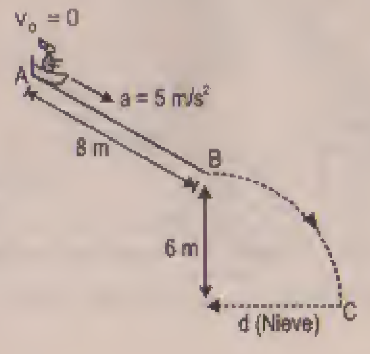
$D_{Jane} = 2,7(4) = 10,8 \text{ m}$

$\therefore$ Distancia de separación $= 16 - 10,8 = 5,2$ m

78. Después de entregar sus juguetes de la manera usual, Santa Clos decide divertirse un poco y se desliza por un techo congelado, como se ve en la figura P4.78. Parte del reposo en la parte superior del techo, que mide 8,00 m de longitud, y acelera a razón de 5,00 m/s². La orilla del techo está a 6,00 m arriba de un banco de nieve blanda, en la cual aterriza Santa. Encuentre: a) las componentes de velocidad de Santa cuando llega al banco de nieve, b) el tiempo total que permanece en movimiento, y c) la distancia d entre la casa y el punto donde él aterriza en la nieve.

Figura P4.78

Resolución :

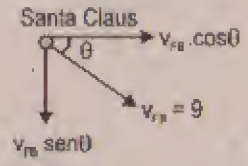


Considerar : $g = 10 \text{ m/s}^2$

$$8 = \frac{1}{2}(a)t^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{16}{5} = t^2 \quad \therefore \quad t = \sqrt{\frac{16}{5}} = 1,8 \text{ s}$$

$$v_f = v_o + 5t \quad \Rightarrow \quad v_{fB} = 5\,(1,8) = 9 \text{ m/s}$$

Por Mov. Proyectiles:



79. Un esquiador sale de una rampa de salto con una velocidad de 10 m/s, 15° arriba de la horizontal, como muestra la figura P4.79. La pendiente está inclinada a 50°, y la resistencia del aire es despreciable. Determine: a) la distancia a la cual el esquiador aterriza y b) las componentes de velocidad justo antes del aterrizaje. (¿Cómo cree usted que podrían afectarse los resultados si se incluyera la resistencia del aire? Observe que los saltadores de esquí se impulsan hacia adelante en la forma de un proyectil aerodinámico con sus manos en sus costados para incrementar su distancia. ¿Por qué funciona esto?)

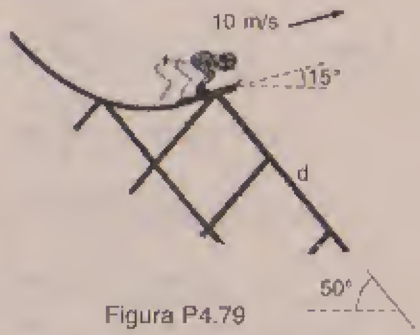
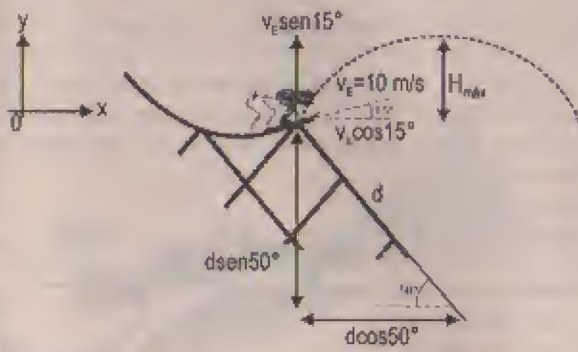


Figura P4.79

Resolución :

$\text{sen}15° \approx 0,26$

$\cos 15° \approx 0,97$



$\text{sen}50° \approx 0,775$

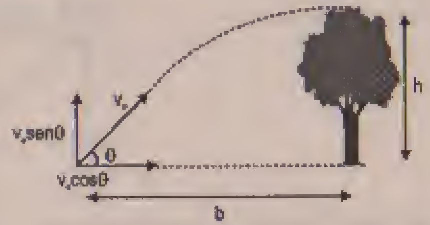
$\cos 50° \approx 0,632$

$$V_E \cos 15° = 10(0,97) = 9,7 \text{ m/s}$$

$$V_E \,\text{sen}\,15° = 10(0,26) = 2,6 \text{ m/s}$$

80. Una pelota de golf abandona el suelo a un ángulo θ y golpea un árbol mientras se mueve horizontalmente a una altura h sobre el suelo. Si el árbol se encuentra a una distancia horizontal b desde el punto de partida, demuestre que: a) $\tan\theta = 2h/b$. b) ¿Cuál es la velocidad inicial de la pelota en términos de b y h?

Resolución:



$$v_{vf} = v_o\, sen\theta - gt$$

$$\Rightarrow \quad 0 = v_o sen\theta - gt$$

$$\therefore \quad t = \frac{v_o\, sen\theta}{g}$$

$$b = v_o \cdot \cos\theta \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{b}{v_o \cos\theta}$$

Luego: $$\frac{b}{v_o\cos\theta} = \frac{v_o\, sen\theta}{g} \quad \Rightarrow \quad v_o^2 = \frac{bg}{sen\theta \cdot \cos\theta} \quad \dots (1)$$

$$h = v_o sen\theta \cdot t - \frac{1}{2} gt^2$$

$$\Rightarrow \quad h = v_o sen\theta \left(\frac{v_o\, sen\,\theta}{g}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_o\, sen\,\theta}{g}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{v_o^2 sen^2\theta}{g} - \frac{v_o^2 sen^2\theta}{2g} = \frac{v_o^2 sen^2\theta}{2g} \dots (2)$$

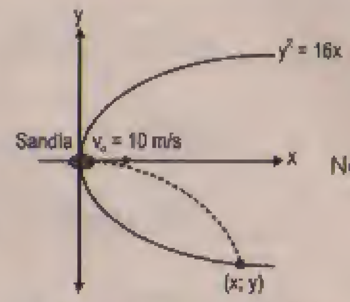
(1) en (2): $$h = \left(\frac{bg}{sen\theta.\cos\theta}\right)\frac{sen^2\theta}{2g} \quad \Rightarrow \quad h = \frac{b.\tan\theta}{2}$$

$$\therefore \quad \tan\theta = 2h/b \qquad \text{l.q.q.d.}$$

81. Un camión cargado con sandías se detiene súbitamente para evitar caer por el borde de un puente destruido (figura P4.81). El rápido frenado hace que varias sandías salgan del camión. Una sandía rueda sobre la orilla con una velocidad inicial $v_o = 10$ m/s en la dirección horizontal. ¿Cuáles son las coordenadas x e y de la sandía cuando cae en el banco de agua, si la sección transversal de este mismo tiene la forma de una parábola ($y^2 = 16x$, donde x e y se miden en metros) con su vértice en el borde el camino?

Figura P4.81

Resolución:



Sabemos que:

$x(t) = 10.t$ (para la sandía)

$y(t) = -5.t^2$ (para la sandía)

Nos piden: (x; y)

Entonces: $$y = -5\left(\frac{x}{10}\right)^2 = -\frac{1}{20}x^2 \text{ (trayectoria de la sandía)}$$

Luego: al intersectar tenemos que:

$$\left(-\frac{1}{20}x^2\right)^2 = 16x \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{400}x^3 - 16 = 0$$

$$\therefore \quad x = \sqrt[3]{16 \times 400} = 18{,}566 \text{ m}$$

Entonces: $18{,}566 = 10.t \Rightarrow t = 1{,}85665$

Luego: $y = -5(1{,}8566)^2 = -17{,}2348$ m

En consecuencia:

Las coordenadas de la sandía cuando cae en el banco de agua son:

$$x = 18{,}566 \text{ m} \quad ; \quad y = -17{,}2348 \text{ m}$$

82. En la figura P4.82 se muestra un barco enemigo que está en el lado oeste de una isla montañosa. El barco enemigo puede maniobrar hasta 2 500 m de distancia de la cima del monte de 1 800 m de altura y puede disparar proyectiles con una velocidad de 250 m/s. Si la orilla de la playa occidental se encuentra horizontalmente a 300 m de la cima, ¿cuáles son las distancias desde la orilla occidental a las cuales un barco puede estar fuera del alcance del bombardero de la embarcación enemiga?

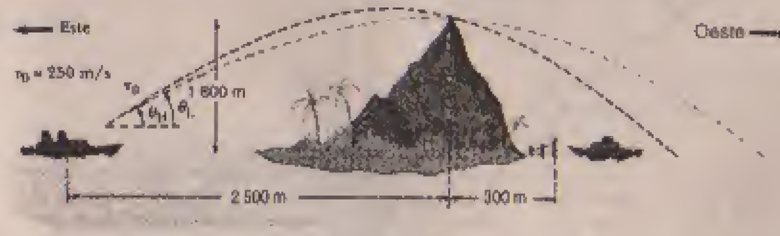


Figura P4.82

Resolución:

Considerar $g = 10$ m/s²

Sabemos que: $$t_{máx} = \frac{2v_o\, sen\theta}{g} \quad \wedge \quad 2\,800 < Dx < 6\,250$$

$$\Rightarrow \quad D_{máx} = \frac{v_o \cos\theta \times 2\, v_o \,\text{sen}\,\theta}{g} = \frac{v_o^2 \,\text{sen}\, 2\theta}{g}$$

Luego: $D_{máx} = \dfrac{(250)^2(1)}{10} = 6\,250$ m cuando $\theta = 45°$

$$D_{mínimo} = \frac{250^2 \times \text{sen}\,2\theta}{10} = 2\,800$$

$$\Rightarrow \quad 2\,800 < \frac{v_o^2 \,\text{sen}\,2\theta}{10} < 6\,250$$

$$\Rightarrow \quad 2\,800 < v_o^2 \,\text{sen}2\theta < 62\,500$$

$$\therefore \quad 28\,000/v_o^2 < \text{sen}2\theta < 62\,500/v_o^2 = 1$$

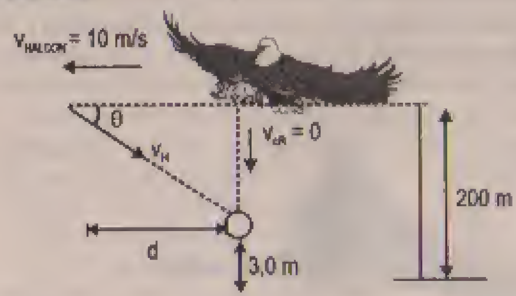
$$= 0{,}045 < \text{sen}2\theta < 1$$

$$\Rightarrow \quad 2{,}5° < 2\theta < 90° \quad \Rightarrow \quad 1{,}25° < \theta < 45°$$

$\therefore$ Las distancias serán con $\angle$s que varíen en 1,25° y 45°.

83. **Un halcón vuela horizontalmente a 10,0 m/s en una línea recta 200 m arriba del suelo. Un ratón que él lleva escapa de sus garras. El halcón continúa en su misma trayectoria a la misma velocidad durante dos segundos antes de recuperar a su presa. Para lograrlo, desciende en línea recta a velocidad constante y recaptura al ratón a 3,0 m sobre el suelo. Suponiendo que no hay resistencia del aire, a) encuentre la velocidad de descenso del halcón, b) ¿qué ángulo con la horizontal forma el halcón durante su descenso?, y c) ¿durante cuánto tiempo el ratón «disfruta» su caída libre?**

Resolución:



Considerar g = 10 m/s²

Parte (a) $197 = \dfrac{1}{2}(10)t^2 \quad \Rightarrow \quad t = 6{,}3$ s

$d = v_H \times t_1 = 10(2) = 20$ m

$$197 = v_H.\text{sen}\theta\,(6{,}3 - 2) + \frac{1}{2}(10)(6{,}3-2)^2$$

$$\Rightarrow \quad 197 = v_H \,\text{sen}\theta\,(4{,}3) + 5(4{,}3)^2$$

$\therefore \quad v_H \text{sen}\theta = 24{,}3 \qquad \ldots (1)$

Pero: $\quad v_H.\cos\theta(4{,}3) = 20$

$\therefore \quad v_H \cos\theta = 4{,}65 \qquad \ldots (2)$

De: (1) y (2): $\quad v_H = \sqrt{(24{,}3)^2 + (4{,}65)^2} = 24{,}74$ m/s

Parte (b)

(1) ÷ (2) $\qquad \tan\theta = \dfrac{24{,}3}{4{,}65} = 5{,}23 \quad \therefore \quad \theta = \tan^{-1}(5{,}23)$

Parte (c)

El ratón disfruta de su caída libre durante t = 6,3 segundos.

84 El coyote con gran determinación está listo otra vez para intentar capturar al elusivo correcaminos. El coyote porta un par de patines de ruedas de propulsión a chorro Acme, que brindan una aceleración horizontal constante de 15 m/s² (figura P4.84). El coyote parte del reposo a 70 m del borde de un precipicio en el instante que el correcaminos como de rayo cambia de dirección alejándose del precipicio. a) Si el correcaminos se mueve con velocidad constante, determine la velocidad mínima que debe tener para llegar al precipicio antes que el coyote. b) Si el peñasco está a 100 m sobre el fondo de un cañón, determine dónde aterriza el coyote (suponga que los patines continúan en operación cuando él está «volando»). c) Determine las componentes de velocidad del coyote justo antes de aterrizar en el cañón. (Como siempre, el correcaminos se salva haciendo un repentino giro en el peñasco.)

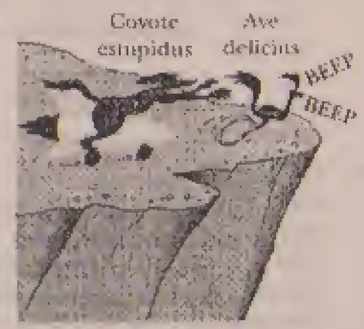
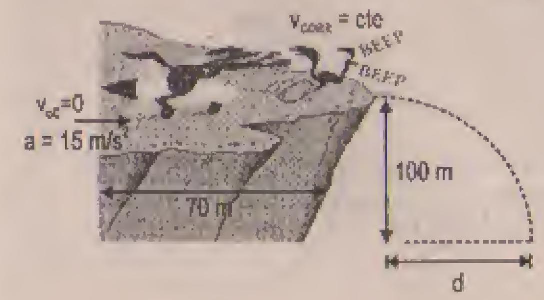


Figura P4.84

Resolución:

Considerar g = 10 m/s²



Parte (a)

$v_{corr} \times t = 70$ m

$t_{mínimo}$ será el tiempo que emplee el coyote en recorrer 70 m:

$$\Rightarrow \quad 70 = \frac{1}{2}(15)t^2 \quad \Rightarrow t^2 = \frac{140}{5} = 2\sqrt{7} \approx ¿?$$

$$\therefore \quad t = 5{,}3 \text{ s}$$

$$\therefore \quad v_{correc} = \frac{70}{5{,}3} = 13{,}2 \text{ m/s}$$

Parte (b)

$v_f = v_o + at \quad \Rightarrow \quad v_f = 15(5{,}3) = 79{,}5$ m/s

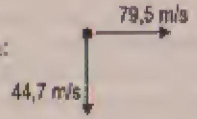
$100 = \frac{1}{2}(10)t^2 \quad \Rightarrow \quad t^2 = 20 \quad \Rightarrow \quad t = 2\sqrt{5}$

$\therefore \quad t = 4{,}47$ s

Luego: $(79{,}5)(4{,}47) = d = 355{,}4$ m

Parte (c) $v_{fy} = v_{oy} + g(t) = 10(4{,}47) = 44{,}7$ m/s

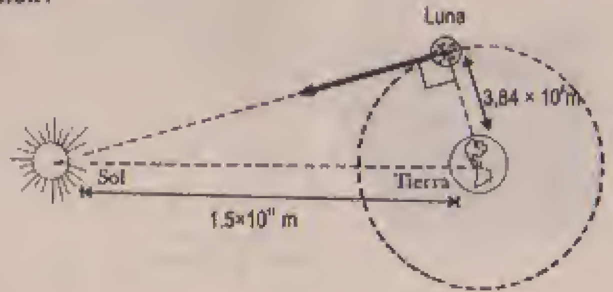
$\therefore$ Las componentes de la velocidad será:



85. La Tierra está a $1{,}50 \times 10^{11}$ m del Sol y efectúa una revolución alrededor del mismo en $3{,}16 \times 10^7$ s. La Luna está a $3{,}84 \times 10^8$ m de la Tierra y realiza una revolución alrededor de ésta en $2{,}36 \times 10^6$. Determine la velocidad de la Luna relativa al Sol en el instante en que el satélite terrestre apunta directamente hacia el Sol, como en la figura P4.85.

Figura P4.85

Resolución:



$$v_{Tierra/Sol} = \omega.R = \frac{2\pi}{T}.R = \frac{2(3{,}14156)}{3{,}16 \times 10^7}\left(1{,}5 \times 10^{11}\right)$$

$$\therefore \quad v_{Tierra/Sol} = 2{,}98 \times 10^4 \text{ m/s}$$

$$v_{Luna/Tierra} = \omega.R = \frac{2\pi}{T} \times R = \frac{2(3{,}14159)}{2 \times 36 \times 10^6} \times (3{,}34 \times 10^8)$$

$$\therefore \quad v_{Luna/Tierra} = 10{,}2 \times 10^2 \approx 10^3 \text{ m/s}$$

Por lo tanto: $v_{Luna/Sol} = v_{Luna/Tierra} + v_{Tierra/Sol}$

$$\Rightarrow \quad v_{Luna/Sol} = 10^3 \text{ m/s} + 2{,}98 \times 10^4 \text{ m/s} \approx 30\,800 \text{ m/s}$$

que equivale a: 30,8 km/s.

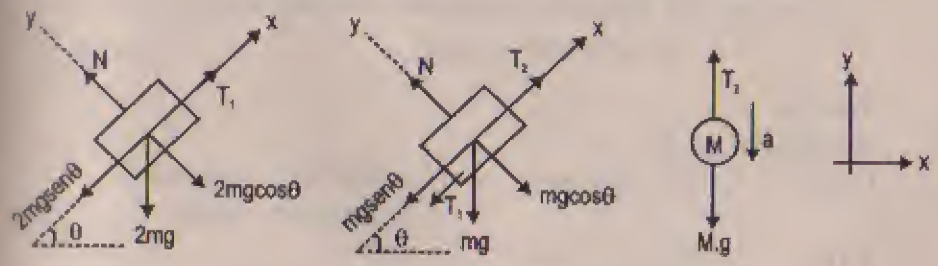
Capítulo 5

PROBLEMAS DE REPASO

Considere los tres bloques conectados que se muestran en el diagrama. Si el plano inclinado es sin fricción y el sistema está en equilibrio, determine (en función de m, g y θ) a) la masa M, y b) las tensiones T_1 y T_2. Si se duplica el valor encontrado para la masa suspendida en el inciso a), determine c) la aceleración de cada bloque, y d) las tensiones T_1 y T_2. Si el coeficiente de fricción estática entre m y 2m y el plano inclinado es μ_s y el sistema está en equilibrio, encuentre e) el valor mínimo de M, y f) el valor máximo de M. g) Compare los valores de T_2 cuando M tiene sus valores mínimo y máximo.

Resolución:

Parte (a)



(a) (b) (c)

En (a)

$\Sigma F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad 2mg\,\mathrm{sen}\theta = T_1$

En (b)

$\Sigma F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad mg\mathrm{sen}\theta + T_1 = T_2 \Rightarrow T_2 = mg\mathrm{sen}\theta + 2mg\mathrm{sen}\theta = 3mg\mathrm{sen}\theta$

En (c)

$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad T_2 = Mg \quad \Rightarrow \quad 3mg\mathrm{sen}\theta = M.g \quad \therefore \quad M = 3m\mathrm{sen}\theta$

Parte (b)

Si: $M = 2(3m\,sen\theta) \Rightarrow T_2 = 6mg\,sen\theta \;\wedge\; T_1 = 5mg\,sen\theta$

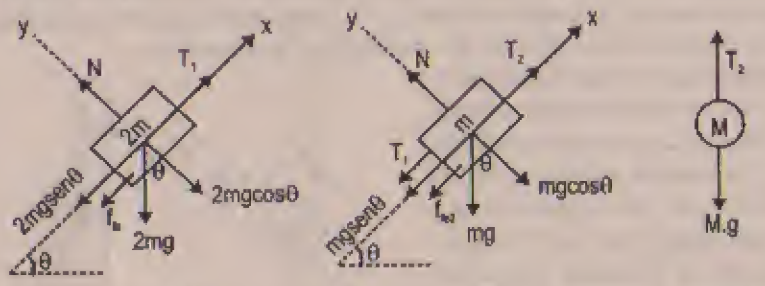
Parte (c)

$Mg - T_2 = M.a$ ... (1) $\wedge$ $T_2 - 3mg\,sen\theta = 3m(a)$ ... (2)

(1) + (2):

$$\Rightarrow Mg - 3mg\,sen\theta = a(M + 3n) \quad \therefore\; a = \frac{g\,(M - 3m\,sen\theta)}{M+3m}$$

Parte (d)



(a) (b) (c)

En (a) $T_1 = 2mg\,sen\theta + \mu 2mg\cos\theta$

$\Rightarrow T_1 = 2mg(sen\theta + \mu\cos\theta)$

$T_2 = T_1 + mg\,sen\theta + mg\cos\theta\,.\,\mu$

$\therefore T_2 = 2mg\,sen\theta + 2mg\cos\theta + mg\,sen\theta + \mu mg\cos\theta$

$\therefore T_2 = 3mg(sen\theta + \mu\cos\theta)$

Parte (e)

Valor mínimo de «M»:

En (a): $T_1 + f_{fe1} = 2mg\,sen\theta \Rightarrow T_1 = 2mg\,sen\theta - 2mg\cos\theta$

$\therefore T_1 = 2mg(sen\theta - \mu\cos\theta)$

En (b): $T_2 + f_{fe2} = T_1 + mg\,sen\theta$

$\Rightarrow T_2 = 2mg\,sen\theta - 2mg\mu\cos\theta + mg\,sen\theta - \mu mg\cos\theta$

$\therefore T_2 = 3mg(sen\theta - \mu\cos\theta)$

Luego: $M_{mínimo} \Rightarrow Mg = 3mg(sen\theta - \mu\cos\theta)$

$\therefore M_{mín.} = 3m(sen\theta - \mu\cos\theta)$

Parte (f)

Valor máximo de «M» $\Rightarrow M_{máx.} = 3m(sen\theta + \mu\cos\theta)$

PRIMERA, SEGUNDA Y TERCERA LEY DE NEWTON. MASA INERCIAL Y PESO

1 Una fuerza F aplicada a un objeto de masa m_1 produce una aceleración de 3,00 m/s². La misma fuerza aplicada a un objeto de masa m_2 produce una aceleración 1,00 m/s². a) ¿Cuál es el valor de la proporción m_1/m_2? b) Si se combinan m_1 y m_2 encuentre su aceleración bajo la acción de F.

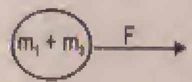
Resolución :

Parte (a)

$$m_1 = \frac{F}{a_1} = \frac{F}{3} \quad ...(1) \quad \wedge \quad m_2 = \frac{F}{a_2} = F$$

$$\therefore \frac{m_1}{m_2} = \frac{\frac{F}{3}}{F} = \frac{1}{3}$$

Parte (b)

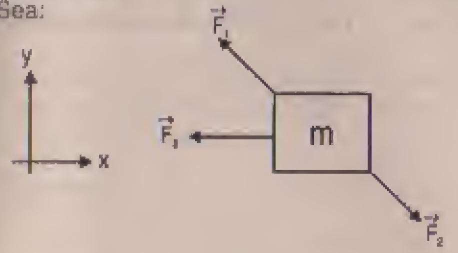


$$\Rightarrow a_{sist} = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{F}{\frac{F}{3} + F} = \frac{3}{4} = 0{,}75 \text{ m/s}^2$$

2 Tres fuerzas, dadas por $F_1 = (-2{,}00\hat{i} + 2{,}00\hat{j})$ N; $F_2 = (5{,}00\hat{i} - 3{,}00\hat{j})$ N, y $F_3 = (-45{,}0\hat{i})$ N, actúan sobre un objeto para producir una aceleración de magnitud 3,75 m/s². a) ¿Cuál es la dirección de la aceleración? b) ¿Cuál es la masa del objeto? c) Si el objeto inicialmente está en reposo, ¿cuál es su velocidad después de 10,0 s? d) ¿Cuáles son las componentes de velocidad del objeto después de 10,0 s?

Resolución :

Sea:



Dato:

$\vec{F}_1 = -2{,}00\hat{i} + 2{,}00\hat{j}$

$\vec{F}_2 = 5\hat{i} - 3\hat{j}$

$\vec{F}_3 = -45\hat{i}$

$|\vec{a}_{sist}| = 3{,}75$ m/s²

Parte (a) $\Sigma \vec{F}x = m.\vec{a}_x$

$$\Rightarrow -2\hat{i} + 5\hat{i} - 45\hat{i} = m.\vec{a}_x \Rightarrow \vec{a}_x = -\frac{42\hat{i}}{m} \quad ...(1) \quad \Rightarrow \vec{a}_x = -37{,}5\hat{i}$$

$$\Rightarrow \vec{a}_y = -0{,}89\hat{j}$$

$$\Sigma \vec{F}_y = m\,.\,\vec{a}_y$$

$$\Rightarrow \quad 2\hat{j}-3\hat{j}+0\hat{j} \;\Rightarrow\; m\,.\,\vec{a}_y \;\Rightarrow\; \vec{a}_y = \frac{-\hat{j}}{m} \quad ...(2)$$

$\therefore$ La dirección de la aceleración es $\tan\theta = \dfrac{\vec{a}_y}{\vec{a}_x} = \dfrac{-1\,\hat{j}/m}{-42\,\hat{i}/m} = 0{,}024$

$$\therefore \quad \theta = \arctan\,(0{,}024)$$

Parte (b) $\quad F_{sist} = m.a \;\Rightarrow\; m_{sist} = \dfrac{F}{a} = \dfrac{\sqrt{(-42)^2+(-1)^2}}{3{,}75}$

$$\therefore \quad m_{sist} = 11{,}2 \text{ kg}$$

Parte (c)

Cinemática: $\quad v_f^2 = v_o^2 + 2ad$

Pero: $\quad v_f = v_o + at$

$$\Rightarrow \quad |\vec{V}_f| = (0{,}0) + (3{,}75)(10) = 37{,}5 \text{ m/s}$$

Parte (d)

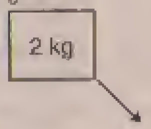
$$\vec{V}_{fx} = 0\hat{i} + a_x\,(10) = 0\hat{i} - 3{,}75\hat{i}\,(10) = -37{,}5\,\hat{i} \text{ m/s}^2$$

$$\vec{V}_{fy} = 0\hat{j} - 0{,}09\hat{j}\;(10) = -0{,}9\,\hat{j} \text{ m/s}^2$$

3. Una fuerza dependiente del tiempo, $F = (8{,}00\hat{i} - 4{,}00t\hat{j})$ N (donde t está en segundos), se aplica a un objeto de 2,00 kg inicialmente en reposo. a) ¿En qué tiempo el objeto se moverá con una velocidad de 15,0 m/s? b) ¿A qué distancia está de su posición inicial cuando su velocidad es 15,0 m/s? c) ¿Cuál es la distancia total recorrida por el objeto en este tiempo?

Resolución :

Sea: $\quad v_o = 0$



$$\vec{F}\,(t) = (8\hat{i} - 4\hat{j}t) \text{ N}$$

Parte (a) $\quad \vec{F}\,(t) = m.\dfrac{dv}{dt} = 2.\dfrac{dv}{dt} = 8 - 4t \;\Rightarrow\; \int_0^v dv = \int_0^t 4dt - \int_0^t 2t\,dt$

$$\therefore \quad \vec{V}(t) = 4t\hat{i} - t^2\hat{j}$$

$$|\vec{V}(t)| = 15 = \sqrt{(4t)^2+(-t^2)^2} \qquad \therefore \quad t = 3 \text{ s}$$

Parte (b)

Sabemos: $v = \dfrac{dx}{dt} = 4t - t^2 \;\Rightarrow\; \int_0^x dx = \int_0^t 4t\,dt - \int_0^t t^2\,dt$

$$\therefore \quad \vec{x}\,(t) = 2t^2\,\hat{i} - \frac{t^3}{3}\,\hat{j}$$

Luego en t = 10 s $\qquad \vec{x}\,(10) = 200\,\hat{i} - \dfrac{1\,000}{3}\,\hat{j}$

Su velocidad es 15 m/s en t = 3 s

$$\Rightarrow \quad \vec{x}\,(3) = (18\,\hat{i} - 9\,\hat{j}) \text{ m}$$

Parte (c) $\qquad |\vec{x}| = \sqrt{(18)^2+(-9)^2} = 3\sqrt{45} \approx 20 \text{ m}$

4. Una partícula de 3,00 kg parte del reposo y se mueve una distancia de 4,00 m en 2,00 s bajo la acción de una fuerza constante única. Encuentre la magnitud de la fuerza.

Resolución :

Por dato: $\quad F = m.a \quad \Rightarrow \quad F = 3a$

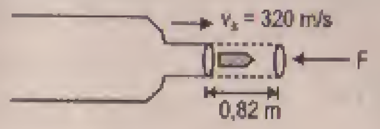
Pero: $\quad v_f = v_o + at$

$\wedge \quad x = v_o t + \dfrac{1}{2}at^2 \;\Rightarrow\; 4 = \dfrac{1}{2}(a)(4) \qquad \therefore \quad a = 2 \text{ m/s}^2$

Luego: $\quad F = 3a = 3(2) = 6$ N

5. Una bala de 5,0 g sale del cañón de un rifle con una velocidad de 320 m/s. ¿Qué fuerza promedio se ejerce sobre la bala mientras se mueve por el cañón de 0,82 m de longitud del rifle?

Resolución :



Dato: $m_{bala} = 5 \text{ g} = 0{,}005$ kg

$$\vec{F}_{prom} = m.\vec{a}_m = (0{,}005 \text{ kg})(\vec{a}_m) = (0{,}005)\frac{(\vec{v}_f - \vec{v}_i)}{t} = 5\times10^{-3}\,\frac{(32)^2\times10^3}{2\times82}$$

Cinemática:

$$0.82 = 320t + \frac{1}{2}at^2$$

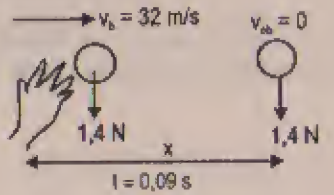
$$\wedge \quad v_f^2 = v_i^2 - 2(a)(0,82) \qquad \therefore \quad F_{prom} = 31 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \quad a_m = \frac{v_i^2}{2(0,82)} = \frac{320 \times 320}{2 \times 82} \times 100$$

6. Un lanzador tira una pelota de beisbol de 1,4 N de peso con una velocidad de 32 m/s al acelerar uniformente su brazo durante 0,090 s. Si la bola parte del reposo, a) ¿qué distancia se desplaza antes de acelerarse? b) ¿Qué fuerza promedio se ejerce sobre ella para producir esta aceleración?

6A. Un lanzador tira una pelota de beisbol de peso w con una velocidad v al acelerar uniformemente su brazo durante un tiempo t. Si la bola parte del reposo, a) ¿qué distancia se desplaza antes de acelerarse? b) ¿Qué fuerza promedio se ejerce sobre ella para producir esta aceleración?

Resolución :



Parte (a)

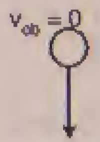
$$v_f = v_i + at$$

$$o = 32 + (0,09)a \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = -356 \text{ m/s}^2 \hat{i}$$

$$\Rightarrow \quad x = (32)(0,09) + \frac{1}{2}(-356)(0,09)^2$$

$$\Rightarrow \quad x = 2,88 - 1,44 = 1,44 \text{ m}$$

Parte (b)



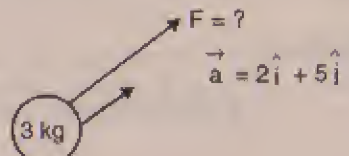
$$mg = 1,4 \quad \Rightarrow \quad m = \frac{1,4}{10} = 0,14 \text{ kg}$$

$$F_{promedio} = m.\vec{a}_{prom} = m.\frac{v_f - v_i}{t} = (0,14)(356)$$

$$\therefore \quad F_p = 49,84 \text{ N}$$

7. Una masa de 3.0 kg se somete a una aceleración dada por $a = (2,0\hat{i} + 5,0\hat{j})$ m/s². Determine la fuerza resultante, F, y su magnitud.

Resolución :



$$\Sigma\vec{F}_x = 3.\vec{a}_x$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_x = 3(2\hat{i}) = 6\hat{i} \text{ N}$$

$$\Sigma\vec{F}_y = 3.\vec{a}_y$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_y = 3(5\hat{j}) = 15\hat{j} \text{ N}$$

Fuerza resultante será:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_x + \vec{F}_y = (6\hat{i} + 15\hat{j}) \text{ N}$$

Luego: $$|\vec{F}_R| = \sqrt{6^2 + 15^2} = 16,2 \text{ N}$$

8. Un tren de carga tiene una masa de $1,5 \times 10^7$ kg. Si la locomotora puede ejercer un jalón constante de $7,5 \times 10^5$ N, ¿cuánto tarda en aumentar la velocidad del tren del reposo hasta 80 km/h?

Resolución :

$m_{tren} = 1,5 \times 10^7$ kg ; $F_{locom} = 7,5 \times 10^5$ N

$t = ?$; v_o tren $= 0$

$$v_f \text{ tren} = 80 \text{ km/h} = \frac{400}{18} \text{ m/s}$$

$$\frac{F}{m} = a \quad \Rightarrow \quad \frac{7,5 \times 10^5}{1,5 \times 10^7} = 5 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2 = a$$

Cinemática:

$$v_f = v_i + at \quad \Rightarrow \quad \frac{400}{18} = 0 + 5,10^{-2}t \quad \therefore \quad t = 0,04 \times 10^{-4} \text{ s}$$

9. Una persona pesa 125 lb. Determine a) su peso en newtons y b) su masa en kilogramos?

Resolución :

Parte (a) Si 1 libra = 445 g $\Rightarrow$ 125 lb = 55 625 g = 55,6 kg

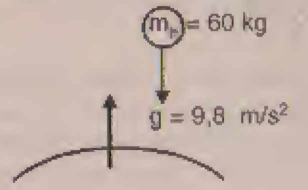
Luego: $m_p = 55,6$ kg

$$\Rightarrow \quad w_{persona} = (55,6)(10) = 556 \text{ N}$$

Parte (b) $m_p = 55,6$ kg

10. Si la fuerza gravitacional de la Tierra ocasiona que un estudiante de 60 kg que está cayendo acelere hacia abajo a 9,8 m/s^2, determine la velocidad hacia arriba de la Tierra durante la caída del estudiante. Considere la masa de la Tierra igual a 5,98 × 10^{24} kg.

Resolución :



$F_T = m.g$

$\Rightarrow \quad M_T \cdot a_T = m_h \cdot g$

$\therefore \quad a_T = \dfrac{m_H \cdot g}{M_T} = \dfrac{(60)(9,8)}{5.98\times10^{24}}$

$\therefore \quad a_T = 1,114 \times 10^{-24}$ m/s^2

Entonces: $\quad v_T = \dfrac{a_T.R}{M_T} = \dfrac{1,114\times10^{-24}.\ R_{tierra}}{5,98\times10^{24}\ kg} = ?$

11. La velocidad promedio de una molécula de nitrógeno en el aire es cercana a 6,7 × 10^2 m/s y su masa aproximadamente de 4,68 × 10^{-26} kg. a) Si se requieren 3,0 × 10^{-13} s para que una molécula de nitrógeno golpee una pared y rebote con la misma velocidad pero en dirección opuesta, ¿cuál es la aceleración promedio de la molécula durante este intervalo de tiempo? b) ¿Qué fuerza promedio ejerce la molécula sobre la pared?

Resolución :

Datos: $\quad v_{prom} = 6,7 \times 10^2$ m/s ; $\quad M_{aire} = 4,68 \times 10^{-26}$ kg

Parte (a): $t = 3,0 \times 10^{-13}$ s $\rightarrow \quad v = \dfrac{v_o + v_f}{2} = \dfrac{2v}{2} = 6,7 \times 10^2$ m/s

$$|\vec{a}_{prom}| = \frac{|\vec{V}_f|.|\vec{V}_i|}{t} = \frac{2.v}{t} = \frac{2\times6,7\times10^2\ m/s}{3.0\times10^{-13}s} = 4,5\times10^{15}\ m/s^2$$

Parte (b): $F_{prom} = M_{aire} \cdot a_{prom} = (4,68 \times 10^{-26}\ kg)(4,5 \times 10^{15}\ m/s^2)$

$\therefore \quad F_{prom} = 21 \times 10^{-11}$ N

12. Si un hombre pesa 875 N sobre la Tierra, ¿cuánto pesaría en Júpiter, donde la aceleración de caída libre es 25,9 m/s^2?

Resolución :

Peso del hombre en la Tierra: $\quad w_H = m.g = 875$ N

pero g ≈ 10 m/s^2 $\quad \Rightarrow \quad m.(10) = 875$ N

$\therefore \quad m_p = 87,5$ kg

Peso del hombre en Júpiter:

$g_J = 25,9$ m/s^2 $\qquad w_H = m.g_J = (87,5)(25,9)$

$\therefore \quad w_H$ = (en Júpiter) = 2 266,3 N

13. Sobre el planeta X un objeto pesa 12 N. Sobre el planeta B, donde la magnitud de la aceleración de caída libre es 1,6 g, el objeto pesa 27 N. ¿Cuál es la masa del objeto y cuál es la aceleración de caída libre (en m/s^2) en el planeta X?

Resolución :

Planeta «x» : $\quad m_o \cdot g_x = 12$ N

Planeta «B» : $\quad m_o \cdot (1,69) = 27$N $\quad \Rightarrow \quad m_o \cdot (1,6)(10) = 27$

$\therefore \quad m_o = 1,7$ kg

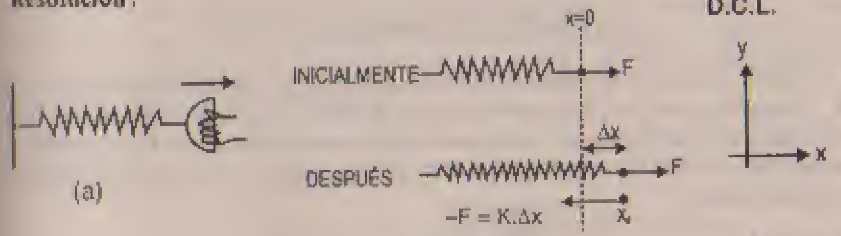
Luego: $\quad$ masa del objeto = 1,7 kg

$\Rightarrow \quad g_x = \dfrac{12\ N}{1,7\ kg} = 7,06$ m/s^2

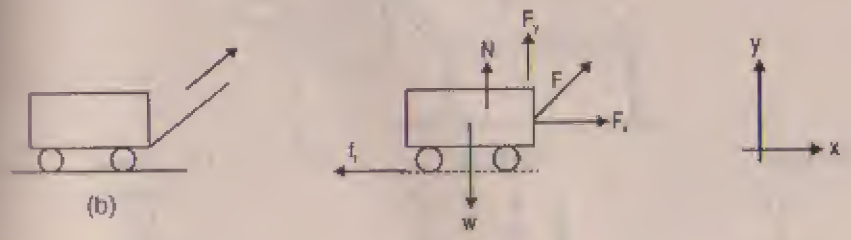
14. Una o más fuerzas externas se ejercen sobre cada objeto encerrado en el recuadro de líneas punteadas mostrado en la figura 5.1. Identifique la reacción para cada una de estas fuerzas.

Resolución :

D.C.L.



Fuerza de reacción



$\therefore$ La reacción en x: f_r

La reacción en y: $n = w - F_y$

(c)

∴ La reacción en x: mgsen θ
La reacción en y: N = mgcos θ

(d)

La reacción es:

$$F = k\,.\,\frac{m.M}{d^2}$$

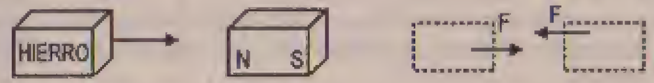
cte. de gravitación

(e)

La reacción es la

$$F_{\text{eléctrica}} = k\,.\,\frac{q.Q}{d^2}$$

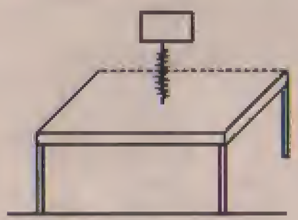
↓ cte de Coulumb



∴ La reacción es la fuerza intermolecular.

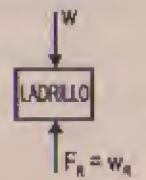
15. Un ladrillo de peso w descansa sobre la parte superior de un resorte vertical de peso w_r. El resorte, a su vez, descansa sobre una mesa. a) Dibuje un diagrama de cuerpo libre para el ladrillo y rotule todas las fuerzas que actúan sobre él. b) Repita a) para el resorte. c) Identifique todos los pares acción-reacción en el sistema ladrillo-resorte-mesa-tierra.

Resolución :

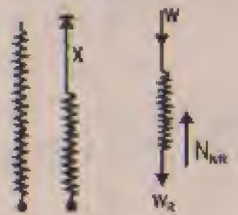


$W_{LAD} = W$
$W_{RES} = W_r$

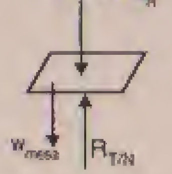
Parte (a)



Parte (b)



D.C.L. (mesa)

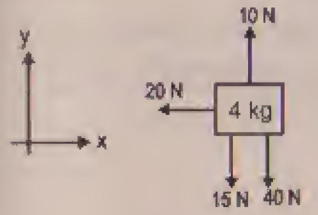


Los pares de acción reacción son: $w \wedge w_r$

$N = w + w_r \;\wedge\; R_{T/M}$

16. De manera simultánea se aplican fuerzas de 10,0 N al norte, 20,0 N al este y 15,0 N al sur sobre una masa de 4,00 kg. Obtenga su aceleración.

Resolución :



$$\Sigma \vec{F}_x = m\,.\,\vec{a}_x$$

$$-20\hat{i} = 4\,\vec{a}_x \Rightarrow \quad \vec{a}_x = -5\hat{i}\ \text{m/s}^2$$

$$\Sigma \vec{F}_y = m.\vec{a}_y$$

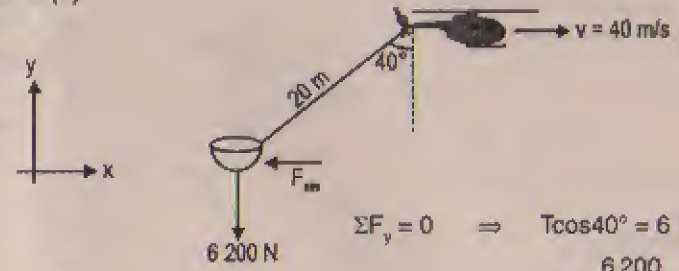
$$10\hat{j} - 15\hat{j} - 40\hat{j} = 4.\vec{a}_y \quad \Rightarrow \quad \vec{a}_y = -11{,}25\hat{i}$$

$$\therefore \quad |\vec{a}| = \sqrt{(-5)^2 + (-11{,}25)^2} = 12{,}3\ \text{m/s}^2$$

17. Un helicóptero contra incendios transporte un recipiente para agua de 620 kg en el extremo de un cable de 20 m de largo. Al volar de regreso de un incendio a velocidad constante de 40 m/s, el cable forma un ángulo de 40,0° respecto de la vertical. a) Determinar la fuerza de la resistencia del aire sobre el recipiente. b) Después de llenar el recipiente con agua de mar el helicóptero regresa al incendio a la misma velocidad pero ahora el recipiente forma un ángulo de 7,0° con la vertical. ¿Cuál es la masa del agua en el recipiente?

Resolución :

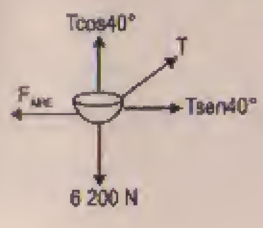
Parte (a)



$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad T\cos 40° = 6\,200$$

$$\therefore \quad T = \frac{6\,200}{\cos 40°} = \frac{6\,200}{0{,}72}$$

$$\therefore \quad T = 8\,611\ \text{N}$$

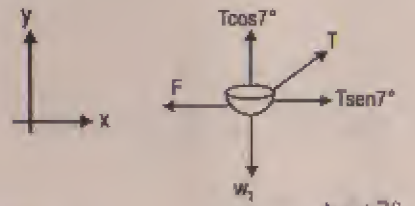


$\Sigma F_x = 0$

$\Rightarrow \quad T\text{sen}40° - F_{aire} = 0$

$\therefore \quad F_{aire} = T\text{sen}40° = 8\ 611(0{,}68) = 5\ 855{,}5\ \text{N}$

Parte (b)



$\Sigma F_y = 0$

$T\cos 7° \;= m_R.g + m_{H_2O}\cdot g$

$\Rightarrow \quad T\cos 37° = 6\ 200 + 10.m_{H_2O} \quad \ldots (1)$

Luego: $\quad m_{H2O} = \dfrac{T\cos 7° - 6\ 200}{10} \quad \ldots (2)$

$\Sigma F_x = 0$

$\Rightarrow \quad T\text{sen}7° = F$

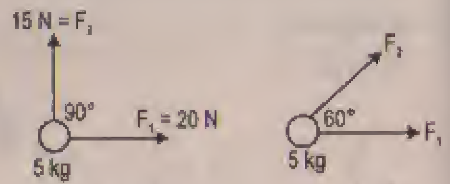
Pero $F = 5\ 855{,}5$ N

$\therefore \quad T = \dfrac{5\ 855{,}5}{\text{sen } 7°} = \dfrac{5\ 855{,}5}{0{,}14} = 41\ 825\ \text{N} \ldots (3)$

(3) en (2)

$\therefore \quad m_{H_2O} = \dfrac{(41\ 825)\ (0{,}99) - 6\ 200}{10} = 3\ 521\ \text{kg}$

18. Dos fuerzas F_1 y F_2 actúan sobre una masa de 5,00 kg. Si $F_1 = 20{,}0$ N y $F_2 = 15.0$ N, encuentre la aceleración en a) y en b) de la figura P5.18.



(a) (b)

Figura P5.18

Resolución :

Aceleración en (a):

$|\vec{F}_R| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25\text{N}$

$\therefore \quad |\vec{a}| = \dfrac{|\vec{F}_R|}{5} = \dfrac{25}{5} = 5\ \text{m/s}^2$

Aceleración en (b):

$|\vec{F}_R| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos 60°} = \sqrt{625 + 2(20)(15)(1/2)}$

$\therefore \quad |\vec{F}_R| = 5\sqrt{37}\ \text{N} = 30{,}4\ \text{N}$

Luego: $\quad \therefore \quad |\vec{a}| = \dfrac{5\sqrt{37}}{5} = 6{,}08\ \text{m/s}^2$

19. Una fuerza constante cambia la velocidad de un velocista de 85 kg de 3,0 m/s a 4,0 m/s en 0,50 s. Calcule a) la magnitud de la aceleración del velocista, b) la magnitud de la fuerza, y c) la magnitud de la aceleración de un velocista de 58 kg que experimenta la misma fuerza. (Suponga que el movimiento es lineal.)

Resolución :

Parte (a)

Cinemática: $\quad v_f = v_i + at \Rightarrow 4 = 3 + \dfrac{1}{2}a \quad \therefore \quad a = 2\ \text{m/s}^2$

Parte (b)

Dinámica: $\quad F = m.a \quad \Rightarrow \quad F = (85)(2) = 170\ \text{N}$

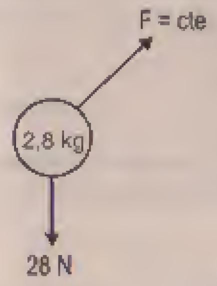
Parte (c)

Dinámica: $\quad F = m.a \quad \Rightarrow \quad 170 = 58a$

$\therefore \quad a = \dfrac{170}{58} = 2{,}93\ \text{m/s}^2$

20. Además de su peso, un objeto de 2,80 kg se somete a otra fuerza constante. El objeto parte del reposo y en 1,20 s experimenta un desplazamiento de $(4{,}20\ \text{m})\hat{i} - (3{,}30\ \text{m})\hat{j}$, donde la dirección de $\hat{j}$ es la dirección vertical hacia arriba. Determine la otra fuerza.

Resolución :



Dato:

$v_o = 0 \ ; \quad t = 1{,}2\ \text{s}$

$x(1{,}25) = (4{,}2\hat{i} - 3{,}3\hat{j})\ \text{m}$

$4{,}2\hat{i} - 3{,}3\hat{j} = \dfrac{1}{2}\vec{a}\,(1{,}2)^2$

$\vec{a} = (3\hat{i} - 2{,}4\hat{j})\ \text{m/s}^2$

En consecuencia: $\quad \vec{F} = (2{,}8)(\vec{a}) = 2{,}8(3\hat{i} - 2{,}4\hat{j}) = (8{,}4\hat{i} - 6{,}7\hat{j})\ \text{N}$

Luego: $\quad |\vec{F}| = \sqrt{(8{,}4)^2 + (-6{,}7)^2} = \sqrt{115{,}45} = 10{,}7\ \text{N}$

21. Un objeto de 4,0 kg tiene una velocidad de $3{,}0\hat{i}$ m/s en un instante. Ocho segundos después su velocidad es $(8{,}0\hat{i} + 10{,}0\hat{j})$ m/s. Si se supone que el objeto se sometió a una fuerza neta constante, encuentre: a) las componentes de la fuerza y b) su magnitud.

Resolución :

$\vec{V}_0 = (3\hat{i} + 0\hat{j})$ m/s Dato F = cte

En t = 3 s: $\vec{V}_f = (8\hat{i} + 10\hat{j})$ m/s m = 4 kg

Parte (a) $\vec{V}_f = \vec{V}_i + \vec{a}\,t \Rightarrow \vec{a} = \dfrac{(8\hat{i}+10\hat{j})-(3\hat{i}+0\hat{j})}{8}$

$$\therefore \quad \vec{a} = \left(\frac{5}{8}\hat{i} + \frac{5}{4}\hat{j}\right) \text{m/s}^2$$

Luego: $$F = 4\vec{a} = 4\left(\frac{5}{8}\hat{i} + \frac{5}{4}\hat{j}\right) = \left(\underbrace{\frac{5}{2}\hat{i}}_{\vec{F}_x} + \underbrace{5\hat{j}}_{\vec{F}_y}\right) \text{N}$$

Parte (b) $$|\vec{F}| = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + (5)^2} = \frac{5}{2}\sqrt{5} = 5{,}6 \text{ N}$$

22. Un pateador de goles de campo descalzo imprime una velocidad de 35 m/s a un balón de fútbol inicialmente en reposo. Si el balón tiene una masa de 0,50 kg y el tiempo de contacto con él es 0,025 s, ¿cuál es la fuerza ejercida por el balón sobre el pie?

Resolución :

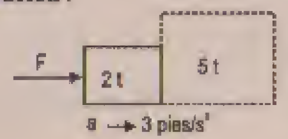
Cinemática: $V_f = V_i + a.t \Rightarrow 35 = \dfrac{1}{40}a$

$$\therefore \quad a = 35\,(40) = 1\,400 \text{ m/s}^2$$

Luego: $$F = m.a = \frac{1}{2}(1\,400) = 700 \text{ N}$$

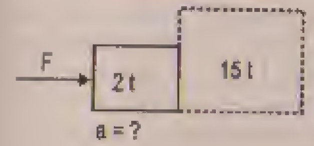
23. Un camión de 2,0 t proporciona una aceleración de 3,0 pies/s² a un remolque de 5,0 t. Si el camión ejerce la misma fuerza sobre el camino mientras jala un remolque de 15,0 t, ¿qué aceleración se produce?

Resolución :



1 t = 1000 kg

$$\Rightarrow \frac{F}{7\,t} = 3 \Rightarrow F = 21\,000 \text{ kg. pies/s}^2$$

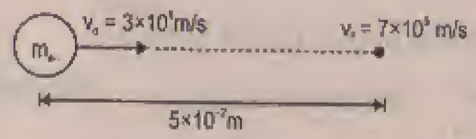


$$\Rightarrow \frac{F}{17\,t} = a \quad \therefore\ a = \frac{F}{17\,t} = \frac{21\,t}{17\,t} \cdot \text{pies/s}^2$$

$$\therefore \quad |\vec{a}| = 1{,}24 \text{ pies/s}^2$$

24. Un electrón de masa $9{,}1 \times 10^{-31}$ kg tiene una velocidad inicial de $3{,}0 \times 10^5$ m/s. Viaja en línea recta y su velocidad aumenta a $7{,}0 \times 10^5$ m/s en una distancia de 5,0 cm. Considere que su aceleración es constante y a) determine la fuerza sobre el electrón, y b) compare esta fuerza con el peso del electrón.

Resolución :



Dato: $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg

Cinemática: $$v_f^2 = v_i^2 + 2a(d) \Rightarrow a = \frac{49\times10^{10} - 9.10^{10}}{2(5).10^{-2}} = 4 \times 10^{12} \text{ m/s}^2$$

Parte (a) $F = m_e \cdot a = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg. $(4 \times 10^{12}$ m/s²$) = 36{,}4 \times 10^{-19}$ N

Parte (b) $W_{e^-} = (9{,}1 \times 10^{-31}$ kg$)(10$ m/s²$) = 9{,}1 \times 10^{30}$ N

25. La figura P5.25 muestra la velocidad del cuerpo de una persona durante el ascenso en una barra. Suponiendo que el movimiento es vertical y que la masa de la persona (sin incluir los brazos) es 64,0 kg, determine la magnitud de la fuerza ejercida sobre el cuerpo por los brazos en diversas etapas del movimiento.

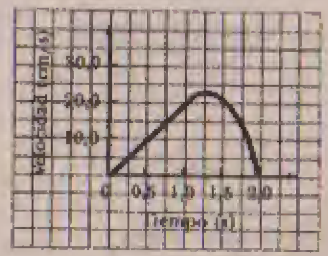
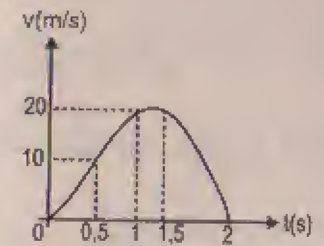
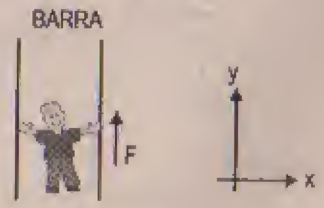


Figura P5.25

Resolución :





$\Sigma F_y = m.a_y$

Del gráfico:

$F - m.g = n.a_y \Rightarrow F = m(a_y + g) \quad ... (1)$

Para: t = 0,5 $\Rightarrow v_f = v_i + at \Rightarrow a = \dfrac{10}{\frac{1}{2}} = 20 \text{ m/s}^2$

$\therefore F = 64(20 + 10) = 1\,920$ N

Para: t = 0,5 y 1 $\Rightarrow Vf = Vi + at \Rightarrow a = \dfrac{20-10}{\frac{1}{2}} = 20 \text{ m/s}^2$

$\therefore F = 1\,920$ N cte. en cada caso.

ALGUNAS APLICACIONES DE LAS LEYES DE NEWTON

26. Encuentre la tensión en cada cuerda para los sistemas mostrados en la figura P5.26. (Ignore la masa de las cuerdas.)

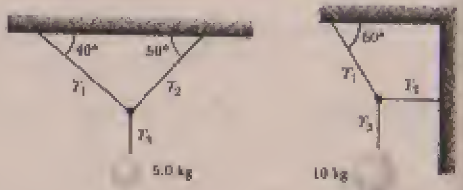
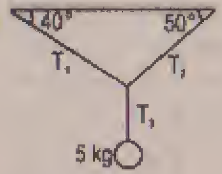


Figura P5.26

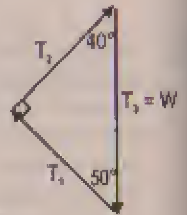
Resolución :

(a)



D.C.L.

$\therefore T_3 = 50$ N

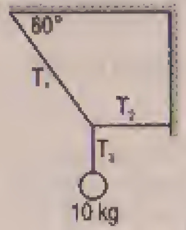


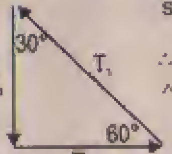
$\Rightarrow \dfrac{T_1}{\text{sen}\,40°} = \dfrac{T_2}{\text{sen}\,50°} = \dfrac{50}{1}$

$\therefore T_1 = 50\text{sen}40° = 50(0,64) = 32$ N

$\wedge \quad T_2 = 50\text{sen}50° = 50(0,77) = 38,5$ N

(b)





$\Rightarrow \dfrac{T_1}{\text{sen}90°} = \dfrac{T_2}{\text{sen}\,30°} = \dfrac{T_3}{\text{sen}\,60°}$

$\Rightarrow T_3 = 100$ N

$\Rightarrow T_1 = \dfrac{100}{\text{sen}60} = 100/\sqrt{3}/2 = \dfrac{200\sqrt{3}}{3}$ N

$\wedge \quad T_2 = 100 \times \dfrac{\text{sen}30°}{\text{sen}60°} = \dfrac{100\sqrt{3}}{3}$ N

27. Una masa de 2,0 kg acelera a 11 m/s² en una dirección 30,0° al norte del este (figura P5.27). Una de las dos fuerzas que actúan sobre la masa tiene una magnitud de 11 N y está dirigida al norte. Determine la magnitud de la segunda fuerza.

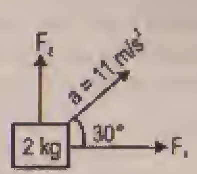
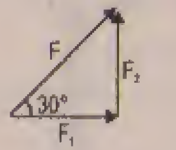


Figura P5.27

Resolución :



$F_1 = F\cos30°$

$F_2 = F\text{sen}30° \Rightarrow 11 = F \times \dfrac{1}{2} \qquad \therefore |\vec{F}| = 20$ N

Luego: $\therefore F_1 = 22 \,.\, \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 11\sqrt{3} = 19,05$ N

28. Un peso de 225 N se une a la parte media de una resistente cuerda y dos personas tiran en los extremos opuestos de la cuerda con la intención de levantar el peso. a) ¿Cuál es la magnitud F de la fuerza que cada persona debe aplicar para suspender el peso, como se muestra en la figura P5.28? b) ¿Pueden jalar de manera tal que hagan que la cuerda quede horizontal? Explique.

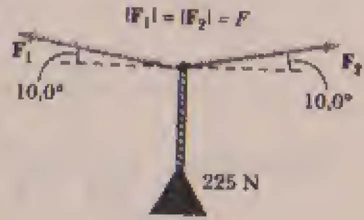


Figura P5.28

Resolución :

Dato: $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}|$

$\text{sen}10° \approx 0,17$

Parte (a)

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_2\cos10° - F_1\cos10° = 0 \qquad \therefore F_2 = F_1$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_1\,\text{sen}10° + F_2\,\text{sen}10° - 225 = 0$

$\Rightarrow 2F(\text{sen}10°) = 225$

$\therefore F = \dfrac{225}{2\text{sen}10°} = \dfrac{225}{2(0.17)} = 662$ N

Parte (b)

Supongamos que la cuerda quede horizontal:

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_2\cos0° - F_1\cos0° = 0 \qquad \therefore F_1 = F_2$ ... cumple

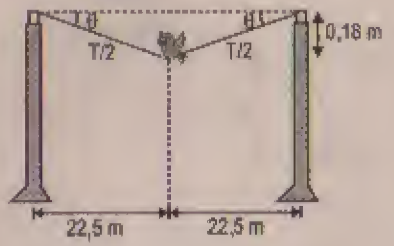
$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_2\,\text{sen}0° - F_1\,\text{sen}0° = 225$

$0 = 225$ ... absurdo

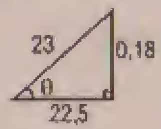
$\therefore$ "La preposición no se cumple".

29. La distancia entre dos postes de teléfono es 45 m. Un pájaro de 1,0 kg se posa sobre el cable telefónico a la mitad entre los postes de modo que la línea se pandea 0,18 m. ¿Cuál es la tensión en el cable? Ignore el peso del cable.

Resolución :

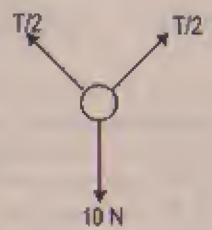


$m_p = 1$ kg



Sabemos:

D.C.L.



$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$2 \cdot \frac{T}{2}\,\text{sen}\theta = 10\text{ N} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{10}{\text{sen}\,\theta} \;\ldots (1)$$

Sabemos que: $\text{sen}\theta = \dfrac{0{,}18}{23}$

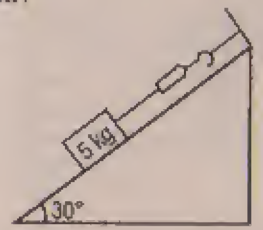
$$\therefore \quad T = \frac{10 \times 23}{0{,}18} = 1\,273\text{ N}$$

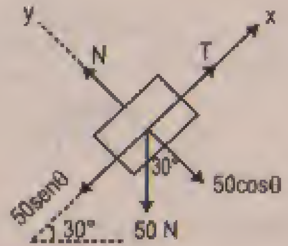
30. Los sistemas mostrados en la figura P5.30 están en equilibrio. Si las balanzas de resorte están calibradas en newtons, ¿qué lectura indican en cada caso? (Ignore la masa de poleas y cuerdas y suponga que el plano inclinado es sin fricción.)

(a) (b) (c)

Figura P5.30

Resolución :





La lectura del dinamómetro es la tensión de la cuerda.

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad 50\text{sen}30° - T = 0 \qquad \therefore \quad T = 50 \times \frac{1}{2} = 25\text{ N}$$

31. Un costal de cemento cuelga de tres alambres, como se indica en la figura P5.31. Los dos alambres forman ángulos θ_1 y θ_2 con la horizontal. Si el sistema está en equilibrio, a) demuestre que:

$$T_1 = \frac{W\cos\theta_2}{\text{sen}\,(\theta_1 + \theta_2)}$$

b) Dado que $w = 325$ N, $\theta_1 = 10°$ y $\theta_2 = 25°$, encuentre las tensiones T_1, T_2 y T_3 en los alambres.

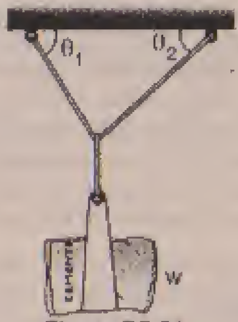
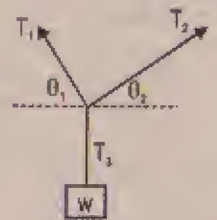


Figura P5.31

Resolución :



$\Rightarrow \quad \Sigma F_y = 0$

$\therefore \quad T_3 = w$

Parte (a)

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad T_2\cos\theta_2 - T_1\cos\theta_1 = 0 \;\therefore \quad T_1 = T_2 \cdot \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1} \qquad \ldots(1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad T_2\text{sen}\theta_2 + T_1\text{sen}\theta_1 - T_3 = 0$$

$$\Rightarrow \quad T_2\text{sen}\theta_2 + T_1\text{sen}\theta_1 = T_3 = w$$

Luego: $$T_1\text{sen}\theta_1 = w - T_2 = w - T_1 \cdot \frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2} \cdot \text{sen}\theta_2$$

$$\Rightarrow \quad T_1 = \left(\operatorname{sen}\theta_1 + \frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2} \cdot \operatorname{sen}\theta_2 \right) = w$$

$$\therefore \quad T_1 = \frac{w\cos\theta_2}{\operatorname{sen}(\theta_1+\theta_2)} \qquad \text{l.q.q.d}$$

parte (b)

según los datos: $w = 325\ N$; $\theta_1 = 10°$; $\theta_2 = 25°$

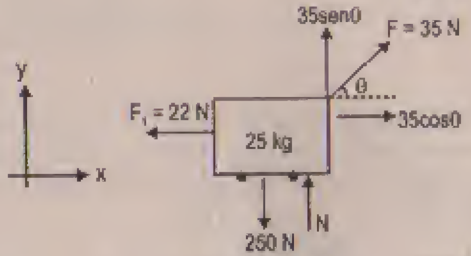
$$T_1 = \frac{325\cos 25°}{\operatorname{sen} 35°} = \frac{325(0{,}84)}{0{,}54} = 506\ N$$

$$T_2 = \frac{325\cos 10°}{\operatorname{sen} 35°} = \frac{325(0{,}98)}{0{,}54} = 590\ N \qquad \therefore \quad T_3 = W = 325\ N$$

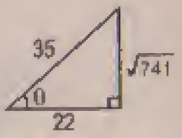
32. Una mujer jala su maleta de 25 kg a una velocidad constante y su correa forma un ángulo θ respecto de la horizontal (figura P5.32). Jala la correa con una fuerza de 35 N de magnitud. Una fuerza retardadora horizontal de 22 N actúa también sobre la maleta. a) ¿Cuál es el valor de θ? b) ¿Qué fuerza normal ejerce el piso sobre la maleta?

Figura P5.32

Resolución :



Parte (a) $\Sigma Fx = 0 \quad \Rightarrow \quad 35\cos\theta - 22 = 0 \Rightarrow \quad \cos\theta = \dfrac{22}{35}$



$$\therefore \quad \theta = \arccos\left(\frac{22}{25}\right)$$

Parte (b)

$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad F\operatorname{sen}\theta + N - w = 0$

$$\Rightarrow \quad N = w - F\operatorname{sen}\theta = 250 - 35 \cdot \frac{\sqrt{741}}{35}$$

$$\therefore \quad N = 250 - \sqrt{741} = 222{,}8\ N$$

33. Un bloque de masa $m = 2{,}0$ kg se mantiene en equilibrio sobre un plano inclinado de ángulo $\theta = 60°$ mediante una fuerza horizontal F, como se muestra en la figura P5.33. a) Determine el valor de F, la magnitud de F. b) Encuentre la fuerza normal ejercida por el plano inclinado sobre el bloque (ignore la fricción).

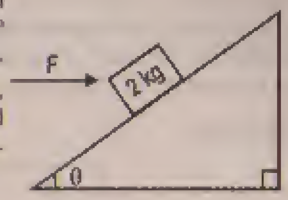


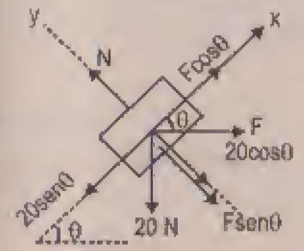
Figura P5.33

Resolución :

Parte (a)

Dato: $\theta = 60°$ $\qquad \Sigma F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad F\cos\theta - w\operatorname{sen}\theta = 0$

$$\therefore \quad F\cos 60° = 20\operatorname{sen}60° \quad \therefore \quad F = 20 \cdot \frac{\operatorname{sen}60°}{\cos 60°} = 34{,}6\ N$$



Parte (b)

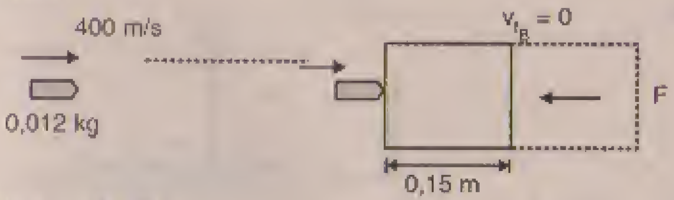
$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - 20\cos 60° - F\operatorname{sen}60° = 0$

$$\Rightarrow \quad N = 20 \times \frac{1}{2} + 34{,}6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \quad N = 40\ N$$

34. La bala de un rifle con una masa de 12 g viaja con una velocidad de 400 m/s y golpea un gran bloque de madera, al cual penetra una profundidad de 15 cm. Determine la magnitud de la fuerza retardadora (supuesta constante) que actúa sobre la bala.

Resolución :



Sabemos: cinemática

$$v_f^2 = v_i^2 - 2a.d \quad \Rightarrow \quad 0 = (400)^2 - 2a\,(0{,}15)$$

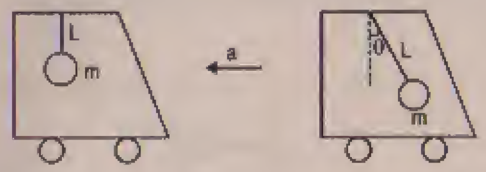
$$\therefore \quad a = 0{,}58 \times 10^6 = 53 \times 10^4\ m/s^2$$

Luego: $\qquad F_{ret} = 12 \times 10^{-3} \times 53 \times 10^4 = 63{,}6\ N$

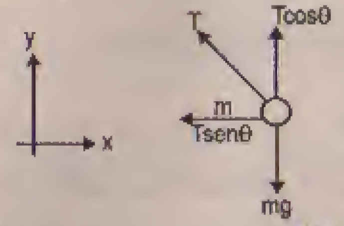
35. Un acelerómetro sencillo se construye suspendiendo una masa m de una cuerda de longitud L que se une a la parte superior de un carro. Cuando el carro se acelera el

sistema de la cuerda forma un ángulo θ con la vertical. a) Suponiendo que la masa de la cuerda es despreciable comparada con m, obtenga una expresión para la aceleración del carro en función de θ y muestre que es independiente de la masa m y la longitud L. b) Determine la aceleración del carro cuando $\theta = 23°$.

Resolución:



Parte (a)



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T\cos\theta = mg$ ... (1)

$\Sigma F_x = m.a$

$T\text{sen}\theta = m.a$ ... (2)

(2) ÷ (1) $\quad \dfrac{T\text{sen}\theta}{T\cos\theta} = \dfrac{m\,.\,a}{m\,.\,g} \quad \therefore\ a = g\tan\theta$ m/s²

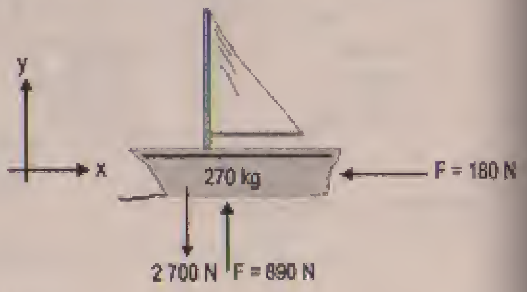
Parte (b)

$\theta = 23°$

$\Rightarrow \quad a = (10)(\tan 23°) = 10(0{,}62) = 6{,}2$ m/s²

36. La fuerza del viento sobre la vela de un velero es de 390 N en dirección al norte. El agua ejerce una fuerza de 180 N al este. Si el bote junto con la tripulación tiene una masa de 270 kg. ¿Cuáles son la magnitud y dirección de su aceleración?

Resolución:



$\Sigma \vec{F}x = m\,.\,\vec{a}_x$

$\Rightarrow \quad -180\hat{i} = 270\,.\,\vec{a}_x$

$\Rightarrow \quad \vec{a}_x = -0{,}7\hat{j}$ m/s²

$\Sigma \vec{F}_y = m.\vec{a}_y$

$390\hat{j} - 2\,700\hat{j} = 270.\vec{a}_y \quad \Rightarrow \quad \vec{a}_y = -8{,}6\hat{j}$ m/s²

La magnitud de la aceleración será: $\quad |\vec{a}| = \sqrt{(-0{,}7)^2 + (-8{,}6)^2}$

$\therefore \quad |\vec{a}| = 8{,}63$ m/s²

Luego la dirección será: $\tan\theta = \dfrac{\vec{a}_y}{\vec{a}_x} = \dfrac{-8{,}6}{-0{,}7} = 12{,}3 \qquad \therefore\ \theta = \tan^{-1}(12{,}3)$

37. En el sistema que se muestra en la figura P5.37, una fuerza horizontal F_x actúa sobre una masa de 8,00 kg. a) ¿Para cuáles valores de F_x la masa de 2,00 kg acelera hacia arriba? b) ¿Para cuáles valores de F_x la tensión en la cuerda es cero? c) Grafique la aceleración de la masa de 8,00 kg contra F_x. Incluya valores de F_x de –100 N a + 100 N.

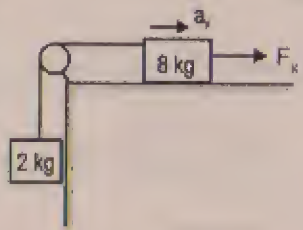
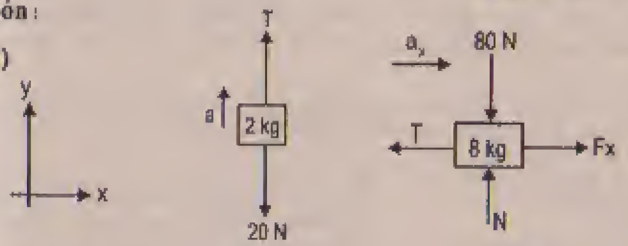


Figura P5.33

Resolución:

Parte (a)

D.C.L.



En (a): $\Sigma F_y = m.a \quad \Rightarrow \quad T - 20 = 2a \Rightarrow T = 2a + 20$ ... (1)

En (b): $\Sigma F_x = m.a_x \quad \Rightarrow \quad F_x - T = 3a \Rightarrow F_x = 8a + T = 10a + 20$ ... (2)

$\therefore \quad F_x = 10a + 20$

Para valores: $-100\text{ N} \le F_x \le 100\text{ N}$

$\Rightarrow \quad$ Si $F_x = -100$ N $\Rightarrow \quad -100 \le 10a + 20 \le 100$

$\therefore \quad -1{,}2 \le a \le 8$

Pero $F_x > 0 \Rightarrow 10a + 20 > 0 \Rightarrow a > -2$

Luego $\quad F_x$ será positivo cuando «a» varíe de: $-1{,}2 \le a \le 8$

Parte (b)

Si: $\quad F_x = -100$ N $\quad \Rightarrow \quad a = \dfrac{-100 - 20}{10} = -1{,}2$ m/s²

Si: $\quad F_x = 100$ N $\quad \Rightarrow \quad a = 8$ m/s² $\Rightarrow \quad \vec{a} = 6{,}3$ m/s² $\vec{i}$

$\longrightarrow$ 8 m/s²

$\longleftarrow$

–1,2 m/s²

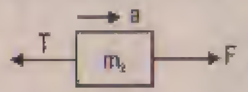
38. Dos masas, m_1 y m_2, situadas sobre una superficie horizontal sin fricción se conectan mediante una cuerda sin masa. Una fuerza, F, se ejerce sobre una de las masas a la derecha (figura P5.38). Determine la aceleración del sistema y la tensión, T, en la cuerda.

Figura P5.38

Resolución :

Hallar: $F = ?$;
$T = ?$

Diagrama de cuerpo libre: (m_2)



$\Sigma F_x = m.a$

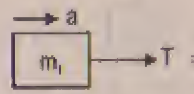
$\Rightarrow \quad F - T = m_2 \Rightarrow F = m_2\, a + T \qquad ...(1)$

D.C.L. (sistema)

$\Sigma F_x = \Sigma m.a$

$\Rightarrow \quad F = (m_1 + m_2)(a) \qquad ...(2)$

D.C.L. (n_1)



$\Sigma F_x = m.a$

$\Rightarrow \quad T = m_1 \,.\, a \quad ...(3)$

Reemplazando (3) en (1):

$F = m_2 \,.\, a + m_1 \,.\, a \qquad \therefore \quad F = (m_1 + m_2)(a)$

Luego: $\quad a_{sistema} = \dfrac{F}{m_1 + m_2} \quad ; \quad T_{cuerda} = \dfrac{m_1 F}{m_1 + m_2}$

39. Un pequeño insecto es colocado entre dos bloques de masa m_1 y m_2 ($m_1 > m_2$) sobre una mesa sin fricción. Una fuerza horizontal, F, puede aplicarse ya sea a m_1, como muestra la figura P5.39a, ó a m_2, como en la figura P5.39b. ¿En cuál de los dos casos el insecto tiene mayor oportunidad de sobrevivir? Explique. (Sugerencia: Determine la fuerza de contacto entre los bloques en cada caso.)

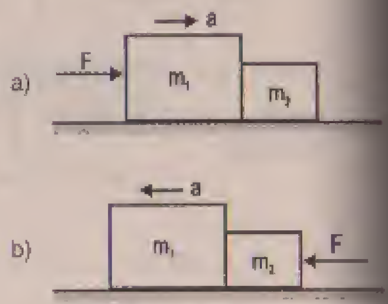


Figura P5.39

Resolución :

D.C.L. (a)

$R = m_2 \,.\, a \; ... (2)$

$F - R = m_1 \,.\, a \quad ... (1)$

(2) en (1) $\Rightarrow \quad F = (m_1 + m_2)(a)$

D.C.L. (b)

$R = m_1 \,.\, a \; ... (1)$

$F - R = m_2\, a \quad \Rightarrow \quad F = (m_1 + m_2)a$

En ambos casos (a) y (b) la fuerza es la misma.

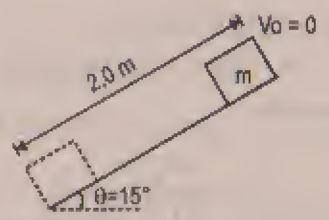
La reacción en (a) es $m_2 \,.\, a$

La reacción en (b) es $m_1 \,.\, a$

$\therefore$ La reacción en (b) es mayor que en (a) puesto que $m_1 > m_2$

$\Rightarrow$ El insecto en la parte (a) tiene más oportunidad de sobrevivir, porque en ella se ejerce menor presión, es decir menor reacción.

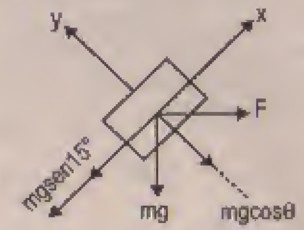
40. Un bloque se desliza hacia abajo por un plano sin fricción que tiene una inclinación de $\theta = 15°$. Si el bloque parte del reposo en la parte superior y la longitud de la pendiente es 2,0 m, encuentre a) la magnitud de la aceleración del bloque, y b) su velocidad cuando alcanza el pie de la pendiente.



Resolución :

Parte (a)

D.C.L.



$\therefore \quad a_{bloque} = g\,sen15°$

Cinemática:

$v_f^2 = v_i^2 + 2(a)(d)$

$\Rightarrow \quad v_f = \sqrt{2a(2)} \qquad ... (1)$

$\Sigma F_x = m.a$

$mg\,sen15° = m.a$

$\therefore \quad a = g\,sen15°$

$\Rightarrow \quad a = 10 \,.\, \dfrac{\sqrt{2}}{4}\left(\sqrt{3} - 1\right) m/s^2$

Parte (b)

De (1): $v_F = \sqrt{4(a)} \Rightarrow v_f = 2\sqrt{\frac{5}{2}\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)}$ m/s

41. Un bloque de masa m = 2.0 kg se suelta del reposo a una altura h = 0,5 m de la superficie de una mesa, en la parte superior de una pendiente con un ángulo θ = 30°, como se ilustra en la figura P5.41. La pendiente está fija sobre una mesa de altura H = 2,0 m y la pendiente no presenta fricción. a) Determine la aceleración del bloque cuando se desliza hacia abajo de la pendiente. b) ¿Cuál es la velocidad del bloque cuando deja la pendiente? c) ¿A qué distancia de la mesa el bloque golpeará el suelo? d) ¿Cuánto tiempo ha transcurrido entre el momento en que se suelta el bloque y cuando golpea el suelo? e) ¿La masa del bloque influye en cualquiera de los cálculos anteriores?

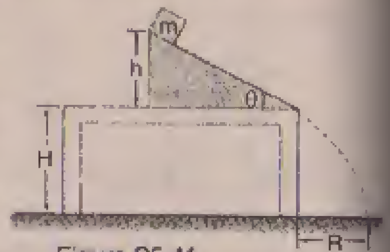
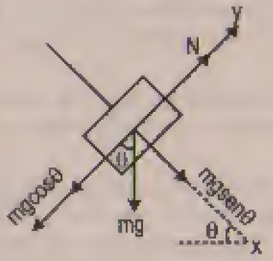


Figura P5.41

Resolución :

Parte (a)
D.C.L.

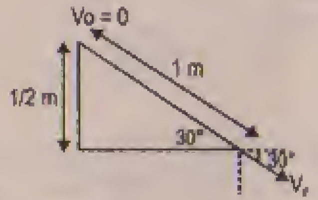


$\Sigma F_x = m.a$

$\Rightarrow$ mgsenθ = m.a

$\therefore$ a = gsenθ = 10sen(30) = 5 m/s²

Parte (b)



Cinemática:

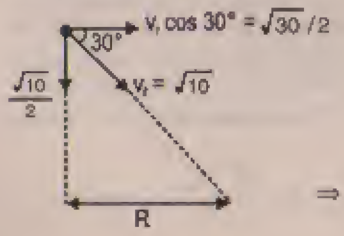
$v_f^2 = v_i^2 + 2.ad$

$v_f^2 = 0 + 2(1)(5)$

$\therefore \quad v_f = \sqrt{10}$ m/s

Parte (c)

$v_f \cos 30 = \sqrt{30}/2$



$R = v_f \cos 30° \cdot t$ ... (1)

$H = v_{oy}.t + \frac{1}{2}gt^2$

$2 = \frac{\sqrt{10}}{2}.t + 5t^2$

$\Rightarrow \quad 10t^2 + \sqrt{10}\,t - 4 = 0 \quad \therefore t = \frac{\sqrt{10} \pm \sqrt{170}}{20}$

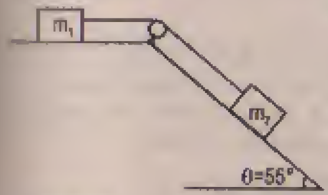
Luego: $R = \frac{\sqrt{10}}{2} \cdot \frac{\sqrt{10}}{20}\left(1+\sqrt{17}\right) = \frac{\sqrt{17}+1}{4}$ m

Parte (d) $t = \frac{\sqrt{10}}{20}\left(1+\sqrt{17}\right)$ s

Parte (e) «No» porque hay conservación de energía.

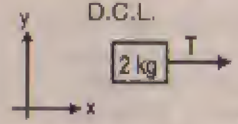
En la figura 5.13 se muestran dos masas conectadas por medio de una cuerda sin masa que pasa sobre una polea sin masa. Si la pendiente tampoco presenta fricción y si m_1 = 2,00 kg, m_2 = 6,00 kg y θ = 55,0°, encuentre: a) la magnitud de la aceleración de las masas, b) la tensión en la cuerda, y c) la velocidad de cada masa 2,00 s después de que aceleran desde el reposo.

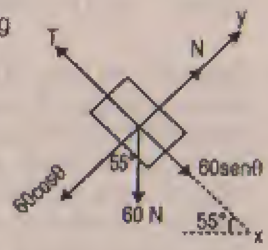
Resolución :



Dato: m_1 = 2 kg ; m_2 = 6 kg

D.C.L.





Parte (a)
T = 2a ... (1)

$60\text{sen}55° - T = 6.a \quad \Rightarrow \quad 60\text{sen}55° = 3.a \quad \therefore \; a = \frac{60(0,83)}{3} = 6,23 \text{ m/s}^2$

Parte (b) T = 2a $\Rightarrow$ T = 2(6,23) = 12,46 N

Parte (c) $v_f = v_i + a.t \Rightarrow v_f = 0 + (6,23)(2) = 12,46$ m/s

Un hombre de 72 kg está parado sobre una balanza de resorte en un elevador. Partiendo del reposo, el elevador asciende y alcanza su velocidad máxima de 1,2 m/s en 0,80 s. Se desplaza con esta velocidad constante durante los siguientes 5,0 s. El elevador experimenta después una aceleración uniforme en la dirección y negativa durante 1,5 s y se detiene. ¿Qué pasa con el registro de la balanza a) antes de que el elevador empiece a moverse, b) durante los primeros 0,80 s, c) mientras el elevador se mueve a velocidad constante y d) durante el tiempo que desacelera?

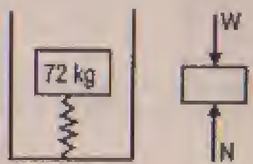
Resolución :

D.C.L.

V_F = 1,2 m/s

t = 0,8 s

V_o = 0



Parte (a) (reposo)

$$w = N = 720\ N$$

Parte (b)

Durante t = 0,8

$$a = \frac{v_f - v_i}{t} = \frac{1,2}{0,8} = 1,5\ m/s^2$$

$$\Rightarrow \quad N = 828\ N$$

Parte (c)

$v = cte \Rightarrow a = 0$

$$N - w = 72a = 72\,\frac{(1,2)}{0,8} = 108$$

$\therefore \quad N = 720 + 108 = 828\ N$

$\therefore \quad N = 828\ N$

Luego: $\quad w - N = 72(0,8)$

Parte (d)

$v_f = v_i + a.t \;\Rightarrow\; v_i = 1,2 + (1,5)a$

$\Rightarrow \quad a = 1,2/1,5 = 0,8\ m/s$

$\therefore \quad W - 72(0,8) = N = 662,4\ N$

44. Una pelota de masa m se deja caer (desde el reposo) en la azotea de un edificio que tiene una altura h. Si un viento que sopla a lo largo de un lado del edificio ejerce una fuerza horizontal constante de magnitud F sobre la pelota cuando se suelta (figura P5.44), a) demuestre que la pelota sigue una trayectoria en línea recta; b) ¿esto significa que la pelota cae con velocidad constante?, explique; c) si la pelota se deja caer con una velocidad inicial vertical diferente de cero v_o, ¿seguirá con una trayectoria en línea recta?, explique, d) Utilizando m = 10,0 kg; h = 10,0 m; F = 20,0 N, y v_o = 4,00 m/s hacia abajo, ¿a qué distancia del edificio la pelota golpeará el suelo?

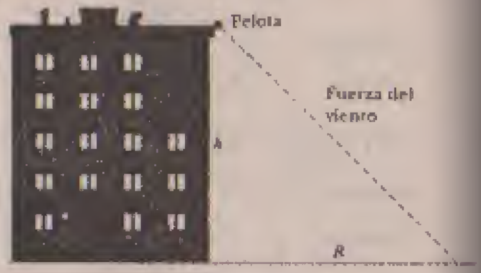
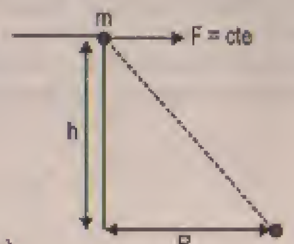
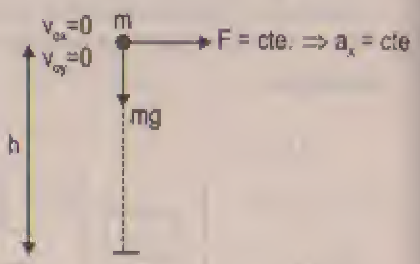


Figura P5.44

Resolución :



D.C.L.



Parte (a)

$$x(t) = v_o.x.t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$\therefore \quad x(t) = \frac{1}{2}at^2 \ldots (1)$$

$$y(t) = v_{oy}.t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$\therefore \quad y(t) = \frac{1}{2}gt^2 \ldots (2)$$

$\Rightarrow \quad$ (1) en (2):

$$+y = \frac{1}{2}g\,\frac{(2x)}{a}$$

$$\therefore \quad \vec{y} = -\left(\frac{g}{a}\right).\vec{x}$$

Ecuación de una recta

Parte (b)

Cae con aceleración de la gravedad cte. y avanza con aceleración en x cte osea cae con $a_T = \sqrt{a^2 + g^2}$ $\quad \therefore \quad v \neq cte$

Parte (c)

$$-y(t) = -v_{oy}.t + \frac{1}{2}gt^2 \ldots (1) \quad ; \quad x(t) = \frac{1}{2}at^2 \ldots (2)$$

(2) en (1): $$-y = -v_{oy}\sqrt{\frac{2x}{a}} + \frac{1}{2}g\left(\frac{2x}{a}\right)$$

$$\Rightarrow \quad -y = \frac{-v_{oy}\sqrt{2x}}{\sqrt{a}} + \frac{g}{a}x$$

Desarrollando queda: $y^2 = \left(\frac{g}{a}\right)^2 x^2 + \frac{2x\,v_o}{a}\left(v_o - g\sqrt{\frac{2x}{a}}\right) \neq$ recta

Parte (d)

Datos: $\quad m = 10\ kg\ ;\ \ h = 10\ m\ ;\ \ F = 20\ N\ ;\ \ v_o = 4\ m/s \downarrow$

$$10 = 4t + \frac{1}{2}(10)t^2 \quad \Rightarrow \quad 5t^2 + 4t - 10 = 0$$

$$\therefore \quad t = \frac{-4 \pm \sqrt{216}}{10} = \frac{3\sqrt{6} - 2}{5}\ s$$

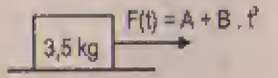
$$\Rightarrow \quad R = \frac{1}{2}\,.\,a_x\,t^2 \quad \ldots (1)$$

$$F = (10)(a_x) = 20 \qquad \therefore \quad a_x = 2\ m/s^2$$

$$R = \left(\frac{1}{2}\right)(2)\frac{\left(3\sqrt{6} - 2\right)}{5} \qquad \therefore \quad R = \frac{3\sqrt{6} - 2}{5}\ m$$

45. Una fuerza horizontal neta $F = A + Bt^3$ actúa sobre un objeto de 3,5 kg, donde A = 8,6 N y B = 2,5 N/s³. ¿Cuál es la velocidad horizontal de este objeto 3,0 s después de que parte del reposo?

Resolución :



Dato: 8,6 N = A ; B = 2,5 N/s³

$t = 3\ s \qquad v_1 = ?$

$$F(t) = m\,.\,\frac{dv}{dt} = 9{,}6 + 2{,}5\,t^3$$

$$\Rightarrow \quad 3{,}5\,\frac{dv}{dt} = 8{,}6 + 2{,}5t^3 \quad \Rightarrow \quad \int_0^v dv = \int_0^3 2{,}46\,dt + \int_0^3 0{,}71t^3 dt$$

$$v(3) = v_1 = 2{,}46\,t\Big|_0^3 + \frac{0{,}71}{4}t^4\Big|_0^3$$

$$\therefore \quad v_1 = 2{,}46(27) + \frac{0{,}71}{4}(81) \quad \Rightarrow \quad v_1 = 66{,}42 + 14{,}38 = 80{,}80\ m/s$$

46. La masa m_1 sobre una mesa horizontal sin fricción se conecta a la masa m_2 por medio de una polea sin masa P_1 y una polea fija sin masa P_2 como se muestra en la figura P5.46. a) Si a_1 y a_2 son las magnitudes de las aceleraciones de m_1 y m_2, respectivamente, ¿cuál es la relación entre estas aceleraciones? Determine expresiones para b) las tensiones en las cuerdas, y c) las aceleraciones a_1 y a_2 en función de m_1, m_2 y g.

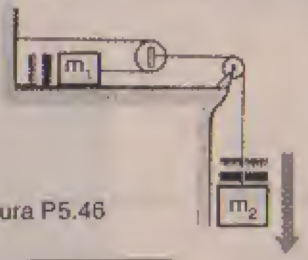
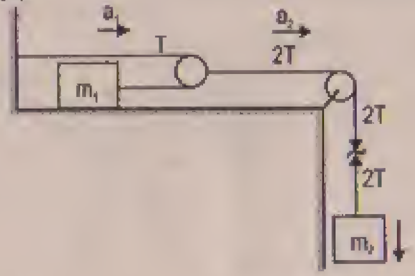


Figura P5.46

Resolución :

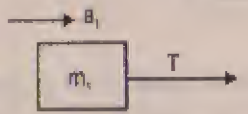
Parte (a)



$$\boxed{2\vec{a}_1 = \vec{a}_2}$$

Por propiedad de poleas

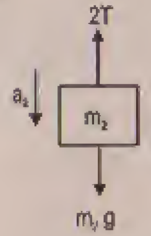
D.C.L. (m_1)



$$\Sigma F_x = m_1\,a_1$$

$$T = m_1\,a_1 \quad \Rightarrow \quad a_1 = \frac{T}{m_1} \ldots (1)$$

D.C.L. (m_2)



$$\Sigma F_y = m.a_2$$

$$m_2.g - 2T = m_2.a_2 \ldots (2)$$

(1) en (2):

$$m_2g - 2(m_1.a_1) = m_2.a_2$$

$$m_2g = 2m_1.a_1 + m_2.a_2 \ldots (3)$$

En (3): $\quad m_2.g = 2m_1.a_1 + m_2a_2 \;\Rightarrow\; m_2g = 2m_1a_1 + m_2\,(2a_1)$

$$\therefore \quad a_1 = \frac{m_2g}{2(m_1 + m_2)}$$

$$m_2(g - a_2) = m_2(a_{ef}) = 2m_1.a_1 \qquad \therefore \quad \frac{a_{ef}}{a_1} = \frac{2m_1}{m_2}$$

Luego: (por propiedad): $\quad \dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{1}{2}$

Parte (b) $\quad T = m_1.a_1 =$

$$\therefore \quad T = m_1\left(\frac{m_2.\,a_{ef}}{2m_1}\right) = \frac{m_2}{2}(a_{ef}) = \frac{m_2}{2}(g - a_2)$$

$$\therefore \quad T = m_1.a_1 = \frac{m_1\,m_2.g}{2(m_1 + m_2)}$$

Parte (c) $\quad a_1 = \dfrac{T}{m_1} = \dfrac{m_2}{2m_1}(g - a_2) \quad ; \quad a_2 = g - \dfrac{2m_1.a_1}{a_2} = g - 2m\,.\,\dfrac{a_1}{a_2}$

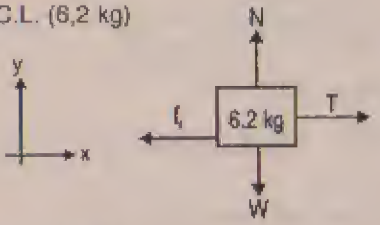
FUERZAS DE FRICCIÓN

47. Un bloque que cuelga, de 8,5 kg, se conecta por medio de una cuerda que pasa por una polea a un bloque de 6,2 kg que se desliza sobre una mesa plana (figura P5.47). Si el coeficiente de fricción durante el deslizamiento es 0,20, encuentre la tensión en la cuerda.

Figura P5.47

Resolución :

D.C.L. (6,2 kg)

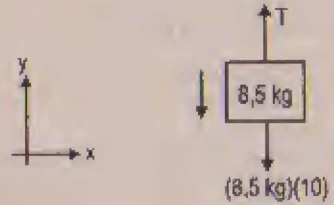


$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = (6,2)(10) = 62\ N$

$\Sigma F_x = (6,2)(a)$

$T - (0,2)(62) = 62{,}a \quad ...(1)$

D.C.L. (8,5 kg)



$\Sigma F_y = (8,5)(a)$

$(8,5)(10) - T = 8,5(a) \quad ...(2)$

(2) en (1):

$(8,5)(10) = 8,5a + 6,2a + (0,2)(62)$

$85 = 14,7a + 12,4$

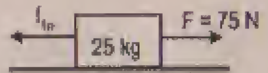
$72,6 = 14,7a \quad \therefore \quad a = 4,9\ m/s^2$

Luego: $\quad T = 6,2(4,9) + (0,2)(62)$

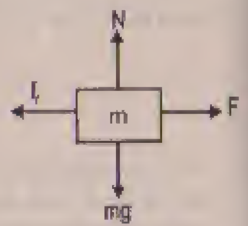
$\therefore \quad T = 30,38 + 12,40 = 42,78\ N$

48. Un bloque de 25 kg está incialmente en reposo sobre una superficie horizontal. Se necesita una fuerza horizontal de 75 N para poner el bloque en movimiento. Después de que empieza a moverse, se necesita una fuerza de 60 N para mantener al bloque en movimiento con velocidad constante. Determine los coeficientes de fricción estático y cinético a partir de esta información.

Resolución :



D.C.L.

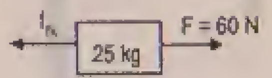


$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = (25)(10) = 250\ N$

$\Sigma F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad 75\ N = \mu_e.N$

$\therefore \quad \mu_e = \dfrac{75}{250} \qquad \therefore \quad \mu_e = 0,3$

Después



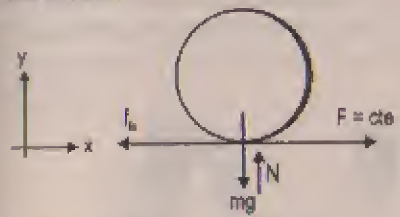
$\Sigma F_x = 0$

$\Rightarrow \quad 60 = f_{fk} = \mu_k.N = \mu_k\,250$

$\therefore \quad \mu_k = \dfrac{60}{250} = 0,24$

49. Suponga que el coeficiente de fricción entre las ruedas de un auto de carreras y la pista es 1,00. Si el auto parte del reposo y acelera a una tasa constante por 335 m, ¿cuál es la velocidad al final de la carrera?

Resolución :



Estado inminente:

$\mu_e\,.\,N = m.a$

$\Rightarrow \quad \mu_e\,.\,m.g = m.a$

$\therefore \quad a = \mu_e.g = 10\ m/s^2$

Cuando acelera: (cinemática)

$v_f^2 = v_i^2 + 2(a)(d) \quad \Rightarrow \quad v_f^2 = 2(10)(335)$

$\therefore \quad v_f = 10\sqrt{67}\ m/s$

50. ¿Qué fuerza debe aplicarse sobre un bloque A con el fin de que el bloque B no caiga (figura P5.50). El coeficiente de fricción estático entre los bloques A y B es 0,55, y la superficie horizontal no presenta fricción.

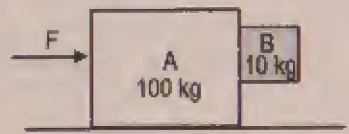
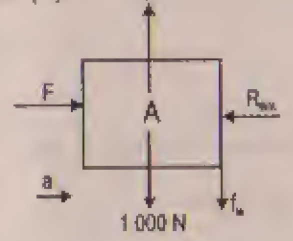


Figura P5.50

Resolución :

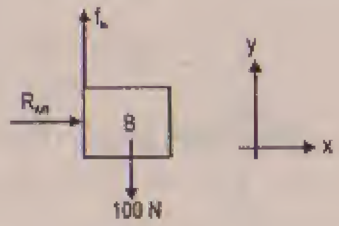
Datos: $\mu_e = 0.55$

D.C.L. (A)



(a)

D.C.L. (G)



(b)

En (a): $\quad \Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad 1000 + f_{fe} = N$

$\Sigma F_x = 100a \quad \Rightarrow \quad F - R_{B/A} = 100a \quad ...(1)$

En (b): $\quad \Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad f_{fe} = 100 \quad \Rightarrow \quad \mu_e.R_{A/B} = 100$

pero $\mu_e = 0,55 \qquad \therefore \quad R_{A/B} = \dfrac{100}{0,55} = 182\ N$

$\Sigma F_x = 10.a$

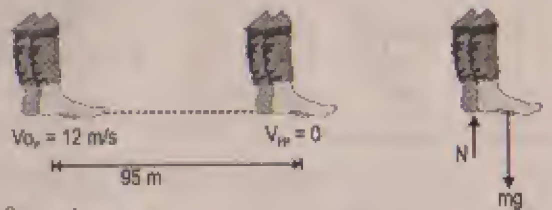
$\Rightarrow \quad R_{A/B} = 10a \quad \Rightarrow \quad 182 = 10a \quad \therefore \quad a = 18,2\ m/s^2 \quad ...(2)$

(2) en (1): $F - 10a = 100a \Rightarrow F = 110a$

$\therefore \quad F = 110(18,2) = 2\ 002$ N

51. Un patinador de hielo que se mueve a 12 m/s se desliza por efecto de la gravedad hasta detenerse después de recorrer una distancia de 95 m sobre una superficie de hielo. ¿Cuál es el coeficiene de fricción cinético entre el hielo y los patines?

Resolución:



Cinemática $\quad v_{fp}^2 = v_i^2 - 2a.d$

$v_{fp}^2 = 12^2 - 2(a)(95) \qquad \therefore \quad |a| = 0,76\ m/s^2$

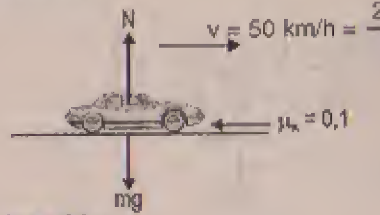
$f_r = \mu_k.N = \mu_k.m.g = m.a$

$\therefore \quad \mu_k = \dfrac{a}{g} = 0,076$

52. Un auto viaja a 50,0 mi/h sobre una autopista horizontal. a) Si el coeficiente de fricción entre el camino y las llantas en un día lluvioso es 0,10, ¿cuál es la distancia mínima en la cual se detendrá el automóvil? b) ¿Cuál es la distancia de frenado mínima en la cual se detendrá el automóvil cuando la superficie está seca y $\mu = 0,60$?

Resolución:

$v = 50\ km/h = \dfrac{250}{18}\ m/s$



$-f_{rk} = m.a \Rightarrow (0,1)(mg) = -m.a$

$\therefore \quad |a| = 1\ m/s^2$

cinemática:

$v_f = v_i - a(t) \quad \wedge \quad v_f^2 = v_i^2 - 2(a)(d)$

$\therefore \quad d = \dfrac{v_i^2}{2(1)} = \dfrac{250\times 250}{2\times 18\times 18} = 96,5$ m

Parte (b)

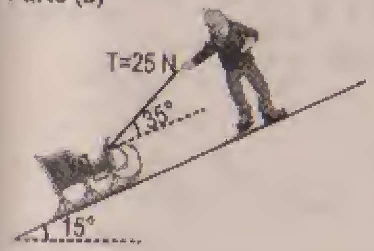
$-f_r = m(a) \Rightarrow -(0,6)(mg) = m.a \quad \therefore \quad |a| = 6\ m/s^2$

$\Rightarrow \quad d = \dfrac{v_i^2}{2(6)} = \dfrac{250\times 250}{18\times 18\times 2\times 6} = 16,1$ m

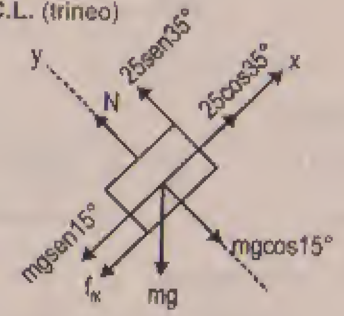
Un muchacho arrastra su trineo de 60,0 N a velocidad constante al subir por una colina de 15°. Con una cuerda unida al trineo lo jala con una fuerza de 25 N. Si la cuerda tiene una inclinación de 35° respecto de la horizontal, a) ¿cuál es el coeficiente de fricción cinético entre el trineo y la nieve? b) En la parte alta de la colina, el joven sube al trineo y se desliza hacia abajo. ¿Cuál es la magnitud de su aceleración al bajar la pendiente?

Resolución:

Parte (a)



D.C.L. (trineo)



$\Sigma Fy = 0$

$N + 25sen35° - mgcos15° = 0 \quad \Rightarrow \quad N = 60cos15° - 25sen35° \ ... (1)$

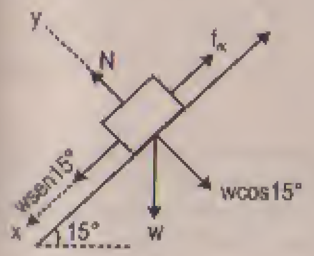
$\Sigma Fx = 0$

$\Rightarrow \quad 25cos35° = \mu_k.N + mg\ sen15°$

$\Rightarrow \quad 25cos35° = \mu_k\ (60cos15° - 25sen35°) + 60sen15°$

$\therefore \quad \mu_k = \dfrac{25\cos 35° - 60\ sen\ 15°}{60\cos 15° - 25\ sen\ 15°}$

Parte (b)



$\Sigma F_x = m_{sis}.a$

$wsen15° - f_r = m_{sis}.a$

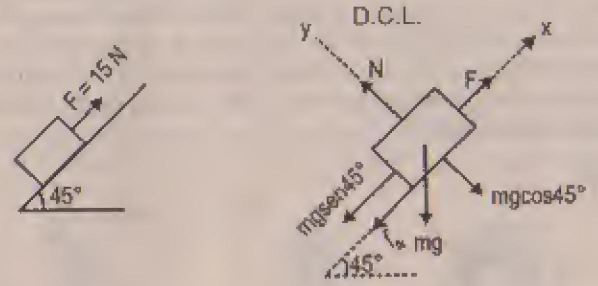
$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = wcos15°$

$\Rightarrow \quad wsen15° - \mu_k \cdot wcos15° = \dfrac{w}{g} \cdot a$

$\therefore \quad a = gsen15° - \mu_k\ cos15°.g$

Un bloque se mueve hacia arriba de una pendiente de 45° con una velocidad constante bajo la acción de una fuerza de 15 N aplicada *paralela* a la pendiente. Si el coeficiente de fricción cinético es 0,30, determine: a) el peso del bloque y b) la fuerza mínima requerida para permitirle moverse *hacia abajo* de la pendiente a velocidad constante.

Resolución :



Parte (a)

$\Sigma F_x = 0 \qquad \Rightarrow \qquad F - mgsen45° - f_{fk} = 0$

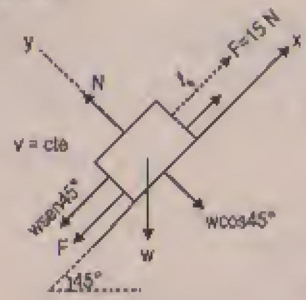
$v = cte. \Rightarrow a = 0$

$\Sigma F_y = 0 \qquad 15 - mgsen45° - \mu_k \cdot mgcos45° = m.a = 0$

$\Rightarrow \quad N = mgcos45° \qquad \therefore \quad 15 = mg(sen45° + \mu_k.cos45°)$

$$\therefore \quad Peso = mg = \frac{15}{sen\,45°+\mu_k.cos\,45°} = \frac{15}{\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{3}{10}.\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{300}{13\sqrt{2}} = 16{,}4\ N$$

Parte (b)



$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = wcos45° = 16{,}4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 11{,}6N$$

$\Sigma F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad F + wsen45° = f_{fk} + 15$

$F_{min} = f_{fk} - wsen45° + 15$

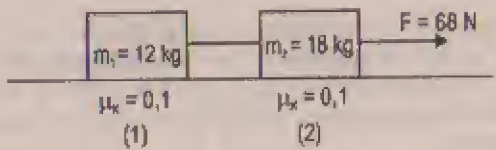
$\Rightarrow \quad F_{min} = \mu_k \cdot wcos45° - wsen45° + 15$

$F_{min} = wcos45°\ (\mu_k - 1) + 15$

$\therefore \quad F_{min} = -11{,}6\ (0{,}7) + 15 = 6{,}88\ N$

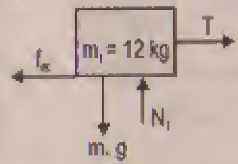
55. Dos bloques conectados por una cuerda sin masa son arrastrados por una fuerza horizontal F (figura P5.38). Suponga F = 68 N; m_1 = 12 kg; m_2 = 18 kg, y que el coeficiente de fricción cinético entre cada bloque y la superficie es 0,10. a) Dibuje un diagrama de cuerpo libre para cada bloque. b) Determine la tensión, T y la magnitud de la aceleración del sistema.

Resolución :



Parte (a)

Bloque (1):

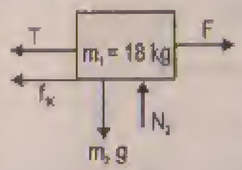


$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N_1 = (12)(10) = 120\ N$

$\Sigma F_x = m_1.a$

$\Rightarrow \quad T - \mu_k.N_1 = m_1.a\ ...\ (1)$

Bloque (2):



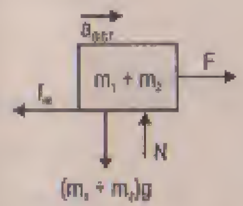
$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N_2 = (18)(10) = 180\ N$

$\Sigma F_x = m_2.a$

$F - T - f_k = m_2a$

$\Rightarrow \quad F = m_2a + \mu_k \cdot N_2 + T\ ...\ (2)$

D.C.L. (sistema)



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_{TOTAL} = (m_1 + m_2)g = 300\ N$

$F - f_t = (m_1 + m_2)(a_{sist})$

$\Rightarrow \quad F = \mu_k \cdot 300 + 30a_{sist}\ ...\ (3)$

Desarrollando:

(1) en (2): $\quad F = m_2 \cdot a + \mu_k \cdot 180 + m_1a + \mu_k.120$

$F = a_{sist}(30) + 300(\mu_k) \Rightarrow 68 = 30.a_{sis} + 30$

Parte (b):

$$\therefore \quad a_{sist} = \frac{68}{30} - 1 = \frac{38}{30} = 1.3\ m/s^2$$

De (1): $\quad \Rightarrow \quad T_{sist} = 12(1{,}3) + (0{,}1)(120) = 27{,}6\ N$

56. Una masa M = 2,2 kg se acelera a lo largo de una superficie horizontal mediante una cuerda que pasa por una polea, como se muestra en la figura P5.56. La tensión en la cuerda es 10,0 N y la polea está 10,0 cm sobre la parte superior del bloque. El coeficiente de la fricción de deslizamiento es 0,40. a) Determine la aceleración del bloque cuando x = 0,40 m. b) Determine el valor de x en el cual la aceleración se vuelve cero.

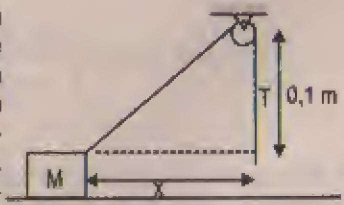
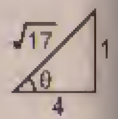


Figura P5.56

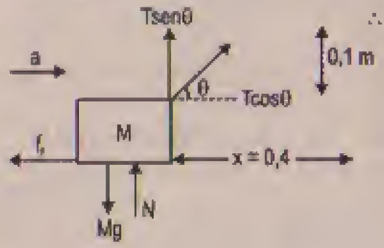
Resolución :

Datos: $T = 10\text{ N}$; $\mu_k = 0{,}4$; $M = 2{,}2\text{ kg}$



Parte (a)

D.C.L. (M)



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T\text{sen}\theta + N = 22\text{ N}$

$\therefore \quad N = 22\text{ N} - T\text{sen}\theta$

Pero: $T\text{sen}\theta = 0{,}1$ $\qquad \therefore \tan\theta = \dfrac{1}{4}$

$T\cos\theta = 0{,}4$

En consecuencia:

$$N = 22 - 10 \times \frac{\sqrt{17}}{17}$$

$$\therefore \quad N = 22 - 2{,}43 = 19{,}57\text{ N}$$

D.C.L. (Polea)

$\Sigma F_x = M.a$

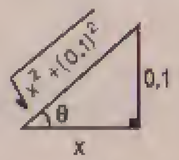
$T\cos\theta - f_r = M.a$

$$10 \,.\, \frac{4\sqrt{17}}{17} - (0{,}4)(19{,}57) = (2{,}2)(a)$$

$$\therefore \quad a = \frac{9{,}7 - 7{,}83}{2{,}2} = 0{,}85\text{ m/s}^2$$

Parte (b)

Sabemos:



$$\cos\theta = \frac{10x}{\sqrt{100x^2+1}} \qquad \text{sen}\theta = \frac{1}{\sqrt{100x^2+1}}$$

$$\Rightarrow \quad \Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{10}{\sqrt{100x^2+1}} + N = 22 \qquad \therefore N = 22 - \frac{10}{\sqrt{100x^2+1}}$$

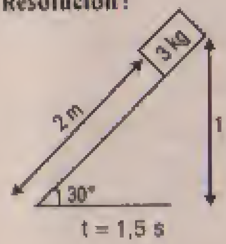
$\Sigma F_x = M.a = M(0) = 0$

$\Rightarrow \quad T\cos\theta = f_r$ $\qquad$ Resolviendo:

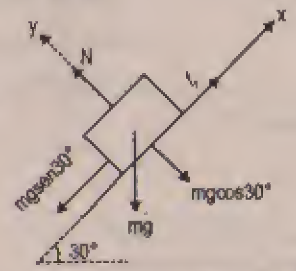
$$\Rightarrow \quad \frac{10(10x)}{\sqrt{100x^2+1}} = (0{,}4)\left(\frac{22\sqrt{100x^2+1} - 10}{\sqrt{100x^2+1}}\right) \qquad x = ?$$

57. Un bloque de 3,0 kg parte del reposo en la parte superior de una pendiente de 30,0° y se desliza 2,0 m hacia abajo en 1,5 s. Encuentre: a) la magnitud de la aceleración del bloque, b) el coeficiente de fricción cinético entre el bloque y el plano, c) la fuerza de fricción que actúa sobre el bloque, y d) la velocidad del bloque después de que se ha deslizado 2,0 m.

Resolución :



Parte (a)



Cinemática:

$$2 = \frac{1}{2}\,.\,a(1{,}5)^2$$

$$\therefore \quad a = \frac{4\times100}{225} = 1{,}8\text{ m/s}^2$$

$\Sigma F_y = 0$

$$\Rightarrow \quad N = m.g\cos30° = 3\times10\frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}\text{ N}$$

Parte (b) $\quad \Sigma F_x = m.a$

$m g\text{sen}30° - \mu_k\, mg\cos30° = ma$

$$10.\frac{1}{2} - \mu_k.10\frac{\sqrt{3}}{2} = 1{,}8 \qquad \therefore \quad \mu_k = \frac{(5-1{,}8)}{5\sqrt{3}} = \frac{3{,}2}{5\sqrt{3}} = 0{,}37$$

Parte (c) $\quad f_r = \mu_k.N = (0{,}37)\left(15\sqrt{3}\right) = 9{,}6\text{ N}$

Parte (d)

Cinemática: $\quad v_f^2 = v_o^2 + 2a.d \qquad \Rightarrow \quad v_f^2 = 0 + 2(1{,}8)(2)$

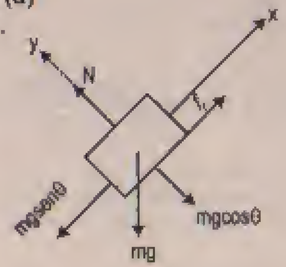
$$\therefore \quad v_f = \sqrt{7{,}2} = 2{,}68\text{ m/s}$$

58. Un bloque se desliza sobre una pendiente que tiene una inclinación θ con la horizontal. El coeficiente de fricción cinético entre el bloque y el plano es μ. a) Si el bloque acelera hacia abajo por la pendiente, muestre que la magnitud de su aceleración está dada por $a = g(\text{sen}\,\theta - \mu\cos\theta)$. b) Si el bloque se mueve hacia arriba de la pendiente, muestre que la magnitud de su aceleración es $a = -g(\text{sen}\theta + \mu\cos\theta)$.

Resolución :

Parte (a)

D.C.L.



$\Sigma F_y = 0$

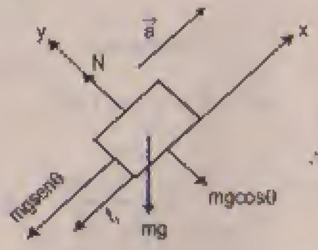
$\Rightarrow \quad N = m.g\cos\theta \ldots (1)$

$\Sigma F_y = ma$

$mg\text{sen}\theta - \mu mg\cos\theta = m.a$

$\therefore \quad a = g(\text{sen}\theta - \mu\cos\theta) \quad$ l.q.q.d.

Parte (b)



$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = mg\cos\theta$

$-mg\,sen\theta - f_1 = m.a$

$-mg\,sen\theta - \mu.mg\cos\theta = m.a$

$\therefore \quad a = -g(sen\theta + \mu\cos\theta) \qquad$ l.q.q.d.

59. En la figura P5.59 se muestran tres masas conectadas sobre una mesa. La mesa tiene un coeficiente de fricción de deslizamiento de 0,35. Las tres masas son de 4,0 kg; 1,0 kg y 2,0 kg, respectivamente, y las poleas son sin fricción. a) Determine la aceleración de cada bloque y sus direcciones. b) Determine las tensiones en las dos cuerdas.

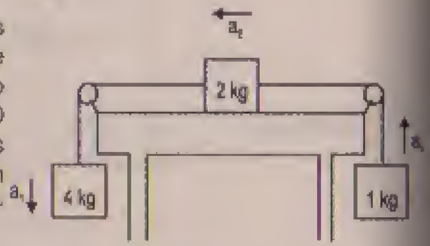


Figura P5.59

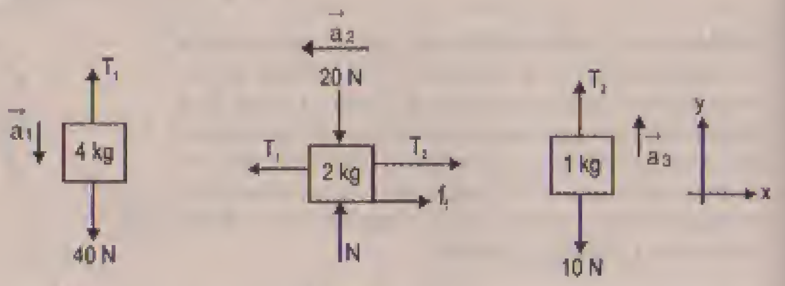
Resolución :

Datos: $\mu = 0{,}35$

$T_1 = ?\ ;\ T_2 = ?$

$a_1 = ?\ ;\ a_2 = ?\ ;\ a_3 = ?$

Parte (a)



En (a): $\quad \Sigma F_y = 4a_1 \quad \Rightarrow \quad 40 - T_1 = 4a_1 \qquad \ldots(1)$

En (b): $\quad \Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad 20 = N$

$$\Sigma F_x = 2.a_2 \Rightarrow T_1 - T_2 = 2a_2 + f_1 = 2a_2 + 20\,.\,\frac{35}{100} = 2a_2 + 7$$

Pero: $$\vec{a}_2 = \frac{\vec{a}_1 - \vec{a}_3}{2} \Rightarrow T_1 - T_2 = 2\,\frac{(a_1 - a_3)}{2} = a_1 - a_3 + 7 \qquad \ldots(2)$$

En (c): $\quad \Sigma F_y = a_3$

$\Rightarrow \quad T_2 - 10 = a_3 \quad \Rightarrow \quad T_2 = 10 + a_3 \qquad \ldots(3)$

de (1); (2) y (3):

$$\left.\begin{array}{lr} 40 - 4a_1 = T_1 & (a) \\ 10 + a_3 = T_2 & (b) \\ 7 + a_1 - a_3 = T_1 - T_2 & (c) \end{array}\right\} \text{Desarrollando el sistema de ecuaciones}$$

$(b) - (a) \quad \Rightarrow \quad T_2 - T_1 = a_3 + 4a_1 - 30 \ldots (d)$

y sumando (c) con (d):

$$(+)\ \begin{array}{l} T_2 - T_1 = a_3 + 4a_1 - 30 \\ \underline{T_1 - T_2 = 7 + a_1 - a_3} \\ 0 = 5a_1 - 23 \end{array} \quad \Rightarrow \quad a_1 = 23/5 = 4{,}6\ m/s^2 \ \wedge \ T_1 = 21{,}6\ N$$

$(a) - (b) = (c)$

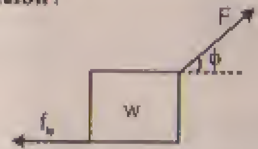
$\Rightarrow \quad 21{,}6 - 10 - a_3 = 7 + 2a_2$

60. Una caja de peso w es empujada por una fuerza F sobre un piso horizontal. Si el coeficiente de fricción estático es μ_e, y F está dirigida a un ángulo ϕ debajo de la horizontal, a) muestre que el valor mínimo de F que moverá la caja es:

$$F = \frac{\mu_e\, w \sec\phi}{1 - \mu_e \tan\phi}$$

b) Encuentre el valor mínimo de F que puede producir movimiento cuando $\mu_e = 0{,}40$, $w = 100$ N y $\phi = 0°, 15°, 30°, 45°$ y $60°$.

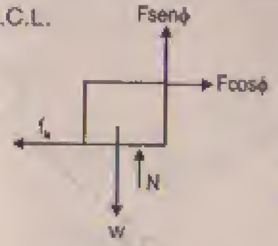
Resolución :



Datos: peso = w

$\mu\ ;\ \phi$

(a) D.C.L.



$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad F sen\phi + N = w$

$\therefore \quad N = w - F sen\phi \ \ldots (1)$

$\Sigma F_x = 0$

$F\cos\phi - \mu_e.(w - F sen\phi) = 0$

$\Rightarrow \quad F\cos\phi - \mu_e.w + \mu_e\,.\,F sen\phi = 0$

$F(\cos\phi + \mu_e\, sen\phi) = \mu_e.w$

$$\therefore \quad F = \frac{\mu_e \cdot w}{\cos\phi + \mu_e \,\text{sen}\,\phi} = \frac{\dfrac{\mu_e \cdot w}{\cos\phi}}{1+\mu_e\dfrac{\text{sen}\,\phi}{\cos\phi}} = \frac{\mu_e \cdot \sec\phi \cdot w}{1 \pm \mu_e \tan\phi}$$

l.q.q.d

Si $\vec{a}$ (+)

Si $\overleftarrow{a}$ (−)

Parte (b)

Sabemos que se moverá a la izquierda con:

$$F_{min} = \frac{\mu_e . \sec\phi . w}{1-\mu_e . \tan\phi}$$

con: $\mu_e = 0{,}4$; $w = 100$ N , $\phi = 0°$; 15°; 30°; 45°; 60°

$\phi = 0°$ $\quad F_{min} = \dfrac{(0{,}4)(100)(1)}{1-(0{,}4)(0)} = 40$ N

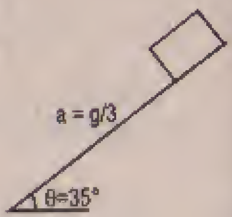
$\phi = 15°$ $\quad F_{min} = (0{,}4)(100)\left[\dfrac{\sqrt{2}}{4}\left(\sqrt{3}-1\right)\right] = 10{,}4$ N

$\phi = 30°$ $\quad F_{min} = \dfrac{(0{,}4)(100)}{1-(0{,}4)\left(\sqrt{3}\right)}\,\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\,3 = \dfrac{80}{0{,}6} = 133$ N

$\phi = 45°$ $\quad F_{min} = \dfrac{(0{,}4)(100)\sqrt{2}}{1-(0{,}4)1} = \dfrac{40\sqrt{2}}{0{,}6} = 94{,}3$ N

$\phi = 60°$ $\quad F_{min} = \dfrac{(0{,}4)(100)\,2}{1-(0{,}4)\left(\sqrt{3}\right)} = \dfrac{80}{0{,}3} = 267$ N

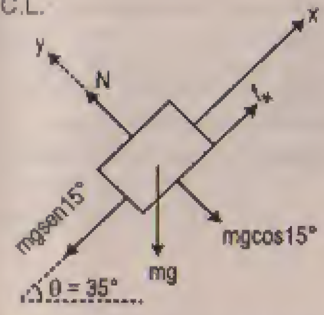
61. Un bloque se sitúa sobre un plano inclinado a 35° respecto de la horizontal. Si el bloque se desliza hacia abajo del plano con una aceleración de magnitud g/3, determine el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y el plano.



Resolución:

$\mu_k = ?$; $\quad a = g/3$

D.C.L.



$\Sigma F_y = 0$

$\Rightarrow \quad N = mgm\cos 35°$

$\Sigma F_x = ma$

$\Rightarrow \quad mg\,\text{sen}35° - \mu_k . N = m.a$

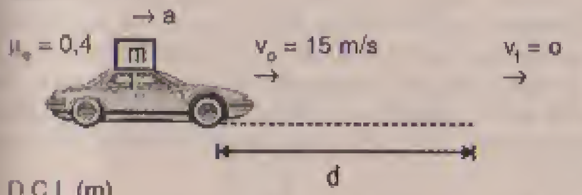
$\Rightarrow \quad mg\,\text{sen}35° - \mu_k\, mg\cos 35° = \dfrac{g}{3}.m$

$\therefore \quad \mu_k = \dfrac{3\,\text{sen}\,35°-1}{3\cos 35°}$

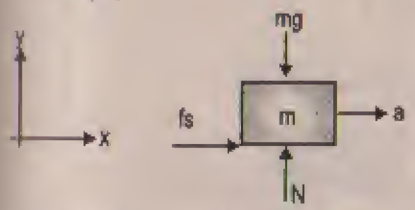
62. Un camión que se mueve horizontalmente a 15 m/s transporta una caja. Si el coeficiente de fricción estático entre la caja y el camión es 0,40, determine la distancia mínima de frenado del camión de manera que la caja no se deslice.

Resolución:

Sea:



D.C.L (m)



$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = m.g$

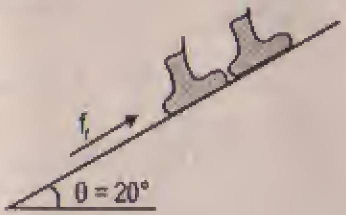
$\Sigma F_x = m.a \quad \Rightarrow \quad \mu_e.m.g = n.a$

$\therefore \quad a = \mu_e.g = (0{,}4)(10) = 4\ m/s^2$

Cinemática: $\quad v_f^2 = v_i^2 - 2ad \quad \Rightarrow \quad d = \dfrac{15\times15}{2\times4} = \dfrac{225}{8} = 28{,}125$ m

63. Una esquiadora olímpica que baja a 25 m/s por una pendiente a 20° encuentra una región de nieve húmeda de coeficiente de fricción $\mu_k = 0{,}55$. ¿Cuánto desciende antes de detenerse?

Resolución:



$v_o = 25$ m/s

Dato: $\mu_k = 0{,}55$

D.C.L.

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = mg\cos 20°$

$\Sigma F_x = m.a$

$\Rightarrow mg\,sen20° - \mu_k.mg\cos 20° = m.a$

$\therefore a = g(sen20° - \mu_k \cos 20°)$

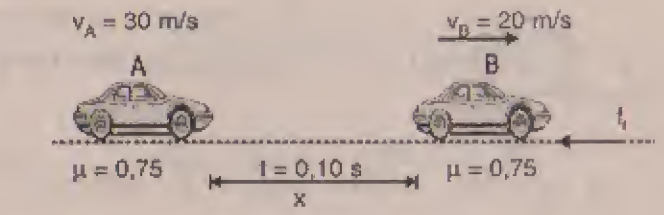
$\Rightarrow a = 10(sen20° - 0{,}55\cos 20°)\ m/s^2$

Cinemática: $v_f^2 = v_i^2 - 2ad \Rightarrow d = \dfrac{v_i^2}{2a} = \dfrac{625}{2(a)}$

PROBLEMAS ADICIONALES

64. Un carro que se mueve a 20 m/s frena en un alto sin deslizarse. El conductor del auto que está detrás del primero, y que se mueve a 30,0 m/s, al ver que se encienden las luces de freno, aplica sus frenos después de un retardo de 0,10 s y se detiene sin deslizarse. Suponga que $\mu_s = 0{,}75$ para ambos carros. Calcule la distancia mínima entre los carros en el instante que el conductor delantero aplica los frenos si se quiere evitar el choque en la parte trasera de su vehículo. (Suponga aceleraciones constantes.)

Resolución :



$-f_r = m.a \Rightarrow -\mu\, mg = m.a \quad \therefore \quad |\vec{a}| = (0{,}75)(10) = 7{,}5\ m/s^2$

Cinemática:

$v_{i_A} = 30 - (7{,}5)(0{,}1) = 30 - 0{,}75 = 29{,}25\ m/s$

$v_{f_B} = 0 \qquad x_B = \dfrac{Vf^2}{2a} = \dfrac{400}{2\,(7{,}5)} = 26{,}7\ m$

$$x_A = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a} = \frac{(29{,}25)^2 - 900}{-2(7{,}5)} = \frac{-29{,}75\ m}{2(7{,}5)} = 2\ m$$

$\therefore \quad x_B - x_A = 26{,}7 - 2 = 24{,}7\ m$

65. Una masa M se mantiene fija mediante una fuerza aplicada F y un sistema de poleas, como se ilustra en la figura P5.65. Las poleas tienen masa y fricción despreciables. Encuentre a) la tensión en cada sección de la cuerda, T_1, T_2, T_3, T_4 y T_5, y b) la magnitud de F.

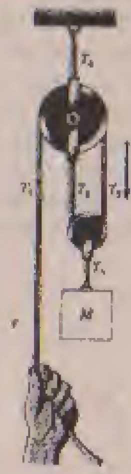
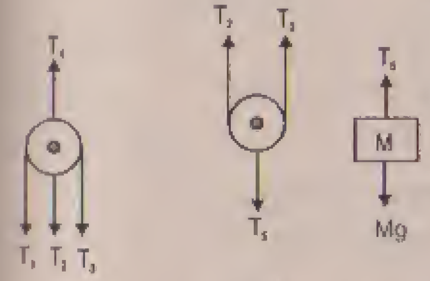


Figura P5.65

Resolución :

De la figura:



$T_5 = Mg$

$T_2 = T_3$

$\Rightarrow 2T_3 = T_5 = Mg$

$\therefore T_3 = \dfrac{Mg}{2} = T_2$

$T_1 = T_3 \Rightarrow T_1 = \dfrac{Mg}{2}$

$T_1 + T_2 + T_3 = T_4 \Rightarrow T_4 = Mg + \dfrac{Mg}{2} = \dfrac{3Mg}{2}$

Pero: $T_1 = F \quad \therefore \quad F = \dfrac{Mg}{2}$

Luego:

Parte (a) $T_1 = \dfrac{Mg}{2}$; $T_2 = \dfrac{Mg}{2}$; $T_3 = \dfrac{Mg}{2}$; $T_4 = \dfrac{3Mg}{2}$; $T_5 = Mg$

Parte (b) $F = \dfrac{Mg}{2}$

66. Alex recuerda de sus estudios de física en la preparatoria que las poleas pueden utilizarse para ayudar a levantar objetos pesados. La figura P5.66 muestra el sistema de poleas sin fricción que diseñó para levantar una caja fuerte hasta la oficina

de un segundo piso. La caja fuerte pesa 400 lb y Alex puede jalar con una fuerza de 240 lb. a) ¿Será capaz de levantar la caja fuerte? b) ¿Cuál es el peso máximo que puede levantar con su sistema de poleas? (Nota: La polea grande está unida por un tirante a la cuerda que Alex está jalando.)

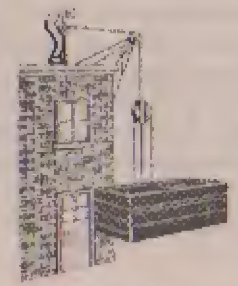
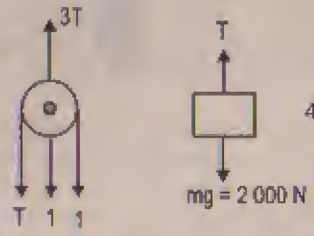


Figura P5.65

Resolución :

D.C.L.



400 lb = 200 kg = 2 000 N

$\therefore \quad T = 2\,000$ N

Dato: $\quad F = m.g = w = 240 \text{ lb} \times \dfrac{0,5 \text{ k}}{1 \text{ lb}} \times 10 = 1\,200$ N

Pero $\quad F = 3T \Rightarrow 3(2\,000) = 6\,000$ N

a) El máximo peso que puede levantar es < 6 000 N

$\therefore$ Sí se puede levantar la caja.

67. Como parte de una investigación de laboratorio, un estudiante desea medir los coeficientes de fricción entre un bloque de metal y un tablero de madera. El tablero tiene una longitud L y el bloque está situado en un extremo de él. Este extremo del tablero se levanta y el bloque empieza a deslizarse cuando se encuentra a una distancia h sobre el extremo inferior del tablero, como se muestra en la figura P5.67. En este ángulo, el bloque se desliza hacia abajo la longitud del tablero en el tiempo t. Determine:
a) el coeficiente de fricción estático entre el bloque y el tablero, b) la aceleración del bloque, c) el ángulo más pequeño que ocasiona que el bloque se mueva, y d) el coeficiente de fricción cinético entre el bloque y el tablero.

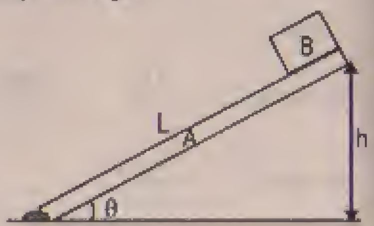


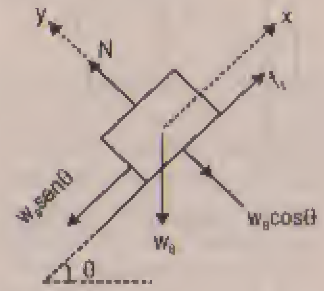
Figura P5.67

Resolución :

Dato t = L (en llegar a la parte inferior el bloque)

Parte (a)

D.C.L.



$\Sigma F_y = 0$

$\Rightarrow \quad N = w_B \,.\, \cos\theta$

$\Sigma F_x = 0$

$w_B \text{sen}\theta = f_{fe} = \mu_e . w_B \cos\theta$

$\therefore \quad \mu_e = \tan\theta$

Parte (b)

Cinemática: $\quad L = \dfrac{1}{2}(a)L^2 \qquad \therefore \quad a = \dfrac{2}{L}$ m/s²

Parte (c)

$h = L\text{sen}\theta \qquad \therefore \quad \theta = \text{arc sen}\left(\dfrac{h}{L}\right)$

Parte (d)

$\Sigma F_x = m_B.a \quad \Rightarrow \quad w_B \text{sen}\theta - f_f = m_B.a$

$\Rightarrow \quad m_B g\text{sen}\theta - \mu_k m_B g\cos\theta = m_B.a \quad \Rightarrow \quad g\text{sen}\theta - \mu_k g\cos\theta = \dfrac{2}{L}$

$\Rightarrow \quad g\left(\dfrac{h}{L}\right) - \mu_k . g\left(\dfrac{\sqrt{L^2 - h^2}}{L}\right) = \dfrac{2}{L} \quad \Rightarrow \quad gh - \mu_k . g\sqrt{L^2 - h^2} = 2$

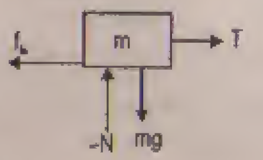
$\therefore \quad \mu_k = \dfrac{gh - 2}{g\sqrt{L^2 - h^2}}$

68. Hace aproximadamente 200 años, Charles Coulomb inventó el tribómetro, un dispositivo para investigar la fricción estática. El instrumento se representa de manera esquemática en la figura P5.68. Para determinar el coeficiente de fricción estático, la masa colgante M aumenta o disminuye según sea necesario hasta que m esté a punto de deslizarse. Demuestre que $\mu_e = M/m$.

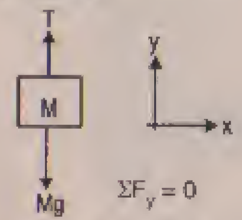
FIGURA P5.68

Resolución:

D.C.L. (m)



D.C.L. (M)



$\Sigma F_x = 0$

$\Rightarrow \quad T - f_{le} = 0$

$\therefore \quad T = \mu_e.N = \mu_e.mg \ ... \ (1)$

$\Sigma F_y = 0$

$\Rightarrow \quad T - Mg = 0 \ \therefore \ T = Mg \ ... \ (2)$

(2) en (1):

$\mu_e.mg = T = Mg \qquad \therefore \quad \mu_e = \dfrac{M}{m}$ l.q.q.d.

69. Un bloque de aluminio de 2,00 kg y un bloque de cobre de 6,00 kg se conectan mediante una cuerda ligera sobre una polea sin fricción. Se deja que se muevan sobre un bloque-cuña fijo de acero (de ángulo θ = 30,0°), como se muestra enla figura P5.69. Determine a) la aceleración de los dos bloques, y b) la tensión en la cuerda.

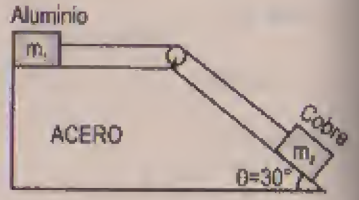


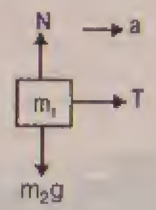
Figura P5.69

Resolución:

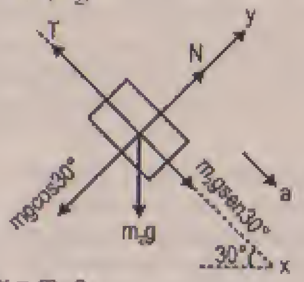
Datos: $\quad m_1 = 2$ kg ; $\quad m_2 = 6$ kg

Parte (a)

D.C.L. (m_1)



D.C.L. (m_2)



$\Sigma F_x = m_1.a$

$T = m_1.a \ ... \ (1)$

$\Sigma Fx = m_2.a$

$m_2 g sen30° - T = m_2.a \ ... \ (2)$

(1) en (2):

$m_2 g sen30° - m_1 a = m_2.a \quad \Rightarrow \quad m_2 g sen30° = (m_2 + m_1)a$

$\therefore \quad a = \dfrac{m_2 g}{2\,(m_1 + m_2)}$ m/s²

Parte (b)

De (1)

$$T = m_1\left[\frac{m_2\,g}{2(m_1+m_2)}\right] \qquad \therefore \quad T = \frac{m_1 m_2\,g}{2(m_1+m_2)}\ \text{N}$$

70. Un bloque de masa m = 2,00 kg descansa sobre la orilla izquierda de un bloque de longitud L = 3,00 m y masa M = 8,00 kg. El coeficiente de fricción cinético entre los dos bloque es 0,30 y la superficie sobre la cual descansa el bloque de 8,00 kg no presenta fricción. Una fuerza horizontal constante de magnitud F = 10,0 N se aplica al bloque de 2,00 kg, poniéndolo en movimiento, como se indica en la figura P5.70a.

a) ¿Cuánto tiempo pasará antes de que este bloque haga que se mueva a la derecha el bloque de 8,00 kg, como se ilustra en la figura P5.70b? (Nota: Ambos bloques se ponen en movimiento cuando se aplica F.) b) ¿Qué distancia se mueve el bloque de 8,00 kg en el proceso?

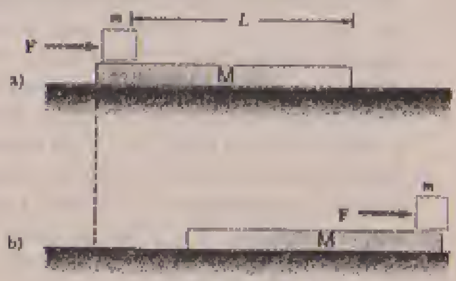


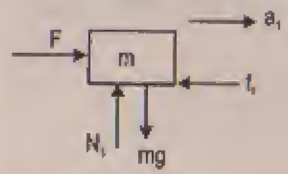
Figura P5.70

Resolución:

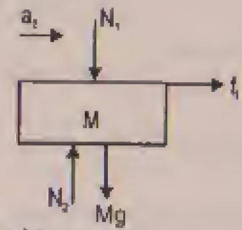
Datos: $\quad m = 2$ kg ; $\quad M = 8$ kg ;
$\quad L = 3$ m ; $\quad \mu_k = 0,3$;
$\quad F = 10$ N

Parte (a)

D.C.L. (m)



D.C.L. (M)



$\Sigma F_y = 0 \ \Rightarrow \ N_1 = mg = 20$ N

$\Sigma F_x = ma$

$F - f_f = ma$

$F - \mu_k mg = ma$

$10 - \dfrac{3}{10}(20) = 2a$

$\therefore \quad a = 2$ m/s²

Cinemática:

$L = \dfrac{1}{2}(a)t^2$

$\Rightarrow \quad 3 = \dfrac{1}{2}(2)t^2 \qquad \therefore \ t = \sqrt{3} = 1,73$ s

Parte (b)

$x = v_{ox}.t + \frac{1}{2}a_2t^2$

Pero: $\mu_k . N_1 = Ma_2$

$(0,3)(20) = 8.a_2 \therefore a_2 = 0,75 \text{ m/s}^2$

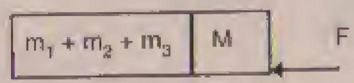
$\Rightarrow x = \frac{1}{2}(0,75)(3) = 1,125 \text{ m}$

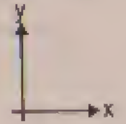
71. Tres carros de equipaje cuyas masas son m_1, m_2 y m_3 son remolcados por un tractor de masa M a lo largo de la faja de estacionamiento de un aeropuerto. Las ruedas del tractor ejercen una fuerza de fricción total F sobre el suelo, como se muestra (figura P5.71). Para las preguntas siguientes, exprese sus respuestas en función de F, M, m_1, m_2, m_3 y g. a) ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza horizontal ejercida sobre el tractor por el suelo? b) ¿Cuál es el valor más pequeño del coeficiente de fricción estático que evita que las ruedas patinen? Suponga que cada una de las dos ruedas motrices en el tractor soportan 1/3 de su peso. c) ¿Cuál es la aceleración, a, del sistema (tractor más carros de equipaje)? d) ¿Cuáles son las tensiones T_1, T_2 y T_3 en los cables de conexión? y e) ¿Cuál es la fuerza neta sobre el carro de masa m_2?

Figura P5.71

Resolución :

D.C.L.
SISTEMA:





$\Sigma\vec{F} = \Sigma.\vec{a}$ $\qquad -\vec{F} = (M + m_1 + m_2 + m_3)(\vec{a}_{sist})$

$\therefore \quad |\vec{a}| = \frac{|\vec{F}|}{M+m_1+m_2+m_3} \quad ...(1)$

Luego F_{tot} de M

$\Rightarrow F_H = F + M(a) = F + M\left(\frac{F}{M+m_1+m_2+m_3}\right)$

$\therefore \quad F_H = F\left(\frac{2M+m_1+m_2+m_3}{M+m_1+m_2+m_3}\right) \text{N}$

Parte (b)

$F = \mu_e.N \Rightarrow F = \mu_e.(M + m_1 + m_2 + m_3).g$

$\therefore \quad \mu_e = \frac{F}{g(M+m_1+m_2+m_3)}$

Parte (c) $\quad |a| = \frac{F}{M+m_1+m_2+m_3} \text{ m/s}^2$

Parte (d)

$T_1 = m_1.a \quad \Rightarrow \quad T_1 = \frac{F.m_1}{M+m_1+m_2+m_3}$

$T_2 - T_1 = m_2.a \quad \Rightarrow \quad T_2 = \frac{m_2.F}{M+m_1+m_2+m_3} + \frac{Fm_1}{M+m_1+m_2+m_3} = \frac{F(m_1+m_2)}{M+m_1+m_2+m_3} \text{ N}$

$T_3 - T_2 = m_3.a \quad \Rightarrow \quad T_3 = \frac{F(m_1+m_2)}{M+m_1+m_2+m_3} + m_3\left(\frac{F}{M+m_1+m_2+m_3}\right) = \frac{F(m_1+m_2+m_3)}{M+m_1+m_2+m_3}$

72. En la figura P5,72, el hombre y la plataforma pesan en conjunto 750 N. Determine qué tan fuerte debe jalar el hombre para mantenerse por sí mismo separado del suelo. (¿O acaso es imposible?) Si es así, explique por qué.

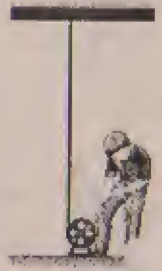


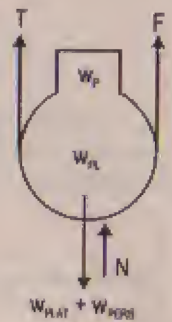
Figura P5.72

Resolución :

Dato: $w_{plat} - w_{per} = 750$ N

Para que el hombre se mantenga separado del suelo tendrá que estar encima de la plataforma, en consecuencia:

D.C.L. (sistema)



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T - F = 750 + N$

$\therefore \quad F = 750 + N - T \quad ...(1)$

Pero como $F = T \Rightarrow 2F = 750 + N$ ...(2)

Asimismo: w_{sist} y N no son fuerzas de acción y reacción entonces:

F = 750 N, lo cual sería toda una contradicción, ya que la $\Sigma Mo = o$

Luego: es imposible.

73. Un bloque de 2,0 kg se sitúa sobre la parte superior de un bloque de 5,0 kg, como muestra la figura P5.73. El coeficiente de fricción cinético entre el bloque de 5,0 kg y la superficie es 0,20. Una fuerza horizontal F se aplica al bloque de 5,0 kg.

a) Dibuje un diagrama de cuerpo libre para cada bloque. ¿Qué fuerza acelera al bloque de 2,0 kg? b) Calcule la magnitud de la fuerza necesaria para jalar ambos bloques hacia la derecha con una aceleración de 3,0 m/s^2. c) Encuentre el coeficiente mínimo de fricción estático entre los bloques tal que el de 2,0 kg no se deslice bajo una aceleración de 3,0 m/s^2.

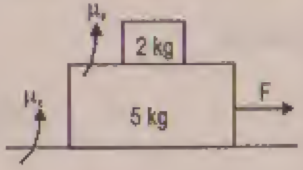
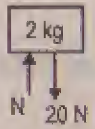


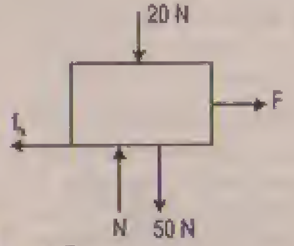
Figura P5.73

Resolución :

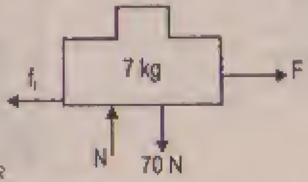
Datos: $\mu_k = 0{,}20$; $\mu_e = ?$

Parte (a)





D.C.L (ambos)



Parte (b)

Dato: a = 3 m/s^2

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = 70$ N

$\Sigma F_x = 7.a \Rightarrow F - \mu_k.N = 7a \Rightarrow F = (0{,}2)(70) + 7(3)$

$\therefore F = 35$ N

Parte (c)

$\Sigma F_x = 2a$

$f_{fe} = 2a$

$\mu_e.N = 2(3)$

$\Rightarrow \mu_e.20 = 6 \qquad \therefore \mu_e = 0{,}3$

74. Un bloque de 5,0 kg se coloca sobre un bloque de 10 kg (figura P5.74). Una fuerza horizontal de 45 N se aplica al bloque de 10 kg, y el bloque de 5,0 kg se amarra a la pared. El coeficiente de fricción cinético entre las superficies móviles es 0,20. a) Dibuje el diagrama de cuerpo libre para cada bloque e identifique las fuerzas de acción-reacción entre los bloques. b) Determine la tensión en la cuerda y la magnitud de la aceleración del bloque de 10 kg.

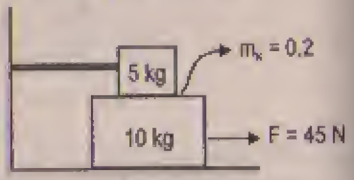
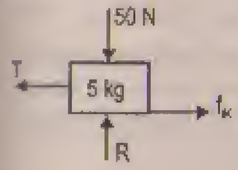
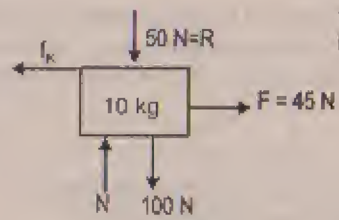


Figura P5.74

Resolución :



D.C.L.



Parte (a)

$\Sigma F_y = 0$

$N_1 = R = 50$

Parte (b)

del bloque (5 kg)

$\Sigma F_x = 0$

$f_{fk} - T = 0$ ... ( )

Luego:

$(0{,}2)(50) - T = 0$

$\therefore T = 10$ N

del bloque (10 kg)

$\Sigma F_x = 10a$

$45 - f_{1k} = 10a$

$\Rightarrow 45 - (0{,}2)(50) = 10a$

$\therefore a = 3{,}5$ m/s^2

75. Brian, un ingenioso niño, desea alcanzar una manzana en un árbol sin trepar por él. Sentado en un columpio conectado a una cuerda que pasa por una polea sin fricción (figura P5.75), jala el extremo suelto de la cuerda con una fuerza tal que la balanza de resorte lee 250 N. Su verdadero peso es 320 N y el columpio pesa 160 N. a) Dibuje diagramas de cuerpo libre para Brian y el columpio considerados como sistemas separados, y otro diagrama para Brian y el columpio considerados como un sistema. b) Muestre que la aceleración del sistema es hacia arriba y encuentre su magnitud. c) Determine la fuerza que Brian ejerce sobre el columpio.

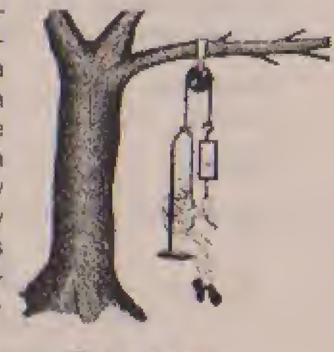


Figura P5.75

Resolución :

Dato: $w_B = 320$ N ; $w_{columpio} = 160$ N

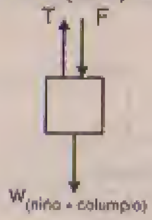
F = 250 N

Parte (a)

D.C.L (ala)   D.C.L (sistema)   D.C.L (niño) + (columpio)

(a)

(b)



(c)

en (a): $F + w_B = T \Rightarrow 250 + 320 = T \quad \therefore \; T = 570\text{ N}$

en (b): $T = w_{niño} + w_c \Rightarrow 570\text{ N} = w_{niño} + 160\text{ N} \therefore \; w_{niño} = 410\text{ N}$

Cuando no se aplica ninguna fuerza, se sabe que la lectura de la balanza, que es el peso, es la tensión en la cuerda; entonces al aplicar alguna fuerza y la lectura de la balanza disminuye esto quiere decir la fuerza resultante va dirigida hacia arriba.

$$\therefore \; T = \Sigma . m.a \Rightarrow 570 = (410 + 160)(a)$$

Parte (c)

La fuerza que Bryan ejerce sobre el columpio es:

La reacción, que es el peso del niño = 410 N

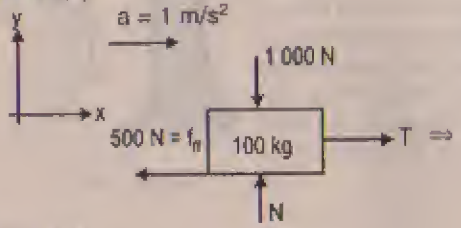
76. En la figura P5.76 un caballo de 500 kg jala un trineo de 100 kg de masa. El sistema (caballo más trineo) tiene una aceleración hacia adelante de 1,00 m/s² cuando la fuerza friccionante sobre el trineo es 500 N. Determine: a) la tensión en la cuerda de conexión, y b) la magnitud y dirección de la fuerza de fricción ejercida sobre el caballo. c) Verifique que las fuerzas totales de fricción que la Tierra ejerce sobre el sistema producirán en el sistema total una aceleración de 1,00 m/s².

Figura P5.76

Resolución :

Dato: $a_{sist} = 1\text{ m/s}^2$

Parte (a)



$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = 1\,000\text{ N}$

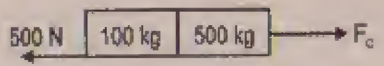
$T - f_t = 100.a \; ... (1)$

$\Rightarrow \quad T - 500 = 100(1)$

$\therefore \quad T = 600\text{ N}$

Por dato

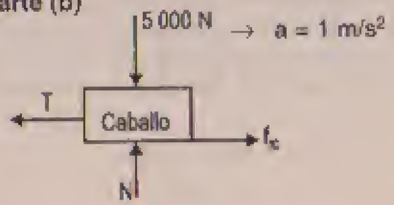
(caballo + trineo) $a = 1\text{ m/s}^2$



$F - 500 = 600.(1)$

$\therefore \quad F_{tc} = 1\,100\text{ N} \; ... (2)$

Parte (b)



$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow N = 5000\text{ N}$

$\Sigma F_x = m_c.a$

$f_{tc} - T = 500(1)$

$\Rightarrow \quad f_{tc} = 500 + 600 \qquad \therefore \quad f_{tc} = 1\,100\text{ N}$

Como las fuerzas de fricción totales:

Es igual: $f_{tc} - f_{tt} = 1100 - 500 \Rightarrow 600 = 600.a$

$$\therefore \quad a_{sist} = 1\text{ m/s}^2$$

Resulta una aceleración igual al dado anteriormente.

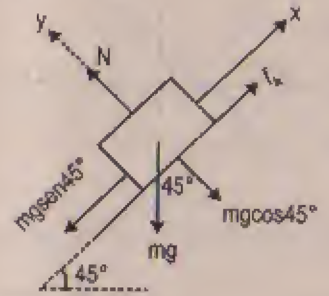
77. Un bloque se suelta desde el reposo en la parte superior de un plano inclinado a un ángulo de 45°. El coeficiente de fricción cinético varía a lo largo del plano de acuerdo con la relación $\mu_k = \sigma x$, donde x es la distancia a lo largo del plano medida en metros desde la parte superior y donde $\sigma = 0{,}50\text{ m}^{-1}$. Determine: a) qué distancia desliza el bloque antes de detenerse, y b) la velocidad máxima que alcanza.

Resolución :

Datos: $\mu_k = \sigma . x$

$$\sigma = \frac{1}{2}\text{ m}^{-1}$$

Parte (a)



$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = mg\cos 45°$

$\therefore \quad N = mg\dfrac{\sqrt{2}}{2}\text{ N}$

$\Sigma F_x = m.a \Rightarrow mg\,sen45° - \mu_k . mg\cos 45° = m.a$

$\Rightarrow \dfrac{5\sqrt{2}}{2} - \dfrac{x}{2}.5\dfrac{\sqrt{2}}{2} = a$

$\therefore \; a = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}(2 - x)\text{ m/s}^2$

Parte (b)

Cinemática: $v_f^2 = v_0^2 + 2a.d$

$$\Rightarrow \quad v_f^2 = 2x\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}(2-x)\right)$$

$$\therefore \quad V_f = \sqrt{5\sqrt{2}x\,(2-x)}\text{ m/s}$$

78. Un pequeño bloque de masa m está inicialmente en la base de una pendiente de masa M, ángulo θ y longitud A, como se muestra en la figura P5.78a. Suponga que todas las superficies son sin fricción y que se aplica una fuerza horizontal constante de magnitud F al bloque de manera que queda fijo, y el plano inclinado, en movi-

miento. a) Muestre que la masa m alcanzará la parte superior de la pendiente (figura P5.78b) en el tiempo.

$$t=\sqrt{\frac{2L\left[1+(m/M)\,\text{sen}^2\theta\right]}{(F/m)\cos\theta-g\,(1+m/M)\,\text{sen}\,\theta}}$$

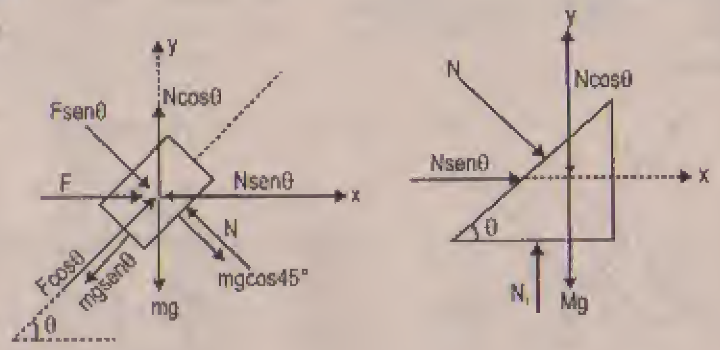
(Sugerencia: El bloque debe estar siempre sobre la pendiente.) b) ¿Qué distancia recorre el plano inclinado en el proceso? c) ¿La expresión en el inciso a) se reduce al resultado esperado cuando M >> m? Explique.

(a) (b)

Figura P5.78

Resolución:

Parte (a)



En (a):

(1) $F-N\text{sen}\theta=m\,\vec{a}_{1x}$

(2) $N\cos\theta-mg=m\,\vec{a}_{1y}$

Luego: (3) en (1)

$F-(F\text{sen}\theta+mg\cos\theta)\text{sen}\theta=m\,\vec{a}_{1x}$

$\therefore\ \vec{a}_{1x}=\dfrac{F\cos^2\theta-mg\,\text{sen}\,\theta\,.\cos\theta}{m}$

También:

(3) $N=F\text{sen}\theta+mg\cos\theta$

(4) $F\cos\theta-mg\text{sen}\theta=m.a_1\ \Rightarrow\ |\vec{a}_1|=\dfrac{F\cos\theta}{m}-g\text{sen}\theta$

(3) en (2) $\Rightarrow$ $(F\text{sen}\theta+mg\cos\theta)\cos\theta-mg=m.\,\vec{a}_{1y}$

$$\therefore\ \vec{a}_{1y}=\frac{F\,\text{sen}\theta.\cos\theta-mg\,\text{sen}^2\theta}{m}$$

En consecuencia: $\vec{a}_1=(\vec{a}_{1x};\ \vec{a}_{1y})\ \Rightarrow\ |\vec{a}_1|=\dfrac{F\cos\theta}{m}-g\text{sen}\theta$

En (b)

$N\text{sen}\theta=M.\,\vec{a}_{2x}\ \Rightarrow\ \vec{a}_{2x}=\dfrac{(F\text{sen}\theta+mg\cos\theta)\,\text{sen}\theta}{M}$

$$\therefore\ \vec{a}_{2x}=\frac{F\,\text{sen}^2\theta+mg\,\text{sen}\theta.\cos\theta}{M}$$

$$\therefore\ \vec{a}_{2x}=\left(\frac{F\,\text{sen}^2\theta+mg\,\text{sen}\theta.\cos\theta}{M},\ 0\right)$$

Luego: $\vec{a}_{\text{sistema}}=\dfrac{F}{m+M}$

En un tiempo «t» el sistema se trasladó «x» metros:

$$\Rightarrow\ x=\frac{1}{2}\,a_{\text{sist}}\,.\,t^2 \qquad \dots(1)$$

En ese mismo tiempo «t» la masa «m» recorrió:

$$L=\frac{1}{2}\,a_1\,t^2 \qquad \dots(2)$$

Luego: (2) en (1) resulta que: $t=\sqrt{\dfrac{2La_{\text{sist.}}}{a_1}}$

Reemplazando:

$$t=\sqrt{\frac{2L\,(F/m+M)}{\dfrac{F\cos\theta}{m}-g\,\text{sen}\theta}}=\sqrt{\frac{2L\left[1+(m/M)\text{sen}^2\theta\right]}{\left(\dfrac{F}{m}\right)\cos\theta-g\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\text{sen}\theta}} \qquad \text{l.q.q.d}$$

Parte (b)

Cinemática: $x=\dfrac{1}{2}\,a_2t^2$

$$\Rightarrow\ x=\frac{1}{2}\left(\frac{F\,\text{sen}^2\theta+mg\,\text{sen}\theta\,.\cos\theta}{M}\right)\left(\frac{2L\left[1+(m/M)\,\text{sen}^2\theta\right]}{(F/m)\cos\theta-g\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\text{sen}\theta}\right)$$

Parte (c)

Si: $M \gg m \Rightarrow t = \sqrt{\dfrac{2Lm}{F\cos\theta - mg\,\text{sen}\,\theta}}$

Es el tiempo que demora en llegar a la parte superior «m», si es que el plano inclinado permaneciera fijo.

79. En la figura P5.69 se muestra un alambre ABC que sostiene un cuerpo de peso w. El alambre pasa sobre una polea fija enB y se une firmemente a una pared vertical en A. La línea AB forma un ángulo ϕ con la vertical, y la polea en B ejerce sobre el alambre una fuerza de magnitud F inclinada un ángulo θ con la horizontal. a) Muestre que si el sistema está en equilibrio, $\theta = \phi/2$. b) Muestre que $F = 2w\,\text{sen}(\phi/2)$. c) Dibuje una gráfica de F cuando ϕ aumenta de 0° a 180°.

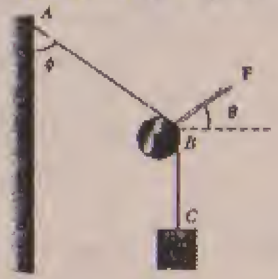


Figura P5.79

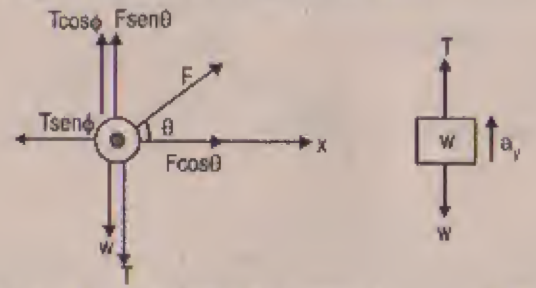
Resolución:

Dato: $\theta = \phi/2$

Parte (a)

Supongamos que el sistema no está en equilibrio

D.C.L.



$\Sigma F_x = m.a_x \Rightarrow \quad F\cos\theta - T\,\text{sen}\,\phi = m_{alambre} \cdot a_x \quad \dots (1)$

$\Sigma F_y = m.a_y \Rightarrow \quad F\,\text{sen}\,\theta - T\cos\phi - T = m_{al} \cdot a_y \quad \dots (2)$

También: $T - w = \dfrac{w}{g} \cdot a_y$

Si $\theta = 30° \Rightarrow \phi = 60°$

De (1)

$\Rightarrow \quad F\cos 30° - T\,\text{sen}\,60° = m_{alambre} \cdot a_x \quad \dots (\beta)$

De (2)

$\Rightarrow \quad F\,\text{sen}\,30° + T\cos 60° - T = m_{alambre} \cdot a_y$

$\Rightarrow \quad F\,\text{sen}\,30° + \dfrac{T}{2} - T = \quad F\,\text{sen}\,30° - \dfrac{1}{2}T = F\,\text{sen}\,30° - T\,\text{sen}\,30° \dots (\alpha)$

De (β):

$F\cos 30° - T\,\text{sen}\,60° = F\,\text{sen}\,60° - T\,\text{sen}\,60° \dots (\theta)$

$\Rightarrow \quad$ Que $\theta = \alpha \leftrightarrow$ Los $\angle$s sean complementarios

$\therefore$ El sistema está en equilibrio.

De (2) $\wedge$ (1): Resulta que $F = 2w\,\text{sen}(\phi/2)$ l.q.q.d.

80. Una escultura con partes móviles está formada por cuatro mariposas metálicas de igual masa m sostenidas por una cuerda de longitud l. Los puntos de soporte están igualmente espaciados por una distancia l, como se muestra en la figura P5.80. La cuerda forma un ángulo θ_1 con el techo en cada punto extremo. La sección central de la cuerda es horizontal. a) Encuentre la tensión en cada sección de la cuerda en función de θ_1, m y g. b) Determine el ángulo θ_2, en función de θ_1, que las secciones de cuerdas entre las mariposas exteriores y las interiores forman con la horizontal. c) Muestre que la distancia D entre los puntos extremos de la cuerda es:

$$D = \frac{L}{5}\left(2\cos\theta_1 + 2\cos\left[\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\tan\theta_1\right)\right] + 1\right)$$

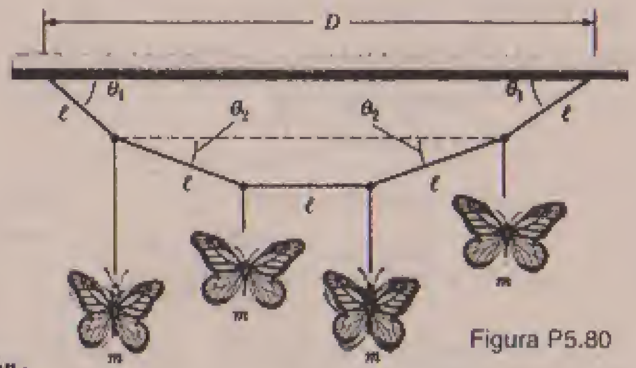


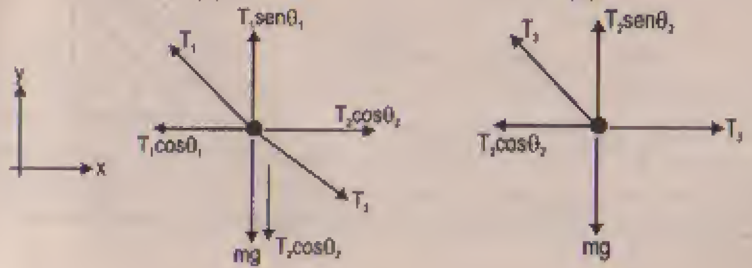
Figura P5.80

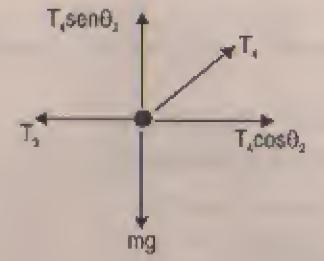
Resolución:

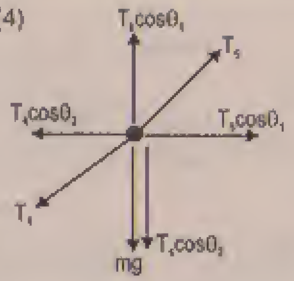
$L = 5\ell$ = longitud de la cuerda

Parte (a)

(1) (2)



(3) 

(4) 

En (1) $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_1 sen\theta_1 = mg + T_2 sen\theta_2$ ... (1)

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_2\cos\theta_2 = T_1\cos\theta_1$ ... (2)

En (2) $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_3 = T_2\cos\theta_2$ ... (3)

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_2 sen\theta_2 = mg$ ... (4)

En (3) $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_4 sen\theta_2 = mg$ ... (5)

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_4\cos\theta_2 = T_3$ ... (6)

En (4) $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_5 sen\theta_1 = mg + T_4 sen\theta_2$ ... (7)

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_5\cos\theta_1 = T_4\cos\theta_2$ ... (8)

Resolviendo:

(4) y (1): $T_1\, sen\theta_1 = mg + mg$

$\therefore\ T_1 = 2mg/sen\theta_1$

(2) y (3): $T_3 = T_2\cos\theta_2 = T_1\cos\theta_1$

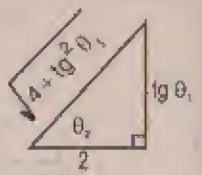
$$\Rightarrow T_3 = \frac{2mg\cos\theta_1}{sen\,\theta_1} = 2mg\ ctg\theta_1$$

(4) y (2): $T_2\, sen\theta_2 = mg \Rightarrow sen\theta_2 = mg/T^2$

$T_2\cos\theta_2 = T_1\cos\theta_1 \Rightarrow \cos\theta_2 = 2mg\cot\theta_1/T^2$

$$\therefore\ T_2 = \frac{mg}{\tan\theta_1}\sqrt{4+\tan^2\theta_1}$$

(5) y (6): $\tan\theta_2 = \dfrac{mg}{2mg\cot\theta_1} = \dfrac{\tan\theta_1}{2} \Rightarrow$



(6): $T_4\,.\cos\theta_2 = 2mg\tan\theta_1$

$$\Rightarrow T_4 = \frac{2\,mg\tan\theta_1}{2}\sqrt{4+\tan^2\theta_1} = mg\tan\theta_1\sqrt{4+\tan^2\theta_1}$$

(en 8) $T_5 = \cos\theta_1 = T_4\cos\theta_2$

$$\Rightarrow T_5 = \frac{mg\tan\theta_1\,.\sqrt{4+\tan^2\theta_1}}{\cos\theta_1}\cdot\frac{2}{\sqrt{4+\tan^2\theta_1}} = \frac{2mg\ sen\,\theta_1}{\cos^2\theta_1}$$

Parte (b)

De la relación: (2) y (3); (5) y (6) tenemos:

$$T_3 = 2\,mg.\frac{\cos\theta_1}{sen\,\theta_1} \quad y \quad \tan\theta_2 = \frac{mg}{T_3} = \frac{mg\ sen\,\theta_1}{2\ mg\cos\theta_1}$$

$$\therefore\ \tan\theta_2 = \frac{\tan\theta_1}{2}$$

Luego: $\theta_2 = \text{arc}\tan\left[\dfrac{1}{2}\tan\theta_1\right]$

Parte (c)

Dato: $L = 5\ell$

$\Rightarrow \ell = \dfrac{L}{5}$

$\therefore$ Del gráfico:

$D = \ell\cos\theta_1 + 2\ell\cos_2 + \ell + \ell\cos\theta_1$

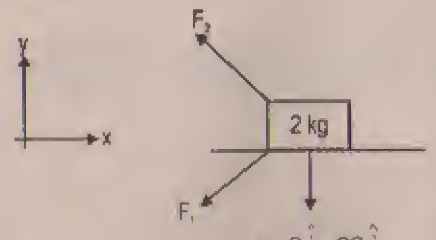
$\Rightarrow D = 2\ell\cos\theta_1 + 2\ell\cos\theta_2 + \ell$

$$D = \ell(2\cos\theta_1 + 2\cos\theta_2 + 1) = \frac{L}{5}\left[2\cos\theta_1 + 2\cos\left[\arctan\left(\frac{1}{2}\tan\theta_1\right)\right] + 1\right]$$

$$\therefore\ D = \frac{L}{5}\left[2\cos\theta_1 + 2\cos\left(\tan^{-1}\left[\frac{1}{2}\tan\theta_1\right]\right) + 1\right] \qquad \text{l.q.qd}$$

11. Las fuerzas $F_1 = (-6\hat{i} - 4\hat{j})$ N y $F_2 = (-3\hat{i} + 7\hat{j})$ N actúan sobre una partícula de 2 kg inicialmente en reposo en las coordenadas (-2m, + 4m). a) ¿Cuáles son las componentes de la velocidad de la partícula en t = 10 s? b) ¿En qué dirección se mueve la partícula en t = 10 s? c) ¿Cuál es el desplazamiento que realiza la partícula durante los primeros 10 s? d) ¿Cuáles son las coordenadas de la partícula en t = 10 s?

Resolución :



Dato:

$F_1 = (-6\hat{i} - 4\hat{j})$

$F_2 = (-3\hat{i} + 7\hat{j})$

$v_o = 0$

$X(0) = (-2;4)$

Parte (a)

$\Sigma\vec{F}x = m.\vec{a}_x \quad \Rightarrow \quad -6\hat{i} - 3\hat{i} = 2.\vec{a}_x \quad \therefore \quad \vec{a}_x = -4{,}5\hat{i}$

$\Sigma\vec{F}y = m.\vec{a}_y \quad \Rightarrow \quad 7\hat{j} - 4\hat{j} - 20\hat{j} = 2.\vec{a}_y \therefore \quad \vec{a}_y = -15{,}5\hat{j}$

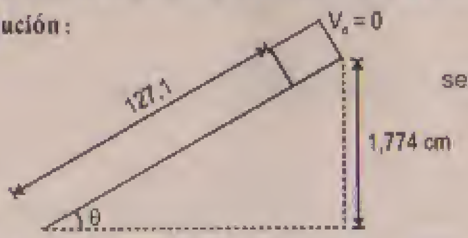
$\therefore \quad \vec{a} = (-4{,}5\hat{i} - 15{,}5\hat{j})$

Cinemática: $\quad \vec{V}_f = \vec{V}_i + a.t \qquad \vec{V}_f = 0 - (4{,}5;\ 15{,}5)(10)$

$\therefore \quad \vec{V}_f = -45\hat{i} - 155\hat{j}$

82. Se le pide a un estudiante que mida la aceleración de una caja sobre un plano inclinado sin fricción, como el de la figura 5,11 utilizando un riel de aire, un cronómetro y una regla. La altura vertical de la pendiente es 1,774 cm y su longitud total es d = 127,1 cm. Por lo tanto, el ángulo de inclinación θ se determina de la relación sen θ = 1,774/127,1. La caja se suelta desde el reposo en la parte superior del plano inclinado, y su desplazamiento a lo largo de la pendiente, x, se mide contra el tiempo, donde x = 0 se refiere a la posición inicial de la caja. Para valores x de 10,0; 20,0; 35,0; 50,0; 75,0 y 100 cm; los tiempos medidos para recorrer estos desplazamientos (promediados en seis ensayos) son 1,02; 1,53; 2,01; 2,64; 3,30 y 3,75 s; respectivamente. Construya una gráfica de x contra t^2 y efectúe un ajuste de mínimos cuadrados de los datos. Determine la magnitud de la aceleración de la caja a partir de la pendiente de esta gráfica y compárela con el valor que obtendría si utilizara a' = gsenθ.

Resolución :



$$\text{sen}\theta = \frac{1{,}774}{127{,}1} = 0{,}014$$

x	0	0,10	0,20	0,35	0,5	0,75	1	m
x	0	10	20	35	50	75	100	cm
t	0	1,02	1,53	2,01	2,64	3,30	3,75	s

Sabemos que:

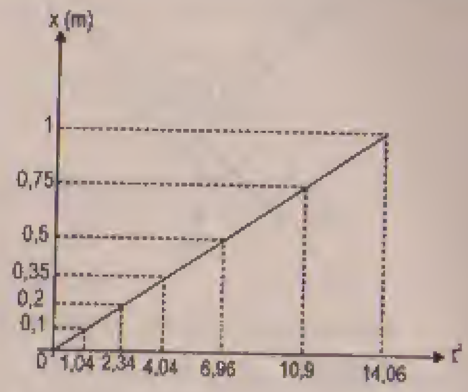
$$x = v_o.t + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}at^2$$

Y además: $y = a + bx$

(ecuación de una recta, donde b es la pendiente)

Por el método de mínimos cuadrados:

$$a = -b\bar{x} + \bar{y} \ \wedge \ b = \frac{S_{xy}}{S_x^2}$$



Donde: $\bar{x}$: promedio aritmético de los datos

$\bar{y}$: promedio aritmético de los datos

S_{xy}: covarianza

S^2_x: varianza de los «x» datos

Entonces: Si: $\quad x = \frac{1}{2}at^2 \quad \wedge \quad y = a + bx$

Si hacemos cambio de variable:

$$x = y = 0 + \frac{1}{2}a(x) \quad \Rightarrow \quad x = y \quad \wedge \quad \frac{1}{2}a = b$$

$$t^2 = x$$

Luego:

Desarrollando: como «a» = 0 $\Rightarrow \ \bar{y} = b.\bar{x}$

$$\therefore \quad b = \frac{\bar{y}}{\bar{x}}$$

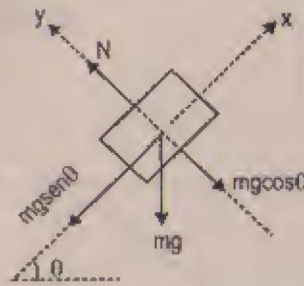
Pero: $$\bar{y} = \bar{x}\text{desp.} = \frac{\sum_1^7 x_i^2}{7} = \frac{0 + 0{,}1 + 0{,}2 + 0{,}35 + 0{,}50 + 0{,}75 + 1}{7}$$

$$\therefore \quad \bar{y} = 0{,}4142$$

$$\bar{x} = t^2 = \sum_1^7 t_i^2 = \frac{0 + 1{,}04 + 4{,}04 + 6{,}96 + 10{,}9 + 14{,}06}{7}$$

$$\therefore \quad \bar{x} = t^2 = 37$$

En consecuencia: $b = \frac{0{,}41}{37} = 0{,}011$ es la pendiente.



Sabemos que:

$\Sigma F_x = m.a$

$\Rightarrow \quad mg\,sen\theta = m.a$

$\therefore \quad a = g\,sen\theta = 10\left(\dfrac{1,774}{127,1}\right)$

$\therefore \quad a = 0,0139\ m/s^2$

Esto quiere decir que la pendiente de la curva $\approx a = 0,014\ m/s^2$

Parte (b)

$x(t) = x_o t + \dfrac{1}{2} a_x t^2 \quad \Rightarrow \quad \bar{x} = (-2\hat{i})(10) + \dfrac{1}{2}(-4,5\hat{i})(100)$

$\therefore \quad \bar{x} = -245\hat{i}$

$y(t) = y_o t + \dfrac{1}{2} a_y t^2 \quad \Rightarrow \quad y = 4\hat{j}(10) + \dfrac{1}{2}(-15,5\hat{j})(100)$

$\therefore \quad \bar{y} = -735\hat{j}$

Luego la dirección: $\quad \dfrac{y}{x} = \tan\theta = \dfrac{-735\hat{j}}{-245} = 3$

$\therefore \quad \theta = \text{arc}\tan(3)$

Parte (c)

Las coordenadas son: $\bar{x} = -245\hat{i} - 735\hat{j}$ ó $\bar{x} = (-245; -735)$

83. ¿Qué fuerza horizontal debe aplicarse al carro mostrado en la figura P5.83 con el propósito de que los bloques permanezcan estacionarios respecto del carro? Suponga que todas las superficies, las ruedas y la polea son sin fricción. (Sugerencia: Observe que la fuerza ejercida por la cuerda acelera a m_1.)

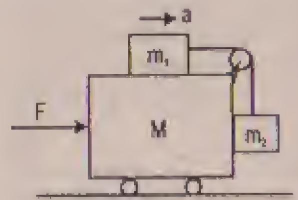
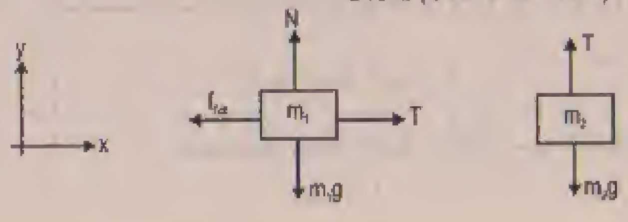


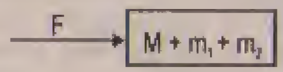
Figura P5.83

Resolución :

D.C.L (Obs. en el carro)



D.C.L (fuera del carro) «sistema»



$\Sigma F_x = \Sigma m.a$

$F = (M + m_1 + m_2)(a) \ \dots (1)$

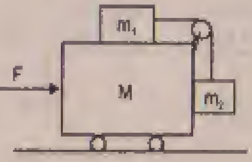
$T - m_1 g = 0 \ \Rightarrow \ T = m_1 g$

Pero también: $\quad T = m_1.a \ \Rightarrow \ m_2 g = m_1 a \quad \therefore \quad a = \dfrac{m_2}{m_1}.g$

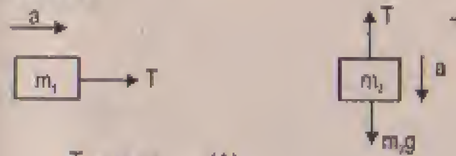
Luego: $\quad F = (M + m_1 + m_2)\left(\dfrac{m_2}{m_1}.g\right)$

84. Inicialmente el sistema de masas mostrado en la figura P5.83 se mantiene inmóvil. Todas las superficies, poleas y ruedas son sin fricción. Dejemos que la fuerza F sea cero y supongamos que m_2 puede moverse sólo verticalmente. En el instante ulterior en el que el sistema de masas se libera, encuentre: a) la tensión T en la cuerda, b) la aceleración de m_2, c) la aceleración de M, y d) la aceleración de m_1. (Nota: La polea acelera junto con el carro.)

Resolución :



Parte (a)



$T = m_1\,a \ \dots (1)$

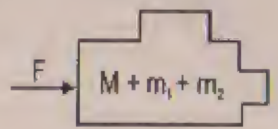
$m_2 g - T = m_2 a \ \dots (2)$

$\Rightarrow \quad m_2 g - m_1 a = m_2.a \quad \therefore \quad a = \dfrac{m_2 g}{m_1 + m_2}$

Luego: $\quad T = \dfrac{m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}$

Parte (b) $\quad a = \dfrac{m_2 g}{m_1 + m_2}$

Parte (c)



$\Sigma F_x = \Sigma m.a$

$\Rightarrow \quad F = (M + m_1 + m_2)\,\dfrac{m_2 g}{m_1 + m_2}$

Parte (d) $\quad a = \dfrac{m_2 g}{m_1 + m_2}$

85. Los tres bloques de la figura P5.85 están conectados por medio de cuerdas sin masa que pasan por poleas sin fricción. La aceleración del sistema es 2,35 m/s² a la izquierda y las superficies son rugosas. Determine: a) las tensiones en las cuerdas y b) el coeficiente de fricción cinético entre los bloques y las superficies. (Suponga la misma para ambos bloques.)

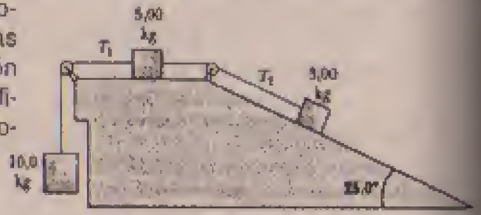
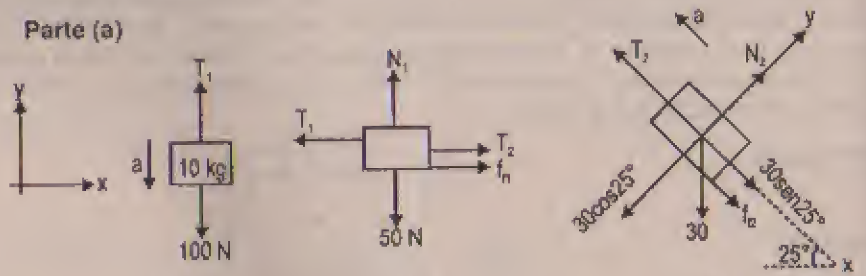


Figura P5.85

Resolución:

Datos: $a_{sist} = 2{,}35$ m/s²

Parte (a)



(a) (b) (c)

En (a)

$\Sigma F_y = 10(2{,}35) \Rightarrow 100 - T_1 = 23{,}5 \Rightarrow T_1 = 76{,}5$ N

En (b)

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_1 = 50$ N

$\Sigma F_x = 5(2{,}35) \Rightarrow T_1 - T_2 - f_{f_1} = 11{,}75 \Rightarrow T_2 + f_{f_1} = 64{,}75$ N ...(1)

En (c)

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_2 = 30\cos 25° = 67$ N

$\Sigma F_x = 3(2{,}35) \Rightarrow T_2 - f_{f_2} - 30\text{sen}25° = 7{,}05 \Rightarrow T_2 - f_{f_2} = 16{,}05$ ...(2)

Parte (b)

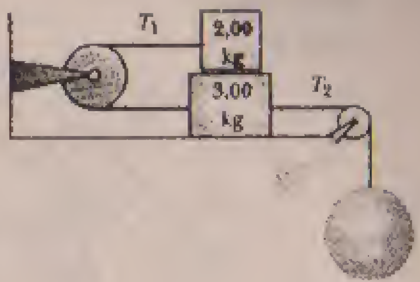
(2) − (1)

$f_{f_1} + f_{f_2} = 48{,}7$ N $\Rightarrow \mu . N_1 + \mu . N_2 = 48{,}7$

$\Rightarrow \mu(50 + 67) = 48{,}7 \quad \therefore \boxed{\mu = 0{,}42}$

$\Rightarrow T_2 = 64{,}75 - (0{,}42)(50) = 43{,}75$ N

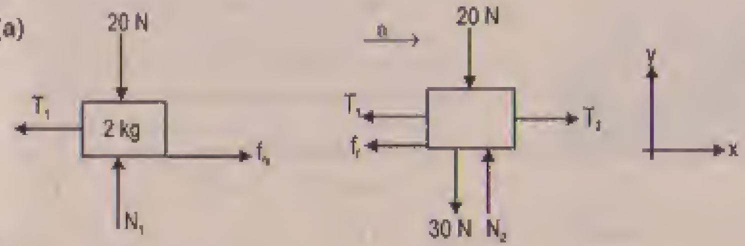
86. En la figura P5.86, el coeficiente de fricción cinético entre los bloques de 2,00 kg y 3,00 kg es 0,300. La superficie horizontal y las poleas son sin fricción y las masas se liberan desde el reposo. a) Dibuje un diagrama de cuerpo libre para cada bloque. b) Determine la aceleración de cada bloque. c) Encuentre la tensión en las cuerdas.



Resolución:

$\mu_k = 0{,}3$

Parte (a)



Parte (b)

$(0{,}3)(20) = 6 = f_{f_k} \quad \therefore \quad f_f = 6$ N

$$\left.\begin{aligned} \Rightarrow \quad & T_1 - 6 = 2a \quad ...(1) \\ & T_2 - T_1 - 6 = 3a \quad ...(2) \end{aligned}\right\} \quad (+) \quad T_2 = 12 + 5a \quad ...(4)$$

Pero sabemos:

$\Rightarrow \quad T_2 - 2T_1 = 5a$ ... (3)

(3) en (4) $\Rightarrow \quad 5a + 2T_1 = 12 + 5a$

$\therefore \quad T_1 = 6$ N

Luego: $\quad T_2 = T_1 + f_f \quad \Rightarrow \quad T_2 = 12$ N

87. Dos bloques de 3,50 kg y 8,00 kg de masa se conectan por medio de una cuerda sin masa que pasa por una polea sin fricción (figura P5.87). Las pendientes son sin fricción. Encuentre: a) la magnitud de la aceleración de cada bloque y b) la tensión en la cuerda.

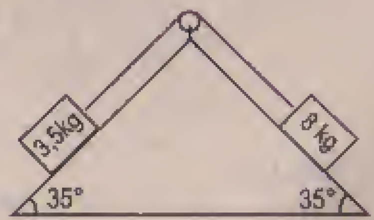
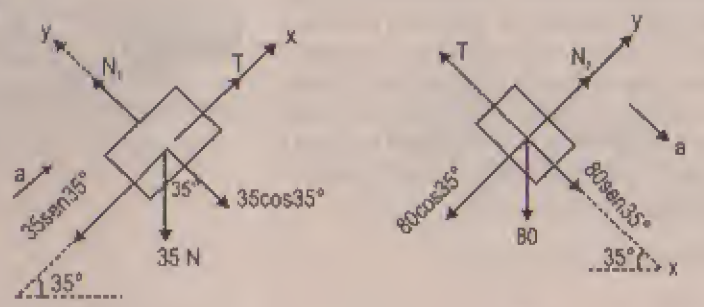


Figura P5.87

Resolución :

Parte (a)



(a) (b)

En (a) $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_1 = 35\cos35°$

$\Sigma F_x = 3{,}5\, a \Rightarrow T - 35sen35° = 3{,}5a$ ... (1)

En (b) $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_2 = 80\cos35°$

$\Sigma F_x = 8.a \Rightarrow 80sen35° - T = 8a$ ... (2)

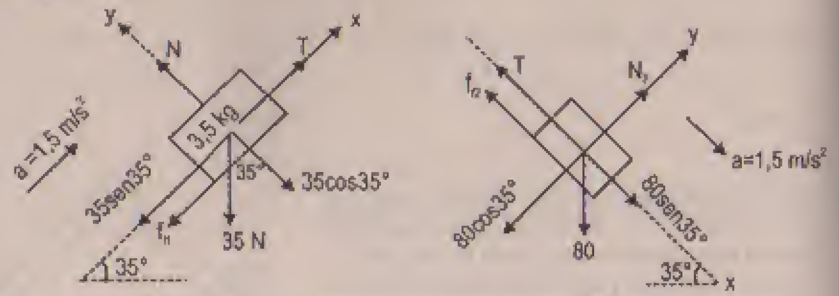
(2) + (1) $80sen35° - 35sen35° = 11{,}5a$

$sen35°(45) = 11{,}5a \qquad \therefore\ a = \dfrac{0{,}7 \times 45}{11{,}5} = 274\ m/s^2$

Parte (b) $T = 3{,}5(2{,}74) + 35(0{,}7) = 9{,}59 + 24{,}5 = 34\ N$

88. El sistema mostrado en la figura P5.87 tiene una aceleración de magnitud igual a 1,5 m/s². Suponga que el coeficiente de fricción cinético entre el bloque y la pendiente es el mismo en ambas pendientes. Determine: a) el coeficiente de fricción cinético y b) la tensión en la cuerda.

Resolución :



(a) (b)

Parte (a)

En (a) $\Sigma F_x = ma \Rightarrow T - 35sen35° - \mu_k\ .\ 35\cos35° = 3{,}5(1{,}5) = 5{,}25$ ... (1)

En (b) $\Sigma F_x = 8.(1{,}5)$

$\Rightarrow 80sen35° - T - \mu_k\ .\ 80\cos35° = 12$ ... (2)

(2) + (1) $45sen35° - \mu_k\, 115\cos35° = 17{,}25$

$\Rightarrow \dfrac{45\,(0{,}7) - 17{,}25}{115(0{,}71)} = \dfrac{31{,}5 - 17{,}25}{81{,}65} = 0{,}17 = \mu_k$

Parte (b)

De (2) $T = 80sen35° - \mu_k\, 80\cos35° - 12$

$T = (80)(0{,}7) - (0{,}17)(80)(0{,}71) - 12$

$\therefore\ T = 56 - 12 - 9{,}7 = 34{,}3\ N$

89. Una camioneta acelera cuando desciende por una colina (figura P5.89), partiendo desde el reposo hasta 30,0 m/s en 6,00 s. Durante la aceleración, un juguete (m = 100 g) cuelga de una cuerda del techo. La aceleración es tal que la cuerda permanece perpendicular al techo. Determine: a) el ángulo θ y b) la tensión en la cuerda.

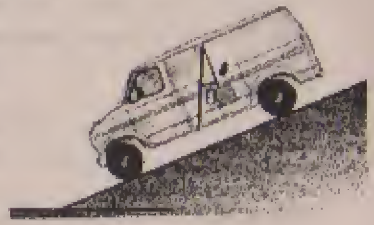


Figura P5.89

Resolución :

Datos: m = 0,1 kg

D.C.L.

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T - mg\cos\theta = 0 \qquad \therefore\ T = mg\cos\theta$ ... (1)

$\Sigma F_x = m.a \Rightarrow mgsen\theta = m.a \qquad \therefore\ a = gsen\theta$ ... (2)

Cinemática: $v_f = v_i + at \Rightarrow a = \dfrac{v_f}{t} = \dfrac{30}{6} = 5\ m/s^2$

De (2): $a = 10sen\theta \Rightarrow 5 = 10sen\theta \quad \therefore\ sen\theta = 1/2 = 0{,}5$

En consecuencia $\theta = arc\ sen(0{,}5) = 30°$

De (1): $T = mg\cos\theta \Rightarrow T = (0{,}1)kg\ (10\ m/s^2)\ \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}8650\ N$

90. Antes de 1960 se pensaba que el coeficiente máximo que podía alcanzarse de fricción estática de una llanta de automóvil era menor que 1. Más tarde, alrededor de 1962, tres compañías desarrollaron por separado llantas de carreras con coeficientes de 1,6. Desde entonces, las llantas han mejorado, como se ilustra en el siguiente problema. De acuerdo con el libro de récords de Guinness de 1990, el cuarto de milla más rápido cubierto por un auto de motor de pistons desde un inicio en reposo es de 4,96 s. Este tiempo récord fue establecido por Shirley Muldowney en septiembre de 1989. a) Suponiendo que las ruedas traseras casi levantan las ruedas delanteras del pavimento, ¿qué valor mínimo de μ es necesario para alcanzar el tiempo récord? b) Suponga que Muldowney hubiera sido capaz de duplicar la potencia de su motor, manteniendo los demás factores iguales. ¿Cómo afectaría este cambio al tiempo transcurrido?.

Resolución :

1 milla ≡ 1,35 km ≡ 1350 m ≡ 1/4 milla <> 462,5 m

Dato: $v_i = 0$; $t = 4{,}36$ s

Cinemática: $462{,}5 = \frac{1}{2}(a)(4{,}96)^2$ ... (1)

Pero: $\Rightarrow$ Como nos piden $\mu_{mínimo}$ $\Rightarrow \Sigma F_x = 0$

$\Rightarrow$ $m.a = \mu mg$ $\therefore$ $\mu = \frac{g}{a}$ ... (2)

(2) en (1)

Luego: $462{,}5 = \frac{1}{2}(4{,}96)^2\frac{(10)}{\mu} \Rightarrow \mu_{mín} = \frac{5\,(4{,}96)^2}{462{,}5} = 0{,}26$ (parte A)

Parte (B) Potencia $= \frac{W}{t} = \frac{F.d}{t} = \frac{m.ad}{t}$ Por dato: $\frac{m.ad}{t} = \frac{2\,mad}{t}$

$\Rightarrow$ $t_1 = 2t = 9{,}92$ s

Lo duplicaría al tiempo es decir utilizaría el doble.

91. Un mago intenta jalar un mantel por debajo de un tarro de 200 g localizado a 30 cm del borde del mantel. Si hay una fuerza de fricción de 0,10 N ejercida en el tarro por el mantel, y éste se jala con una aceleración constante de magnitud 3,0 m/s², ¿qué distancia se mueve el tarro sobre el mantel antes de que éste se haya sacado completamente? (Sugerencia: el mantel se mueve más de 30 cm ¡antes de que se haya quitado de debajo del tarro!).

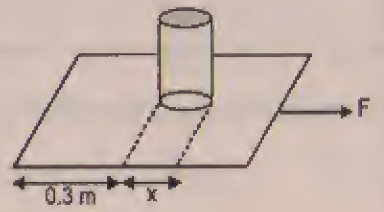
Resolución :

Dato: $m_{tarro} = 200$ g $= 0{,}2$ kg

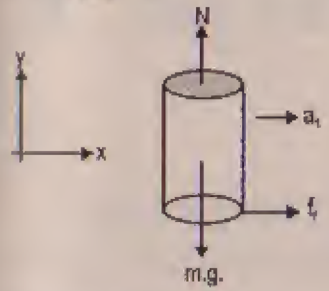
$d = 30$ cm $= 0{,}3$ m

$a_{mantel} = 3$ m/s²

$f_t = 0{,}10$ kN



D.C.L. tarro



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = m_T\, g$ ...(1)

$\Sigma F_x = m_T\,\vec{a}_1 \Rightarrow f_t = m_t\, a = \mu_s \cdot m_t\, g$

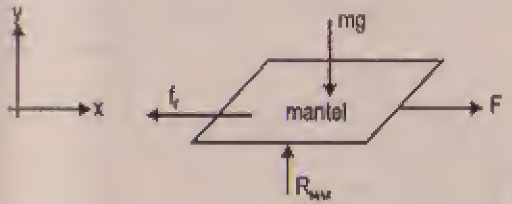
$\Rightarrow 0{,}10 = (0{,}2)(a_1)$ $\therefore$ $a_1 = 0{,}5$ m/s²

Luego: $\mu_s = \frac{(0{,}5)}{10} = 0{,}05$

Cinemática: En un tiempo «t» el tarro recorre «x» metros:

$$\Rightarrow \quad x = \frac{1}{2}a_1t^2 \quad \Rightarrow \quad t^2 = \frac{2x}{0{,}5} \quad ...\ (1)$$

D.C.L. (mantel)



$\Sigma F_x = F - 0{,}1 = M(3)$

Cinemática:

En un tiempo «t» el mantel se moverá «x + 0,3»

$\Rightarrow$ $0{,}3 + x = \frac{1}{2}at^2$ ... (2)

$\Rightarrow$ $0{,}3 + x = \frac{1}{2}(3)t^2$ ... (3)

(1) en (3)

$$\Rightarrow \quad (0{,}3 + x) = \frac{1}{2}(3)\frac{(2x)}{0{,}5} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{3}{50} = 0{,}06 \text{ m}$$

Luego: el tarro se moverá una distancia de 0,06 metros, osea 6 cm.

Capítulo 6

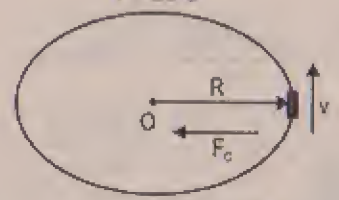
MOVIMIENTO CIRCULAR Y OTRAS APLICACIONES DE LAS LEYES DE NEWTON

LA SEGUNDA LEY DE NEWTON APLICADA AL MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

1. Un carro de juguete que se mueve con rapidez constante completa una vuelta alrededor de una pista circular (una distancia de 200 m) en 25,0 s. a) ¿Cuál es la rapidez promedio? b) Si la masa del auto es de 1,50 kg, ¿cuál es la magnitud de la fuerza central que lo mantiene en un circulo?

Resolución :

$t = 25$ s



$m_{carro} = 1,5$ kg

Parte (a)

Sabemos que: $2\pi R = 200$ m $\Rightarrow \dfrac{100}{\pi} = R \quad \therefore\ R \approx 31,8$ m

Por otro lado: $v \times t = 200 \Rightarrow v(25) = 200 \quad \therefore\ v = 8$ m/s

Parte (b) $F_{central} = m.\dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(1,5)(8)^2}{31,8} \quad \therefore\ F_c = 3,02$ N

2. En un ciclotrón (un tipo de acelerador de partículas), un deuterón (de masa atómica 2 u) alcanza una velocidad final de 10% la velocidad de la luz mientras se mueve en una trayectoria circular de 0.48 m de radio. El deuterón se mantiene en la trayectoria circular por medio de una fuerza magnética. ¿Qué magnitud de la fuerza se requiere?

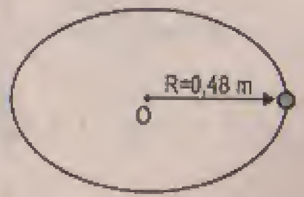
Resolución :

1 deuterón = 2 μ

$v_f = \dfrac{10}{100}$ (3 × 10)8 m/s = 3 × 107 m/s

$1\mu = 1,66 \times 10^{-27}$ kg

R = 0,48 m



$$\Rightarrow \quad F_{magnética} = \frac{m.v^2}{R} = \frac{2\,(1{,}66\times10^{-27})(3\times10^{7})^2}{0{,}48}$$

$$\therefore \quad F_M = 62{,}25 \times 10^{-13}\ N$$

3. Las ruedas de una montaña rusa están ambas por encima y por debajo de los rieles, como se muestra en la figura P6.3, de manera que el carro no deje los rieles. Si la masa soportada por este particular sistema de ruedas es 320 kg y el radio de esta sección de la pista es 15 m, a) ¿cuál es la magnitud y dirección de la fuerza que la pista ejerce sobre la rueda cuando la velocidad del carro es 20 m/s? b) ¿Cuál sería la fuerza neta ejercida sobre una persona de 60 kg que viaje en el carro? c) ¿Qué suministra esta fuerza?

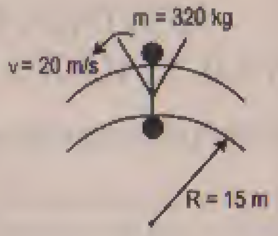


Figura P6.3

Resolución :

$m_{PERSONA} = 60$ kg

Parte (a) $\quad Fc = \dfrac{m.v^2}{R} = \dfrac{320\times(20)^2}{15} = 8\,533{,}3\ N$

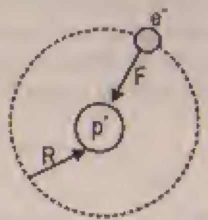
Parte (b) $\quad F_{neta} = (m_c + m_p)\,\dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(60+320)(20)^2}{15}$

$$\therefore \quad F_{neta} = 10\,133{,}3\ N$$

Parte (c) La fuerza suministrada es la fuerza de fricción.

4. En un átomo de hidrógeno el electrón en órbita alrededor del protón experimenta una fuerza atractiva de aproximadamente $8{,}20 \times 20^{-8}$N. Si el radio de la órbita es 5.30×10^{-11} m, ¿cuál es la frecuencia en revoluciones por segundo? Vea la segunda de forros para datos adicionales.

Resolución :



$R = 5{,}3 \times 10^{-11}$ m

$F = 8{,}20 \times 10^{-8}$ N

$m_{e^-} = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg

$$F = m.\frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F.R}{m}} = \sqrt{\frac{(8{,}20\times10^{-8})(5{,}3\times10^{11})}{9{,}11\times10^{-31}}}$$

$$\therefore \quad v = 10^{11} \times 2{,}18\ m/s$$

como: $\quad v = \omega.R = 2\pi\,R.f \Rightarrow \quad Frecuencia = \dfrac{2{,}18\times10^{11}}{2\pi\times5{,}3\times10^{-11}}$

$$\therefore \quad Frecuencia = 65 \times 10^{19}\ rev/s$$

5. Una masa de 3,00 kg unida a una cuerda ligera gira sobre una mesa sin fricción horizontal. El radio del círculo es 0,800 m y la cuerda puede soportar una masa de 25,0 kg antes de romperse. ¿Qué intervalo de velocidades puede tener la masa antes de que se rompa la cuerda?

Resolución :5

$$T = m\,.\,\frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow (25)(9{,}81) = 3\,\frac{v^2}{(0{,}8)}$$

$$\Rightarrow \quad v_{máx} = \sqrt{\frac{25\times(9{,}81)(0{,}8)}{3}} \approx 8{,}09\ m/s$$

Luego: «v» variará de: $0 < v < 8$ m/s

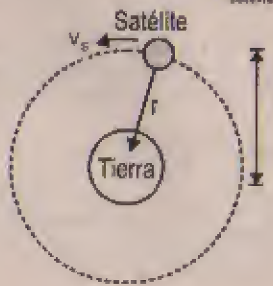
6. Un satélite de 300 kg de masa se encuentra en órbita circular alrededor de la Tierra a una altitud igual al radio medido de la tierra. (Véase el ejemplo 6.5). Encuentre: a) la velocidad orbital del satélite, b) el período de su revolución y c) la fuerza gravitacional que actúa sobre él.

Figura P6.6

Resolución :

$m_{satélite} = 300$ kg

$m_{Tierra} = 6 \times 10^{24}$ kg



R = Radio medio de la Tierra = 10^7 m

$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N.m^2/kg^2$

Parte (a)

$$F_G = F_{atracción} \quad \Rightarrow \quad \frac{G.M_T.m_S}{r^2} = \frac{m_S.v_s^2}{r}$$

$$\Rightarrow \quad v_s^2 = \frac{G.M_{Tierra}}{r} = \frac{G.M_{Tierra}}{2(RM_{Tierra})} = \frac{(6{,}67\times10^{-11})(6\times10^{24})}{2\times10^7}$$

$$\therefore \quad v_{satélite} = 4{,}47\times10^3\ m/s$$

Parte (b)

$$v = \omega.R = \frac{2\pi}{T}.R \Rightarrow T = \text{período} = \frac{2\pi.R}{v} = \frac{(2\times3{,}1416)(2\times10^7)}{4{,}47\times10^3}$$

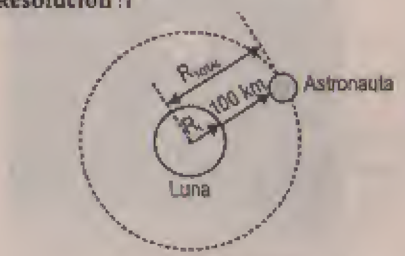
$$\therefore \quad T = 2{,}81\times10^4\ s$$

Parte (c)

$$F_{gravitacional} = \frac{G.M_T.M_S}{r^2} = \frac{(6{,}67\times10^{-11})(6\times10^{24})(3\times10^2)}{4\times10^{14}} = 3\times10^2 N$$

7. Mientras dos astronautas estaban en la superficie de la Luna, un tercer astronauta la orbitaba. Suponga que la órbita es circular y se encuentra 100 km sobre la superficie de la Luna. Si la masa y el radio de la Luna son 7,40 × 1022 kg y 1,70 × 106 m, respectivamente, determine: a) la aceleración del astronauta en órbita, b) su velocidad orbital y c) el período de la órbita.

Resolución :7



$R_{Luna} = 1{,}70\times10^6$ m

$M_{Luna} = 7{,}4\times10^{22}$ kg

$G = 6{,}67\times10^{-11}$ N . m²/kg²

Parte (a)

$$F_{gravitacional} = \frac{M_{Luna}.m_{astron}}{(R_{total})^2}\times G = m_{astron}\times a_{astron.}$$

$$\Rightarrow \quad a_{astron.} = \frac{M_{Luna}.G}{(R_{total})^2} = \frac{(7{,}4\times10^{22})(6{,}67\times10^{-11})}{(1{,}7\times10^6+10^5)^2}$$

$$\therefore \quad a_{astron} = 1{,}5\ m/s^2$$

Parte (b)

$$a_{astron} = \frac{v^2}{R_{total}} \Rightarrow v = \sqrt{a_{astron}\times R_{total}}$$

$$\therefore \quad V_{astron} = 16{,}4\times10^2 = 1\,640\ m/s$$

Parte (c)
$$v = \omega.R = \frac{2\pi}{T}.R \Rightarrow T = \text{período} = \frac{2\pi.R_{total}}{v}$$

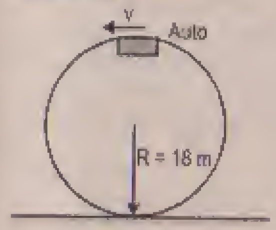
Reemplazando:

$$\Rightarrow \quad \text{Período} = \frac{2\times(3{,}1416)(18\times10^5)}{1640} = 6\,900\ \text{segundos}$$

8. Un automóvil se mueve a velocidad constante sobre la cima de una colina. La conductora se mueve en un círculo vertical de 18.0 m de radio. En la cima advierte que apenas permanece en contacto con el asiento. Encuentre la velocidad del vehículo.

8A. Un automóvil se mueve a velocidad constante sobre la cima de una colina. La conductora se mueve en un círculo vertical de radio R. En la cima advierte que apenas permanece en contacto con el asiento. Encuentre la velocidad del vehículo.

Resolución :



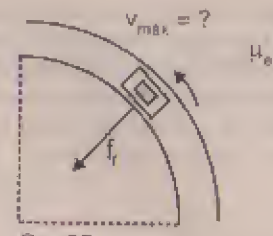
$g = 9{,}81\ m/s^2$

$$F = N + mg = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{gR} = \sqrt{(9{,}81)(18)}$$

$$\therefore \quad v = 13{,}29\ m/s$$

9. Una caja de huevos se localiza en la parte media de la plataforma plana de una camioneta en el momento en que ésta circula por una curva no peraltada. La curva puede considerarse como un arco de un círculo de 35 m de radio. Si el coeficiente de fricción estático entre la caja y la camioneta es 0,60, ¿cuál debe ser la velocidad máxima del vehículo para evitar que la caja se deslice?

Resolución :9



$\mu_e = 0{,}60$

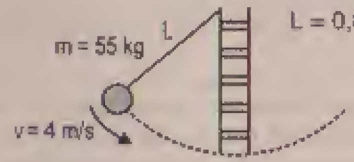
$g = 9{,}81\ m/s^2$

$$f_r = m.\frac{v^2}{R} \Rightarrow \mu_e.N = \mu_e.mg = \frac{m.v_{máx}^2}{R}$$

$$\therefore \quad v_{máx} = \sqrt{\mu_e.g(R)} = \sqrt{(0{,}6)(9{,}81)(35)} = 14{,}35\ m/s$$

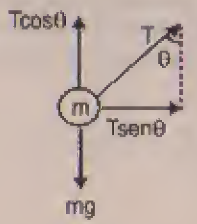
10. Una patinadora de hielo de 55 kg se mueve a 4,0 m/s cuando agarra el extremo suelto de una cuerda cuyo otro extremo está amarrado a un poste. Después se mueve en un círculo de 0,80 m de radio alrededor del poste. a) Determine la fuerza ejercida por la cuerda sobre sus brazos. b) Compare esta fuerza con su peso.

Resolución :



$L = 0{,}80$ m $\qquad g = 9{,}81$ m/s^2

Parte (a)



Sabemos que:

$$T\,\text{sen}\theta = m\,\frac{v^2}{R} \Rightarrow T\,\text{sen}\theta = Fc = \frac{55\times(4)^2}{0{,}8}$$

$$= 1\,100 \text{ N} \quad \ldots (1)$$

Además: $\qquad T\cos\theta = mg = 55\times 9{,}81 = 539{,}6$ N $\quad \ldots (2)$

$$(1)\div(2) \quad \Rightarrow \quad \tan\theta = \frac{1100}{539{,}6} = 2{,}039 \quad \therefore\ \theta = \tan^{-1}(2{,}039) = 63°\,30'$$

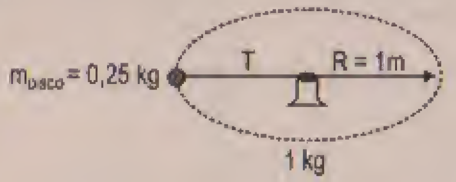
$$T = \text{Fuerza ejercida por la cuerda} = \frac{1100}{\text{sen}(63°30')} = \frac{1100\sqrt{5}}{2} = 550\sqrt{5} \approx 1\,230 \text{ N}$$

Parte (b) $\qquad$ Peso $= mg = 55(9{,}81) = 539{,}6$ N

$$T = 1\,230 \text{ N} \Rightarrow T > mg$$

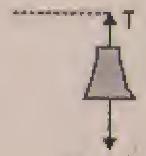
11. Un disco de aire de 0,250 kg de masa está amarrado a una cuerda y se deja que gire en un círculo de 1,00 m de radio sobre una mesa sin fricción horizontal. El otro extremo de la cuerda pasa por un agujero en el centro de la mesa y tiene una masa de 1,00 kg unida a él. La masa suspendida se mantiene en equilibrio mientras el disco gira. a) ¿Cuál es la tensión en la cuerda? b) ¿Cuál es la fuerza central que actúa sobre el disco? c) ¿Cuál es la velocidad del disco?

Resolución :11



$g = 9{,}31$ m/s^2

Parte (a)



$mg = (1\text{ kg})(9{,}81)$ $\qquad \Rightarrow \quad T = mg = 9{,}81$ N

Parte (b) $\qquad T = m_{disco}\cdot\dfrac{v^2}{R} = F_{central} = 9{,}81$ N

Parte (c) $\qquad T = 9{,}81 = (0{,}25)\,\dfrac{v^2}{(1\text{ m})}$

$$\Rightarrow \quad v^2 = \frac{9{,}81}{0{,}25} \qquad \therefore \quad v \approx 6{,}26 \text{ m/s}$$

12. La velocidad de la punta de la manecilla de los minutos en el reloj de un pueblo es $1{,}75\times10^{-3}$ m/s. a) ¿Cuál es la velocidad de la punta de la manecilla de los segundos de la misma longitud? b) ¿Cuál es la aceleración centrípeta de la punta de la manecilla de los segundos?

Resolución :

$v_{min} = 1{,}75\times10^{-3}$ m/s

Parte (a)

$v_{minutero} = 1{,}75\times10^{-3}$ m/s

$$\Rightarrow \quad v_{minutero} = \frac{2\pi.R}{T}$$

$$\therefore\ T_{min} = \frac{2\times(3{,}14)R}{1{,}75\times10^{-3}} = 3\,590 \text{ L}$$

Por otro lado:

$$T_{segundos} = \frac{2\pi R}{v_s} = \frac{2\pi R}{60.v_M} \Rightarrow \qquad v_{segundos} = 60\,.\,v_{minutos}$$

$$\therefore \quad v_{segundos} = 10{,}5\times10^{-2} \text{ m/s}$$

Parte (b)

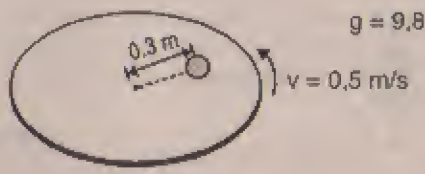
Si R = 1 m (faltan datos)

$$\Rightarrow \quad a_{centrípeta} = \frac{v_s^2}{1}\ (10{,}5\times10^{-2})^2 = 110{,}3\times10^{-4} \text{ m/s}^2$$

13. Una moneda situada a 30,0 cm del centro de una mesa giratoria horizontal que está en rotación se desliza cuando su velocidad es 50,0 cm/s. a) ¿Qué origina la fuerza central cuando la moneda está estacionaria en relación con la mesa giratoria? b) ¿Cuál es el coeficiente de fricción estático entre la moneda y la mesa giratoria?

Resolución :

$g = 9{,}81\ m/s^2$



Parte (a) $f_1 = m.\dfrac{v^2}{r} = \dfrac{m_{moneda}\cdot v^2}{0{,}3m}$ = Fuerza de fricción

Parte (b) $f_1 = \mu.N = \mu.mg = m.\dfrac{v^2}{r}$

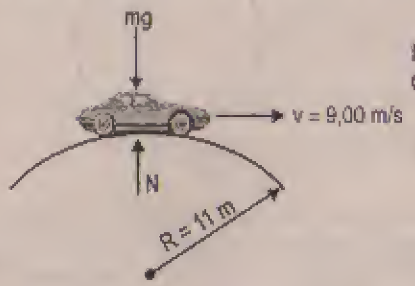
$$\Rightarrow \quad \mu = \frac{v^2}{r.g} = \frac{(0{,}5)^2}{(0{,}3)(9{,}81)} = 0{,}085$$

MOVIMIENTO CIRCULAR NO UNIFORME

14. Un carro que viaja sobre un camino recto a 9,00 m/s pasa sobre un montecillo en el camino. Éste puede considerarse como un arco de un círculo de 11,0 m de radio. a) ¿Cuál es el peso aparente de una mujer de 600 N en el carro cuando ella pasa sobre el montecillo? b) ¿Cuál debe ser la velocidad del carro sobre el montecillo si ella no tiene peso en ese momento? (Es decir, su peso aparente es cero.)

Resolución :

M × g (persona) = 600 N
Considerar: $g = 9{,}81\ m/s^2$



Parte (a)

$$mg - N = m.\frac{v^2}{R} \Rightarrow N = \text{peso aparente} = 600 - \frac{600}{(9{,}81)}\,\frac{(9)^2}{11}$$

$$\therefore \quad N = 149{,}6\ N$$

Parte (b)
Si $N = 0$

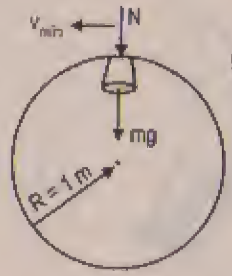
$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{g.R} = \sqrt{(9{,}81)(11)} \approx \sqrt{107{,}91}\ m/s \approx 10{,}4\ m/s$$

15. Una cubeta de agua gira en un círculo vertical de 1,00 m de radio. ¿Cuál es la velocidad mínima de la cubeta en la parte superior del círculo si no se derrama el agua?

Resolución :15

$g = 9{,}81\ m/s^2$

$$N + mg = \frac{m.v^2}{R}$$



Como V es mínima $\Rightarrow$ N = 0 Luego:

$$mg = m.\frac{v^2}{R} \Rightarrow v_{min} = \sqrt{gR}$$

$$\therefore \quad v_{min} = \sqrt{(9{,}81)(1)} = 3{,}13\ m/s$$

16. Un halcón vuela en un arco horizontal de 12,0 m de radio a una velocidad constante de 4,00 m/s. a) Encuentre su aceleración centrípeta. b) El halcón continúa volando a lo largo del mismo arco horizontal pero aumenta su velocidad a la tasa de 1,20 m/s². Encuentre la aceleración (magnitud y dirección) bajo estas condiciones.

Resolución :

Parte (a)

$$a_{centrípeta} = \frac{v^2}{R} = \frac{(4)^2}{12} = 1{,}3\ m/s^2$$

Parte (b)

Sabemos: $a_{cp} = 1{,}3\ m/s^2$

Como: $a_{tangencial} = 1{,}2\ m/s^2$

Luego: $a_{total} = \sqrt{(1{,}3)^2 + (1{,}2)^2} = 1{,}77\ m/s^2$

Entonces: Dirección: $\tan\theta = \dfrac{a_t}{a_r} = \dfrac{1{,}2}{1{,}3} = 0{,}92 \;\therefore\; \tan^{-1}(0{,}92) = \theta$

17. Un niño de 40,0 kg se mece en un columpio soportado por dos cadenas, cada una de 3,00 m de largo. Si la tensión en cada cadena en el punto más bajo es de 350 N, encuentre: a) la velocidad del niño en el punto más bajo, y b) la fuerza del asiento sobre el niño en ese mismo punto. (Ignore la masa del asiento.)

17A. Un niño de masa m se mece en un columpio soportado por dos cadenas, cada una de largo R. Si la tensión en cada cadena en el punto más bajo es T, encuentre: a) la velocidad del niño en el punto más bajo, y b) la fuerza del asiento sobre el niño en ese mismo punto. (Ignore la masa del asiento.)

Resolución :

$T = 350$ N

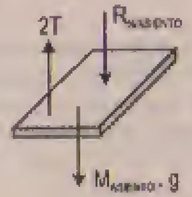
$M_{niño} = 40$ kg

$R = 3$ m

Parte (a) Por mov. circular: $2T - mg = \dfrac{mv^2}{R}$

$$\Rightarrow \quad \frac{R}{m}[2T - mg] = v^2 \quad \Rightarrow \quad v = 4{,}8 \text{ m/s}$$

Parte (b)



Dato $M_{asiento} = 0$

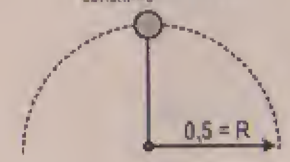
$$\Rightarrow \quad 2T - R_{N/asiento} = 0$$

$$\therefore \quad R_{normal\ del\ niño/asiento} = 700 \text{ N}$$

18. Un objeto de 0,40 kg se balancea en una trayectoria circular en una cuerda de 0.50 m de largo. Si se mantiene una velocidad constante de 4.0 m/s, ¿cuál es la tensión en la cuerda cuando el objeto está en el punto más alto del círculo?

Resolución :

$\leftarrow \quad v_{constante} = 4$ m/s



$m = 0{,}4$ kg

$g = 9{,}81$ m/s²

$$\Rightarrow \quad T + mg = \frac{m.v^2}{R} \Rightarrow T = m\left[\frac{v^2}{R} - g\right]$$

Reemplazando: $T = (0{,}4)\left[\dfrac{(4)^2}{0{,}5} - 9{,}81\right] \qquad \therefore \quad T = 8{,}88$ N

19. Un carro que viaja inicialmente hacia el este vira hacia el norte en una trayectoria circular a velocidad uniforme, como en la figura P6.19. La longitud del arco ABC

es 235 m y el carro completa la vuelta en 36,0 s. a) ¿Cuál es la aceleración cuando el carro se encuentra en B localizado a un ángulo de 35,0°? Exprese su respuesta en función de los vectores unitarios $\hat{i}$ y $\hat{j}$. Determine, b) la velocidad promedio del carro y c) su aceleración promedio durante el intervalo de 36.0 s.

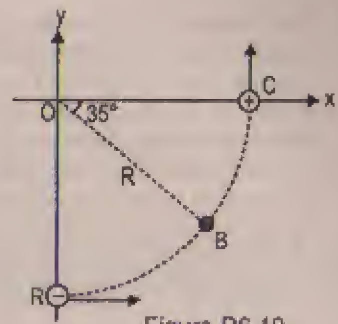


Figura P6.19

Resolución :

Considerar:

sen35° ≈ 0,568 ; $\quad \widehat{ABC} = 235$ m

cos35° ≈ 0,323 ; $\quad T = 36$ s

$g = 9{,}81$ m/s²

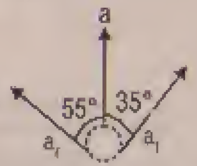
Parte (a)

$$a_{centrípeta} = \frac{v^2}{R}, \quad \text{Además: } 4(235) = 2\pi R \quad \Rightarrow \quad R = 149{,}6 \text{ m}$$

Pero: $\quad v_T = 4(\widehat{ABC}) = 4(235) \quad \Rightarrow \quad v = \dfrac{4(235)}{36} = 26{,}1$ m/s

Luego: $\quad a_{cp} = \dfrac{(26{,}1)^2}{149{,}6} \qquad \therefore \quad a_{cp} = 4{,}6$ m/s²

Por otro lado:



$\Rightarrow \quad a_{cp} = a\,\text{sen}35°$

$\Rightarrow \quad 4{,}6 = a(0{,}568)$

$\therefore \quad a_{total} = 8{,}099$ m/s²

Además: $\quad a_t = a\cos 35°$

$$\Rightarrow \quad a_t = (8{,}099)(0{,}823) \quad \therefore \quad a_t = 6{,}67 \text{ m/s}^2$$

La aceleración total es: $\quad a_{total} = 3{,}099$ m/s² $\quad$ ó

$$\vec{a}_{total} = (4{,}6\,\hat{i} - 6{,}67\,\hat{j}) \text{ m/s}^2$$

Parte (b)

Lo hallado en (a) $\qquad v_{prom} = 26{,}1$ m/s

Parte (c)

Lo hallado en (a) $\qquad |\vec{a}| = 8{,}099$ m/s²

20. Un carro de montaña rusa tiene una masa de 500 kg cuando está totalmente lleno de pasajeros (Fig. 6,20). a) Si el vehículo tiene una velocidad de 20,0 m/s en el punto A, ¿cuál es la fuerza ejercida por la pista sobre el vehículo en este punto? b) ¿Cuál es la velocidad máxima que el vehículo puede alcanzar en B y continuar sobre la pista?

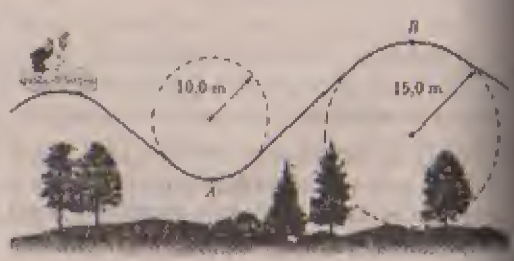


Figura P6.20

Resolución :

Parte (a) $F_{pista/v} = N \Rightarrow \quad N - mg = m.\dfrac{v_A^2}{R}$

$$\Rightarrow \quad N = 500(9{,}81) + \frac{500}{10}(20)^2 \qquad \therefore \quad N = 24\ 905\ N$$

Parte (b)

$$mg - N = \frac{m}{R}v_B^2$$

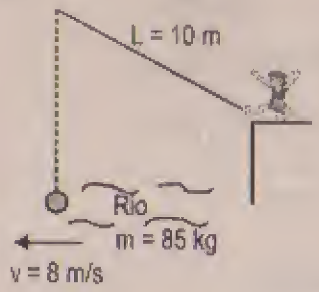
Como el vehículo continúa $\Rightarrow$ $N = 0$ y por lo tanto v_B es máxima

Luego $\quad mg = \dfrac{m.v_B^2}{R} \qquad \therefore \quad v_{B\,máx} = \sqrt{gR} = \sqrt{(9{,}81)(15)}$

$$\therefore \quad v_{B\,máx} = 12{,}13\ m/s$$

21. Tarzán (m = 85,0 kg) trata de cruzar un río balanceándose en una liana. La liana tiene 10,0 m de largo y su velocidad en la parte baja del movimiento (cuando Tarzán apenas libra el agua) es de 8,00 m/s. Tarzán no sabe que la resistencia a la ruptura de la liana es de 1 000 N. ¿Cruzará con seguridad el río?

Resolución :



Por mov. circular

$$\Rightarrow \quad T - mg = \frac{m.v^2}{R} \Rightarrow \quad T = (85)(9{,}81) + \frac{85}{10}(8)^2$$

$$\therefore \quad T = 1\ 377{,}9\ N$$

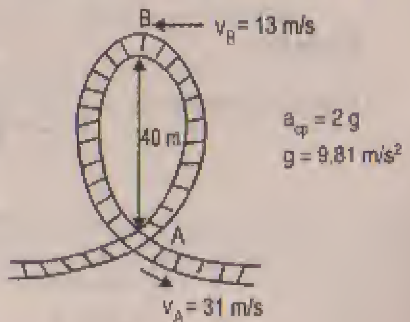
como 1 377,9 > 1 000 N (que es la máxima fuerza que puede soportar la cuerda)

Por consiguiente tarzán no cruzará el río $\quad \therefore$ caerá

22. En el parque de diversiones en Six Flags Great America en Gurnee, Illinois, hay una montaña rusa que incorpora algo de lo último en tecnología de diseño y un poco de física básica. Cada giro vertical, en lugar de ser circular, tiene la forma de una gota de agua (Fig. P6.22). Los carros se mueven sobre el interior del rizo en la parte superior, y las velocidades son lo suficientemente altas para asegurar que se mantengan sobre la pista. El rizo más grande tiene 40,0 m de altura, con una velocidad máxima de 31,0 m/s (casi 70 mph) en la parte inferior. Suponga que la velocidad en el punto superior es 13,0 m/s y que la aceleración centrípeta correspondiente es 2 g. a) ¿Cuál es el radio del arco de la gota de agua en el punto más alto? b) Si la masa total de los carros más la gente es M, ¿qué fuerza debe ejercer el riel sobre ella en el punto más alto? c) Suponga que la montaña rusa tiene un rizo de 20,0 m de radio. Si los carros tienen la misma velocidad, 13,0 m/s en el punto más alto, ¿cuál es la aceleración centrípeta en ese mismo punto? Comente acerca de la fuerza normal en el punto más alto en estas condiciones.

Figura P6.22 (Frank Cezus/FPG International)

Resolución :



Parte (a)

Aceleración centrípeta $= \dfrac{v_B^2}{R} = 2\,g$

$$\Rightarrow \quad R = \frac{v_B^2}{2g} = \frac{(13)^2}{2(9{,}81)} = 8{,}614\ m$$

Parte (b)

$$Mg - N = M.\frac{v_B^2}{R}$$

$$\Rightarrow \quad Mg - M\frac{v_B^2}{R} = N$$

$$\therefore \quad N = Mg - 2Mg = -Mg$$

Parte (c) $a_{centrípeta} = \dfrac{v_B^2}{R} = \dfrac{(13)^2}{20} = 8{,}45\ m/s^2$

La fuerza normal en el punto más alto es negativa porque apunta en contra de la aceleración centrípeta que señala en todo momento al centro de la montaña rusa.

MOVIMIENTO EN MARCOS ACELERADOS

23. Un carrusel completa una revolución en 12,0 s. Si un niño de 45,0 kg está sentado sobre el piso horizontal del carrusel a 3,00 m del centro, encuentre a) la aceleración del niño y b) la fuerza horizontal de fricción que actúa sobre él. c) ¿Qué coeficiente mínimo de fricción estático es necesario para evitar que el niño se deslice?

Resolución:

Considerar:

$g = 9{,}81\ m/s^2$

$T = 12\ s$

$M_{niño} = 45\ kg$

Parte (a)

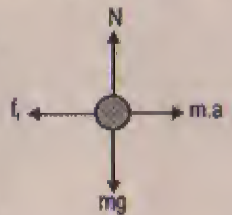
Marco referencial: $v_{niño} \times T = 2\pi(3)$

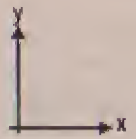
$$\Rightarrow\quad v_{niño} = \frac{6\pi}{12} \qquad \therefore\quad v_{niño} = 1{,}57\ m/s$$

Luego: $a_{niño} = a_{centrípeta} = \dfrac{v^2}{r} = \dfrac{(1{,}57)^2}{3} = 0{,}822\ m/s^2$

Parte (b)

Marco no inercial:





$$\Sigma F_y = 0 \quad\Rightarrow\quad N - mg = 0 \qquad \therefore\quad N = mg = (45)(9{,}81) = 441{,}45\ N$$

$$\Sigma F_x = 0 \quad\Rightarrow\quad f_r - ma = 0 \qquad \Rightarrow\quad f_r = m(a)$$

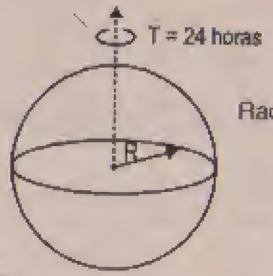
$$\therefore\quad f_r = (45)(0{,}822) = 37\ N$$

Parte (c) $f_{re} = \mu_e.N \quad\Rightarrow\quad 37 = \mu_e\,(441{,}45)$

$$\therefore\quad \mu_e = \frac{37}{441{,}45} \approx 0{,}084$$

24. La Tierra gira alrededor de su eje en un período de 24 h. Imagine que la velocidad rotacional puede incrementarse. Si un objeto en el ecuador va a tener peso aparente igual a cero, a) ¿cuál debe ser el nuevo periodo? b) ¿En qué factor se incrementaría la velocidad del objeto cuando el planeta esté girando a la velocidad más alta? (Sugerencia: Vea el problema 39 y advierta que el peso aparente del objeto se vuelve cero cuando la fuerza normal ejercida sobre él es cero. También, que la distancia recorrida durante un periodo de rotación es $2\pi R$, donde R es el radio de la Tierra.)

Resolución:



Radio medio de la Tierra = $6{,}4 \times 10^6$ m

Parte (a)

$$\Rightarrow\quad \Sigma F_R = \frac{m.v^2}{R} \quad\Rightarrow\quad mg = \frac{m.v^2}{R}$$

$$\Rightarrow\quad v = \sqrt{gR} = \frac{2\pi.R}{T}$$

$$\Rightarrow\quad T = \frac{2\pi R}{\sqrt{g.R}} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} = 2\times 3{,}1416\sqrt{\frac{6{,}4\times 10^6}{9{,}81}} \approx 5{,}1\times 10^3\ s$$

Parte (b)

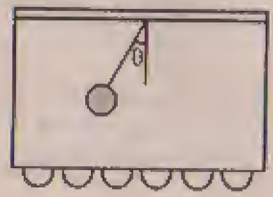
Sabemos que $V_{objeto} = \sqrt{(9{,}81)(6{,}4\times 10^6)} = 7{,}92 \times 103\ m/s = 7\,920\ m/s$

$$v_{planeta} = \frac{2\pi.R}{T} \quad\Rightarrow\quad v_{planeta} = \frac{2\times(3{,}1416)\times 6{,}4\times 10^6}{24\times 3\,600} = 500\ m/s$$

Se incrementará en un factor de 16.

25. Un objeto de 0,500 kg está suspendido del techo de un vagón acelerado, como muestra la figura 6.11. Si $a = 3{,}00\ m/s^2$, encuentre, a) el ángulo que la cuerda forma con la vertical y b) la tensión de la cuerda.

Resolución:

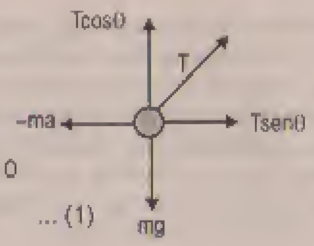


$\rightarrow$ $a = 3{,}00\ m/s^2$ Considerar:

$m = 0{,}500\ kg$ $g = 9{,}81\ m/s^2$

Parte (a)

Marco no inercial
(observador dentro)



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T\cos\theta - mg = 0$

$\therefore \quad T\cos\theta = mg \quad \ldots (1)$

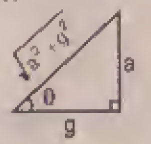
$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T\operatorname{sen}\theta - ma = 0$

$\therefore \quad T\operatorname{sen}\theta = m(a) \quad \ldots (2)$

$(2) \div (1) \qquad \tan\theta = \dfrac{a}{g} = \dfrac{3}{9{,}81} = 0{,}306 \quad \Rightarrow \quad \theta = \text{arc tan } (0{,}306)$

Parte (b) Sabemos que: $T = \dfrac{mg}{\cos\theta}$

Pero: $\tan\theta$:



$\Rightarrow \quad \cos\theta = \dfrac{g}{\sqrt{a^2+g^2}}$

Reemplazando: $T = \dfrac{mg}{\dfrac{g}{\sqrt{a^2+g^2}}} \Rightarrow T = m\,.\,\sqrt{a^2+g^2} = (0{,}5)\left[\sqrt{(9)^2+(9{,}81)^2}\right]$

$\therefore \quad T = 5{,}13\text{ N}$

26. Una masa de 5,00 kg unida a una balanza de resorte descansa sobre una superficie horizontal sin fricción, como en la figura P6.26. La balanza de resorte, unida al lado frontal del vagón, registra 18,0 N cuando el vagón está en movimiento. a) Si la balanza de resorte marca cero cuando el vagón está en reposo, determine la aceleración del vagón mientras está en movimiento. b) ¿Cuál será la lectura de la balana de resorte si el vagón se mueve con velocidad constante? c) Describa las fuerzas sobre la masa según las observa alguien ubicado en el vagón y por alguien en reposo fuera de éste.

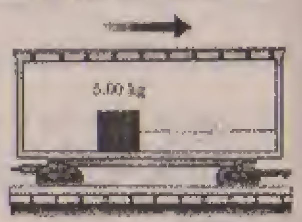


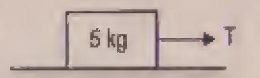
Figura P6.26

Resolución :

$T = 18\text{ N}$

Parte (a)

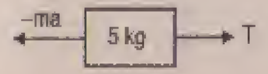
Marco inercial: (observador fuera)



$\Sigma F_x = M.a \Rightarrow T = M.a$

$\Rightarrow 18 = 5a \quad \therefore \quad a_{vagón} = 3{,}6\text{ m/s}^2$

Parte (b)
Marco no inercial (observador dentro)

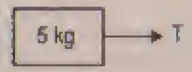


$\Sigma F_x = 0$

$\Rightarrow T - m(a) = 0 \qquad v = \text{cte}$

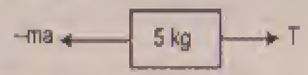
$\Rightarrow T = 0$

Parte (c)
Marco inercial:



(observador fuera)

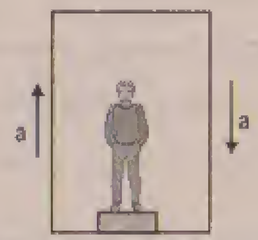
Marco no inercial:



(observador dentro)

27. Una persona está sobre una balanza en un elevador. Las lecturas máxima y mínima de la balanza son 591 N y 391 N, respectivamente. Suponga que la magnitud de la aceleración es la misma cuando arranca y cuando se detiene, especifique: a) el peso de la persona, b) la masa de la persona, y c) la aceleración del elevador.

Resolución :



Lectura máxima = 591

Lectura mínima = 391

Considerar: $g = 9{,}81\text{ m/s}^2$

Parte (a)
Marco referencial inercial (observador fuera)
Cuando la lectura es mínima el ascensor está en reposo entonces:

$N - mg = 0$

$\Rightarrow 391 = M(9{,}81)$

$\therefore \quad M = 39{,}86\text{ kg}$

$\Rightarrow$ Peso de la persona = lectura mínima = 391 N

Parte (b)
Lo hallado en (a) $\qquad M_{persona} = 39{,}86\text{ kg}$

Parte (c)
Marco referencial inercial
(observador fuera)

La lectura de la balanza será máxima
cuando el ascensor suba, en consecuencia:

$$N - mg = m(a)$$

$$\Rightarrow \quad N = m(g + a)$$

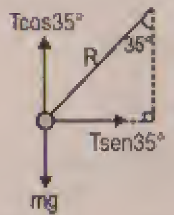
$$\Rightarrow \quad 591 = 39{,}86\,[9{,}81 + a] \qquad \therefore\ a = 5{,}02\ \text{m/s}^2$$

28. Una plomada no cuelga exactamente a lo largo de una línea dirigida al centro de la rotación de la Tierra. ¿Cuánto se desvía la plomada de la línea radial a 35° latitud norte? Suponga que la Tierra es esférica.

Resolución :

$R_{Tierra} = 6{,}4 \times 10^6$ m

$\text{sen}35° \approx 0{,}568$



Por proporcionalidad:

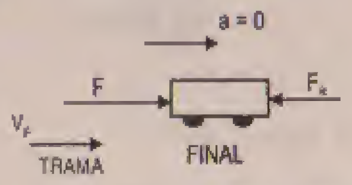
Rsen35° = distancia al eje de rotación

$$\Rightarrow \quad d = (6{,}4 \times 10^6)(0{,}568) = 3{,}64 \times 10^6\ \text{m}$$

MOVIMIENTO EN PRESENCIA DE FUERZAS RESISTIVAS

29. Suponga que la fuerza resistiva ejercida sobre un patinador de velocidad es $f_R = -kmv^2$, donde k es una constante y m es la masa del patinador. Muestre que, después de terminar la carrera, la velocidad del patinador como función del tiempo es $v(t) = v_f/(1 + ktv_f)$ donde v_f es la velocidad al cruzar la meta.

Resolución :



$F_R = -kmv^2$

$$F - F_R = 0 \Rightarrow \quad m.a = kmv^2 \quad \text{(tramo final)}$$

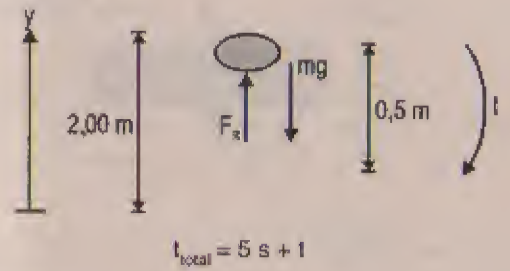
$$\Rightarrow \quad m \cdot \frac{dv}{dt} = k.m.v^2 \qquad \Rightarrow \quad \frac{1}{v^2} \cdot dv = k.dt$$

$$\Rightarrow \quad \int_{v_f}^{t} \frac{1}{v^2}.dv = \int_{t_f}^{t} k\,dt \qquad \Rightarrow \quad \frac{1}{v}\Bigg|_{v_f}^{t} = kt\Bigg|_0^t$$

$$\Rightarrow \quad v^{-1}(t) - v_f^{-1} = kt \qquad \therefore\ v(t) = \frac{v_f}{1 + kt\,v_f}$$

30. Un pedazo pequeño de material de empaque de estirofoam se deja caer desde una altura de 2,00 m sobre el suelo. Hasta que se alcanza la velocidad terminal, la aceleración está dada por a = g – cv. Después de caer 0,500 m, alcanza su velocidad terminal, y el estirofoam tarda 5,00 s adicionales para llegar al suelo. a) ¿Cuál es el valor de la constante c? b) ¿Cuál es la aceleración en t = 0? c) ¿Cuál es la aceleración cuando la velocidad es 0,150 m/s?

Resolución :



Dato:
$a = g - cv$

Considerar: $g = 9{,}81$ m/s²

Parte (a)

Cuando: El material recorre 0,5 m el material alcanza su velocidad terminal (vt) entonces:

$$a = 0 \quad \Rightarrow \quad a = g - cv \quad \Rightarrow \quad \frac{g}{c} = vt$$

Pero: $\quad vt = \dfrac{dy}{dt} = \dfrac{g}{c}$

Integrando $\quad \displaystyle\int_{0,5}^{2,00} dy = \left(\frac{g}{c}\right)\int_{t}^{(t+5)} dt$

$$\Rightarrow \quad 2{,}00 - 0{,}5 = \frac{g}{c}(t + 5) - \frac{g}{c}(t)$$

$$1{,}5 = \frac{g}{c}(5\ \text{s}) \qquad \Rightarrow \quad c = \frac{(9{,}81)(5)}{1{,}5}$$

$$\therefore \quad c = 32{,}7\ \text{s}$$

Parte (b)

$t = 0 \qquad a = g - cv(0) = g = 9{,}81\ m/s^2$

Parte (c)

Sabemos que: Si $v = 0{,}150$ m/s

$a = g - c.v \quad \Rightarrow \quad a = (9{,}81) - (32{,}7)(0{,}15)$

$\therefore \quad a = 4{,}9\ m/s^2$

31. Un bote de motor apaga su máquina cuando su velocidad es 10,0 m/s y navega hasta detenerse. La ecuación que gobierna el movimiento del bote durante este período es $v = v_o e^{-ct}$, donde v es la velocidad en el tiempo t, v_o es la velocidad inicial, y c es una constante. En t = 20,0 s la velocidad es 5,00 m/s. a) Encuentre la constante c. b) ¿Cuál es la velocidad en t = 40,0 s? c) Diferencie la expresión para v(t) y muestre de esa manera que la aceleración del bote es proporcional a la velocidad en cualquier tiempo.

Resolución :

Parte (a)

$\Rightarrow \quad v(20\ s) = 5{,}00\ m/s = 10.e^{-20c}$

$\Rightarrow \quad (0{,}5) = e^{-20c}$ $\qquad v(t) = v_o.e^{-ct}$

$\Rightarrow \quad \ln(0{,}5) = -20c \qquad \therefore \quad c = -\dfrac{\ln(0{,}5)}{20}$

Parte (b)

$v(40{,}0\ s) = ?$

Sabemos que: $v(40\ s) = 10\ .\ e^{-40\left(-\frac{\ln(0{,}5)}{20}\right)}$

$\Rightarrow \quad v(40\ s) = 10\ .\ \exp\ [\ln\ (0{,}5)^2]$

$\therefore \quad v(40\ s) = 2{,}5\ m/s$

Parte (c)

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\,(v_o e^{-ct}) \Rightarrow \quad a = \frac{d}{dt}\,(v_o)e^{-ct} + v_o\frac{d}{dt}(e^{-ct})$$

$$\therefore \quad a = -cv_o e^{-ct}$$

32. Un helicóptero contra incendios transporta un recipiente de 620 kg en el extremo de un cable de 20,0 m de largo, como en la figura P6.32. Cuando el helicóptero vuela hacia un incendio a una velocidad constante de 40,0 m/s, el cable forma un ángulo

de 40,0° respecto de la vertical. El recipiente presenta un área de sección transversal de 3,80 m² en un plano perpendicular al aire que pasa por él. Determine el coeficiente de arrastre pero suponga que la fuerza resistiva es proporcional al cuadrado de la velocidad del recipiente.

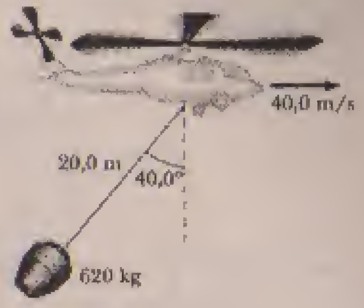


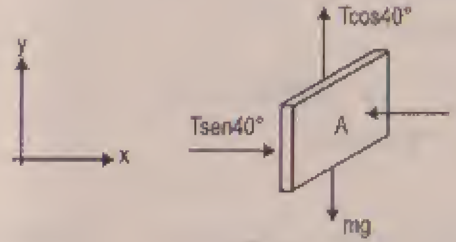
Figura P6.32

Resolución :

Considerar: $g = 9{,}81\ m/s^2 \qquad sen40° = 0{,}646$

$\cos40° = 0{,}763 \qquad \rho_{aire} = 0{,}0012 \times 10^3\ kg/m^3$

$D = ?$



$F_R = \dfrac{1}{2}\ D.A.\ \rho\ V^2 \qquad A = 3{,}80\ m^2$

$\Sigma F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad Tsen40 = \dfrac{1}{2} D.A.\rho.V^2 \quad ...\ (1)$

$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad T\cos40 = mg$

$\Rightarrow \quad T(0{,}763) = (620)(9{,}81) \qquad \therefore \quad T = 7\,971{,}43\ N$

Luego en (1): $(7\,971{,}43)(0{,}646) = \dfrac{1}{2}(3{,}80)D(0{,}0012 \times 10^3\ kg/m^3)(40)^2$

Entonces: $$D = \frac{2(7\,971{,}43)(0{,}646)}{(3{,}80)(40)^2\left(0{,}0012 \times 10^3\right)}$$

$\therefore \quad D = \text{coeficiente de arrastre} \approx 1{,}412$

33. Una pequeña cuenta esférica de 3,00 g de masa se suelta desde el reposo en t = 0 en una botella de champú. Se observa que la velocidad terminal es de 2,00 cm/s. Determine: a) el valor de la constante b en la ecuación 6,4, b) el tiempo, τ, necesario para alcanzar 0,630 v_t, y c) el valor de la fuerza resistiva cuando la cuenta alcanza la velocidad terminal.

Resolución :

$t = 0$

$m_{esfera} = 3 \times 10^{-3}$ kg

$g = 9,81$ m/s^2

$vt = 2 \times 10^{-2}\ \dfrac{m}{s}$

Parte (a) $\quad b = \dfrac{mg}{vt} = \dfrac{(3\times10^{-3})(9{,}81)}{2\times10^{-2}} = 1{,}47$ kg/s

Parte (b) $\quad$ Tiempo $= \tau = \dfrac{m}{b} = \dfrac{3\times10^{-3}}{1{,}47} = 0{,}002 = 2 \times 10^{-3}$ s

Nos piden: $\quad 0{,}630\, v_t t = v_t t\,(1 - e^{-t/\tau})$

$\Rightarrow \quad 1 - e^{-t/\tau} = 0{,}630$

$\Rightarrow \quad 0{,}370 = e^{-t/\tau} \quad \Rightarrow \quad \ln(0{,}370) = -\dfrac{t}{\tau}$

$\therefore \quad \tau = -(2 \times 10^{-3})[\ln(0{,}370)]$

Parte (c)

$F_R = -b\, vt$

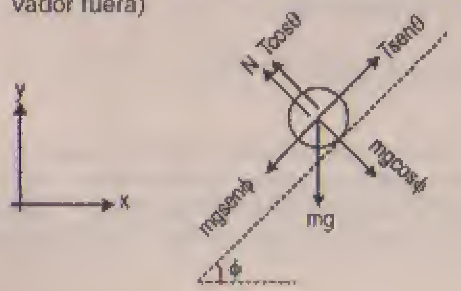
$\Rightarrow \quad F_R = (-1{,}47)(2 \times 10)^{-2} = -0{,}0294$ N

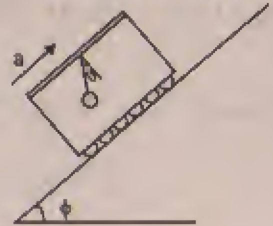
PROBLEMAS ADICIONALES

34. Suponga que el vagón de la figura 6.11 se mueve con aceleración constante a al ascender por una colina que forma un ángulo ϕ con la horizontal. Si la plomada forma un ángulo θ, con la perpendicular al techo, ¿cuál es el valor de a?

Resolución :

Diagrama de cuerpo libre de la plomada en un marco referencial inercial (observador fuera)





N = 0

$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N + T\cos\theta = mg\cos\phi$

$\Rightarrow \quad T\cos\theta = mg\cos\phi \qquad \therefore \quad T = \dfrac{mg\cos\phi}{\cos\theta}$

$\Sigma F_x = m.a$

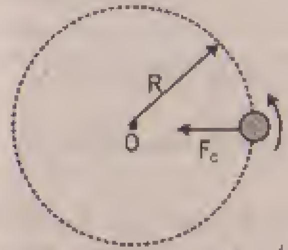
$\Rightarrow \quad T\text{sen}\theta - mg\text{sen}\phi = ma$

$\Rightarrow \quad mg\,\dfrac{\cos\phi}{\cos\theta}\,.\,\text{sen}\theta - mg\text{sen}\phi = m.a$

$\Rightarrow \quad g(\tan\theta\,.\,\cos\phi - \text{sen}\phi) = a$

35. En el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno, la velocidad del electrón es aproximadamente $2{,}2 \times 10^6$ m/s. Encuentre: a) la fuerza central que actúa sobre el electrón cuando éste gira en una órbita circular de radio $0{,}53 \times 10^{-10}$ m, y b) la aceleración centrípeta del electrón.

Resolución :



$R = 0{,}53 \times 10^{-10}$ m

$m_{e^-} = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg

$v_{e^-} = 2{,}2 \times 10^6$ m/s

Parte (a) $\quad F_c = m\,.\,\dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(9{,}1\times10^{-31}\text{kg})\,(2{,}2\times10^6)^2}{(0{,}53)\times10^{-10}}$

$\therefore \quad F_c = 83{,}10 \times 10^{-9}$ N

Parte (b) $\quad a_{cp} = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(2{,}2\times10^6)^2}{0{,}53\times10^{-10}}$

$\therefore \quad a_{cp} = 9{,}13 \times 10^{22}$ m/s^2

36. Un objeto de 9,00 kg que parte del reposo se mueve por un medio viscoso y experimenta una fuerza resistiva $R = -bv$, donde v es la velocidad del objeto. Si ésta alcanza la mitad de la velocidad terminal en 5,54 s, a) determine la velocidad terminal. b) ¿En qué tiempo la velocidad del objeto es igual a 3/4 de la velocidad terminal? c) ¿Qué distancia recorre el objeto en los primeros 5,54 s de movimiento?

Resolución :

$\vec{v_o} = 0$

m = 9,00 kg

$\leftarrow \quad R = -bv$

Dato: En $t = 5{,}54$ s $v = \dfrac{1}{2}v_T$

Parte (a)

$$F - bv = m.a \quad \Rightarrow \quad mg - bv = ma$$

La velocidad terminal tendrá un valor cuando $a = 0$

$$\Rightarrow \quad mg - bv = 0 \quad \Rightarrow \quad m.g = b.v_T \qquad \dots (1)$$

Por otro lado: $$mg - bv = m.\frac{dv}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{mg}{b}\left(1 - e^{-bt/m}\right) = v_T\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$\frac{v_T}{2} = v_o + g(t) = 0 + (9{,}81)(5{,}54) \qquad \therefore\ V_{terminal} = 108{,}7 \text{ m/s}$$

Parte (b) $$v_T = \frac{mg}{b} \quad \Rightarrow \quad b = \frac{9 \times 9{,}81}{108{,}7} = 0{,}81 \text{ kg/s}$$

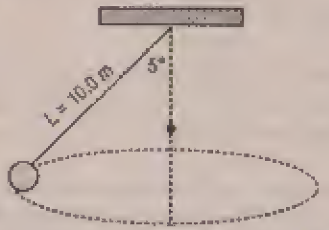
$$\tau = \frac{m}{b} = \frac{9}{0{,}81} = 11{,}1 \text{ s}$$

$$(0{,}75)vt = vt(1 - e^{-t/11{,}1}) \quad \Rightarrow \quad t = -\ln(0{,}25) \times 11{,}1$$

Parte (c) $$y(t) = y(5{,}54) = \frac{1}{2}(9{,}81)(5{,}54)^2 \qquad \therefore\ y(5{,}54) = 150{,}5 \text{ m}$$

37. Considere un péndulo cónico con una plomada de 80,0 kg en un alambre de 10,0 m formando un ángulo de 5,00° con la vertical (Fig. 6.3). Determine, a) las componentes horizontal y vertical de la fuerza ejercida por el alambre sobre el péndulo y b) la aceleración radial de la plomada.

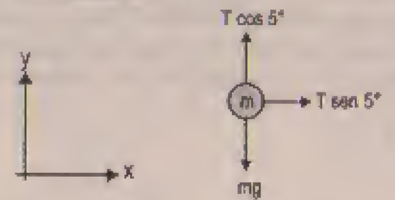
Resolución:



m = 80 kg

Considerar:
$g = 9{,}81$ m/s^2
$\text{sen}5° \approx 0{,}0805$
$\cos 5° \approx 0{,}997$

Parte (a)



$$T\cos 5° = mg \quad \Rightarrow \quad T\cos 5° = (80)(9{,}81) = 784{,}8 \text{ N}$$

Como $$T\cos 5° = 784{,}8 \quad \Rightarrow \quad T = \frac{784{,}8}{0{,}997} \approx 787{,}16 \text{ N}$$

Luego: $T\text{sen}5° = (787{,}16)(0{,}0805) \approx 63{,}37$ N

En consecuencia: $F_x = 63{,}37$ N ; $F_y = 784{,}8$ N

Parte (b) $$T\text{sen}5° = m.a_{cp} \quad \Rightarrow \quad a_{centrípeta} = \frac{T\text{sen}5°}{m} = \frac{63{,}37}{80}$$

$$\therefore\ a_{cp} = 0{,}79 \text{ m/s}^2$$

38. Un disco de aire de 0,25 kg de masa se amarra a una cuerda y se deja que gire en un círculo de 1,0 m de radio sobre una mesa horizontal sin fricción. El otro extremo de la cuerda pasa por un agujero en el centro de la mesa, y a él está unida una masa de 1,0 kg (Fig. P6.38). La masa suspendida permanece en equilibrio mientras el disco gira sobre la mesa. ¿Cuáles son: a) la tensión en la cuerda, b) la fuerza central ejercida sobre el disco y c) la velocidad del disco?

38A. Un disco de aire de masa m, se amarra a una cuerda y se deja que gire en un círculo de radio R sobre una mesa horizontal sin fricción. El otro extremo de la cuerda pasa por un agujero en el centro de la mesa, y a él está unida una masa m_2 (Fig. P6.38). La masa suspendida permanece en equilibrio mientras el disco gira sobre la mesa. ¿Cuál es a) la tensión en la cuerda, b) la fuerza central ejercida sobre el disco, y c) la velocidad del disco?

Figura P6.38

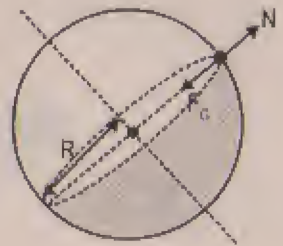
Resolución:

Nota:
El problema 38 se repite con el problema # 11 de este mismo capítulo.

39. Debido a que la Tierra gira en torno a su eje, un punto sobre el ecuador experimenta una aceleración centrípeta de 0,0340 m/s^2, en tanto que un punto en los polos no experimenta aceleración centrípeta. a) Demuestre que en el ecuador la fuerza gravitacional sobre un objeto (el verdadero peso) debe exceder al peso aparente del objeto. b) ¿Cuál es el peso aparente en el ecuador y en los polos de una persona que tiene una masa de 75,0 kg? (Suponga que la Tierra es una esfera uniforme y considere g = 9,800 N/kg.)

Resolución:

$g = 9{,}81$ m/s^2



$G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N.m^2/kg^2
Mtierra $= 6 \times 10^{24}$ kg
Radio medio de la tierra $=$
$6{,}4 \times 10^6$ m
$a_{cp} = 0{,}0340$ m/s^2

Parte (a)

Sabemos que: $F_G = \dfrac{M.m.G}{R^2} = \dfrac{6\times10^{24}\times(6{,}67\times10^{-11})}{(6{,}4\times10^{6})^2}\,.\,m = 9{,}8\ m$

Por otro lado: $F_G - N = m\,.\,a_{cp} = 0{,}0340\ m$

$\Rightarrow\quad mg - m.a_{cp} = N \qquad \therefore \qquad N = 9{,}776\ m$

$\therefore\quad F_G > N$ en: 0,029

Parte (b)

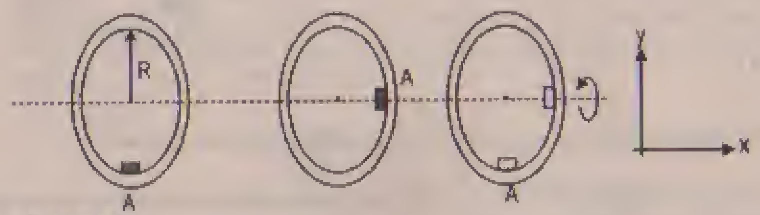
En el ecuador: peso aparente = N = 9,776 (75) = 733,2 N

En los polos: peso aparente = peso = 75 × (9,81) = 735,75 N

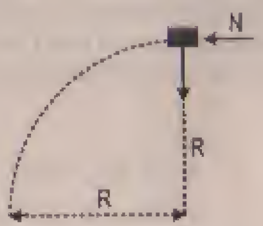
40. Un pedazo de masilla se coloca en el punto A sobre el aro de una rueda que gira alrededor de un eje horizontal. La masilla se desprende del punto A cuando el diámetro a través de A es horizontal. Después se eleva verticalmente y regresa a A en el instante en que la rueda termina una revolución. a) Encuentre la velocidad de un punto sobre el aro de la rueda en función de la aceleración de caída libre y del radio R de la rueda. b) Si la masa de la masilla es m, ¿cuál es la magnitud de la fuerza que la mantiene en la rueda?

Resolución :

INICIALMENTE FINALMENTE



Parte (a)



$y(t) = \dfrac{1}{2}gt^2$

$R = v.t \quad\Rightarrow\quad t = \dfrac{v}{R}$

$\Rightarrow\quad R = \dfrac{1}{2}g\left(\dfrac{R}{v}\right)^2 \quad\therefore\quad v = \sqrt{\dfrac{gR}{2}}$

Parte (b)

$\Sigma F_R = m.a_{cp}$

$F_c = N - mg \quad\Rightarrow\quad F_c = \dfrac{m}{R}\cdot\dfrac{gR}{2} = \dfrac{mg}{2}$

41. Una cuerda bajo una tensión de 50,0 N se usa para hacer girar una roca en un círculo horizontal de 2,50 m de radio a una velocidad de 20,4 m/s. La cuerda se jala hacia adentro y la velocidad de la roca aumenta. Cuando la cuerda tiene 1,00 m de longitud y la velocidad de la roca es de 51,0 m/s, la cuerda se revienta. ¿Cuál es la resistencia a la ruptura (en newtons) de la cuerda?

Resolución :

Inicialmente:

R = 2,5 m

T = 50 N

$v_A = 20{,}4$ m/s

Tenemos que: $T = \dfrac{mv_A^2}{R} \quad\Rightarrow\quad \text{Masa} = \dfrac{T.R}{v_A^2} = \dfrac{50\times(2{,}5)}{(20{,}4)^2}$

$\therefore\quad$ Masa = 0,3 kg

Finalmente:

$v_B = 51$ m/s

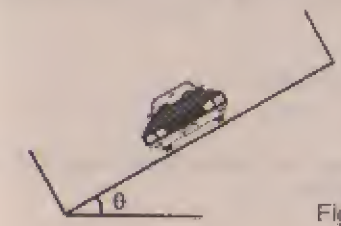
r = 1,0 m

T = ?

$T = m\,.\,\dfrac{v_B^2}{R} \quad\Rightarrow\quad T = \dfrac{(0.3)(51)^2}{1}$

$\therefore\quad T = 781{,}25$ N

42. La figura 6.5 muestra un carro que recorre una curva peraltada. El radio de curvatura del camino es R, el ángulo de peralte es θ y el coeficiente de fricción estático es μ. a) Determine el intervalo de velocidades que el carro puede alcanzar sin deslizarse hacia arriba o hacia abajo del camino. b) Determine el valor mínimo para μ de modo que la velocidad mínima sea cero. c) ¿Cuál es el intervalo de velocidades posible si R = 100 m, θ = 10° y μ = 0,10 (condiciones resbalosas)?



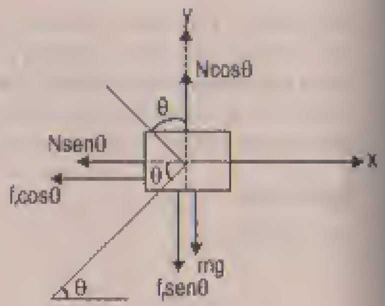
Dato: Radio = R
μ_s : coeficiente de fricción
g: aceleracion de la gravedad

Figura 6.5

Resolución :

Parte (a)

Si el auto no desliza hacia arriba entonces la f_r estará a favor de la normal, esto quiere decir: «tendrá una velocidad máxima»



$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N\cos\theta = mg + f_r\,\text{sen}\theta = mg + \mu_e . N\text{sen}\theta$$

$$\therefore \quad N = \frac{mg}{\cos\theta - \mu_e \text{sen}\theta}$$

$$\Sigma F_x = \frac{m}{R} . v^2_{máx} \quad \Rightarrow \quad N\text{sen}\theta + f_r\cos\theta = \frac{m}{R} v^2_{máx}$$

Entonces: $\mu_e \cos\theta \left[\dfrac{mg}{\cos\theta - \mu_e \text{ sen}\theta}\right] + \left[\dfrac{mg}{\cos\theta - \mu_e \text{ sen}\theta}\right] \text{sen}\theta = \dfrac{m}{R} v^2_{máx}$

$$\therefore \quad v_{máx} = \sqrt{\frac{gR(\mu_e \cos\theta + \text{sen}\theta)}{\cos\theta - \mu_e \text{sen}\theta}}$$

Ahora para que el auto no deslice hacia abajo la fuerza de fricción estará en contra de la normal, esto significa que la «velocidad será mínima».

Entonces: $\Sigma F(x) = \dfrac{m}{R} \cdot v^2_{mín} \Rightarrow N\text{sen}\theta - f_r \cos\theta = \dfrac{m}{R} \cdot v^2_{mín}$

$$\Rightarrow \quad N\text{sen}\theta - \mu_e . N\cos\theta = \frac{m}{R} \cdot v^2_{mín} \qquad \dots (1)$$

Además: $\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N\cos\theta + f_r\,\text{sen}\theta = mg$

$$\Rightarrow \quad N\cos\theta + \mu_e \text{ N}\text{sen}\theta = mg \qquad \therefore N = \frac{mg}{\cos\theta + \mu_e \text{ sen}\theta}$$

Luego: $\left[\dfrac{mg}{\cos\theta - \mu_e \text{ sen}\theta}\right]\text{sen}\theta - \left[\dfrac{mg}{\cos\theta - \mu_e \text{ sen}\theta}\right]\mu_e \cos\theta = \dfrac{m}{R} v^2_{mín}$

$$\therefore \quad V_{mín} = \sqrt{\frac{gR(\text{sen}\theta - \mu_e \cos\theta)}{\cos\theta - \mu_e \text{sen}\theta}}$$

En consecuencia para evitar que el bloque se deslice tanto para arriba como para abajo, el intervalo de variación de la velocidad será:

$$\sqrt{\frac{gR(\text{sen}\theta - \mu_e \cos\theta)}{\cos\theta + \mu_e \text{sen}\theta}} < v < \sqrt{\frac{gR(\mu_e \cos\theta + \text{sen}\theta)}{\cos\theta - \mu_e \text{sen}\theta}}$$

Parte (b) $v_{mínima} = 0$

$$\Rightarrow \quad gR\text{ sen}\theta - 0R\,\mu_e \cos\theta = 0 \qquad \therefore \qquad \mu_e = \tan\theta$$

En consecuencia: $\mu_e = \tan\theta$

Parte (c) $R = 100$ m $\quad \theta = 10° \quad \mu = 0{,}10 \qquad$ sen 10° ≈ 0,160; cos 10° ≈ 0,988

$$\Rightarrow \quad v_{mínimo} = \sqrt{\frac{(9{,}81)(100)[0{,}160 - (0{,}1)(0{,}988)]}{0{,}988 + (0{,}1)(0{,}160)}} = 7{,}733 \text{ m/s}$$

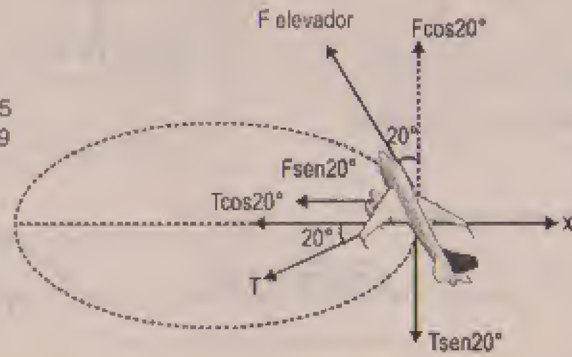
$$v_{máximo} = \sqrt{\frac{(9{,}81)(100)[(0{,}1)(0{,}988) + 0{,}160]}{0{,}988 - (0{,}1)(0{,}160)}} = 16{,}16 \text{ m/s}$$

43. Un avión a escala de 0,75 kg de masa vuela en un círculo horizontal en el extremo de un alambre de control de 60 m, con una velocidad de 35 m/s. Calcule la tensión en el alambre si éste forma un ángulo constante de 20° con la horizontal. Las fuerzas ejercidas sobre el avión son la tensión hacia el centro del alambre de control, su propio peso y la sustentación aerodinámica, la cual actúa en 20° hacia adentro desde la vertical, como se muestra en la figura P6.43.

Figura P6.43

Resolución :

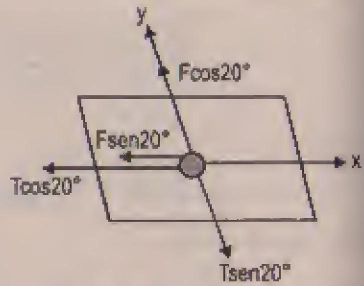
sen20° = 0,345
cos20° = 0,939



Considerar:
$g = 9{,}81$ m/s²

Datos: Masa del avión = 0,75 kg
Velocidad del avión = 35 m/s
Longitud del alambre = 60 m

Según el plano horizontal



$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad F\cos 20° = T\text{sen}20° \quad \therefore \quad F = T\tan 20°$

$\Sigma F_x = m.\dfrac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad T\cos 20° + F\text{sen}20° = \dfrac{m}{R} \cdot v^2_{avión}$

$\Rightarrow \quad T\cos 20° + T\tan 20° \ . \ \text{sen}20° = \dfrac{m}{R}\, v^2_{avión}$

$\Rightarrow \quad T = \left[\cos 20° + \dfrac{\text{sen}^2 20°}{\cos 20°}\right] = \dfrac{m}{R}\, v^2_{avión}$

$\therefore \quad T = \dfrac{M_{avión} \times v^2_{avión} \times \cos 20°}{R} = \dfrac{(0{,}75)(35)^2(0.939)}{60}$

Luego: $T = 14{,}38$ N

44. El juguete de un niño está compuesto de una pequeña cuña que tiene un ángulo agudo de vértice θ (Fig. P6.44). El lado de la pendiente de la cuña no presenta fricción, y se hace girar la cuña a velocidad constante al rotar una barra que está unida firmemente a ella en un extremo. Demuestre que, cuando la masa m asciende por la cuña una distancia L, la velocidad de la masa es

$$v = \sqrt{gL\text{sen}\theta}$$

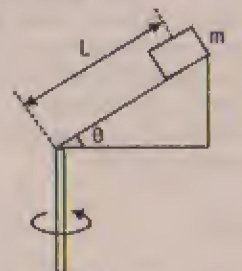
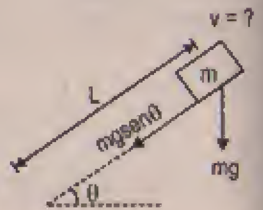


Figura P6.44

Resolución :

Por demostrar: $v = \sqrt{gL\text{sen}\theta}$



Por movimiento circular:

$mg\text{sen}\theta = m \cdot \dfrac{v^2}{L} \quad \therefore v = \sqrt{gL\text{sen}\theta}$ l.q.q.d.

45. El piloto de un avión ejecuta una pirueta de giro completo a velocidad constante en un plano vertical. La velocidad del avión es de 300 mi/h y el radio del círculo es de 1 200 pies. a) ¿Cuál es el peso aparente del piloto en el punto más bajo si su peso real es 160 lb? b) ¿Cuál es su peso aparente en el punto más alto? c) Describa cómo podría experimentar falta de peso el piloto si se variara tanto el radio como la velocidad. (Nota: Su peso aparente es igual a la fuerza que el asiento ejerce sobre su cuerpo.)

Resolución :

Considerar:
$g = 9{,}81$ m/s^2

Sabemos: $R = 1\,200$ pies $= 36\,576$ m
$v_{avión} = 300$ m/h $= 134{,}08$ m/s
Peso $= 71{,}2$ kg $\times$ (9,81) $= 698{,}5$ N

Parte (a) $n_{abajo} - mg = \dfrac{m.v^2}{R}$

$\Rightarrow \quad n_{abajo} = m\left[g + \dfrac{v^2}{R}\right] = (71{,}2)\left[9{,}81 + \dfrac{(134{,}08)^2}{36\,576}\right]$

$n_{abajo} = 733{,}5$ N

Parte (b) $n_{arriba} + mg = m \cdot \dfrac{v^2}{R}$

$\Rightarrow \quad n_{arriba} = m\left[\dfrac{v^2}{R} - g\right] = (71{,}2)\left[\dfrac{(134{,}08)^2}{36\,576} - 9{,}81\right]$

$\therefore \quad n_{arriba} = 663{,}5$ N

Parte (c) Falta de peso = N = $m\left[\dfrac{v^2}{R} - g\right]$

- Si se variara el radio y la velocidad, es decir si aumentaran.

$\Rightarrow$ El peso aparente aumentaría.

- Si se variara el radio y la velocidad, es decir si disminuirían.

  $\Rightarrow$ El peso aparente disminuiría

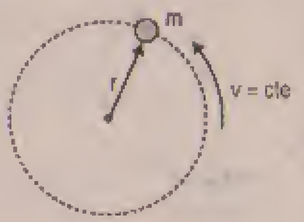
En conclusión: Si el peso aparente aumenta

$\Rightarrow$ Peso del piloto disminuye, sería menor.

46. Para que un satélite se mueva en una órbita circular estable a velocidad constante, su aceleración centrípeta debe ser inversamente proporcional al cuadrado del radio r de la órbita. a) Muestre que la velocidad tangencial de un satélite es proporcional a $r^{-1/2}$. b) Muestre que el tiempo necesario para completar una órbita es proporcional a $r^{3/2}$.

Resolución :

Parte (a)



Sabemos que

$$F_c = m.\frac{v^2}{r} \Rightarrow a_{cp} = \left(\frac{1}{r}\right)\underbrace{(k)}_{\text{constante}} = \frac{1}{r}v^2$$

Por dato: $a_{cp} = \frac{1}{r^2}.v^2$

$$v_T = |v| \Rightarrow \frac{1}{r^2}.k = \frac{1}{r}.v^2 \Rightarrow v = \sqrt{k} \times r^{-1/2}$$

Parte (b)

Sabemos que: $vT = 2\pi r \Rightarrow T = \frac{2\pi . r}{v} = \left(\frac{2\pi}{\sqrt{k}}\right) \cdot \frac{r}{r^{-1/2}}$

$\therefore \quad T = cte \times r^{3/2}$

47. Un carro de 1 800 kg pasa sobre un montículo en un camino que sigue el arco de un círculo de radio de 42 m, como muestra la figura P6.47. a) ¿Qué fuerza debe ejercer el camino sobre el carro para que éste pase el punto más alto del montículo si viaja a 16 m/s? b) ¿Cuál es la velocidad máxima que el carro puede alcanzar cuando pasa por el punto más alto antes de perder contacto con el camino?

47A. Un carro de masa m pasa sobre un montículo en un camino que sigue el arco de un círculo de radio R, como muestra la figura P6.47. a) ¿Qué fuerza debe ejercer el camino sobre el carro para que éste pase el punto más alto del montículo si viaja a una velocidad v? b) ¿Cuál es la velocidad máxima que el carro puede alcanzar cuando pasa por el punto más alto antes de perder contacto con el camino?

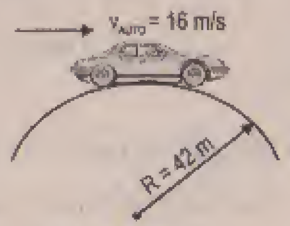


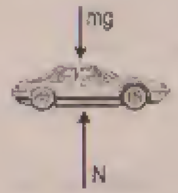
Figura P6-47

Resolución :

M_{carro} = 1 800 kg

Considerar: g = 9,81 m/s²

Parte (a)



$$\Sigma F_R = m.a_{cp}$$

$$\Rightarrow \quad mg - N = m.\frac{v^2}{R}$$

$$\therefore \quad N = mg - \frac{mv^2}{R} = (1\,800)(9{,}81) - \frac{(1800)(16)^2}{42}$$

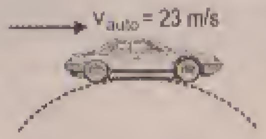
En consecuencia: $F_{normal} = 6\,686{,}6$ N

Parte (b) $mg - N = m\frac{v^2_{máx}}{R}$ Como pierde contacto con el piso $\Rightarrow N = 0$

$$\therefore \quad v_{máx} = \sqrt{gR} \approx 20{,}3 \text{ m/s}$$

48. Una estudiante construye y calibra un acelerómetro con el cual determina la velocidad de su carro alrededor de cierta curva de una autopista. El acelerómetro es una plomada con un transportador que la estudiante une al techo del carro. Un amigo que viaja en el carro con ella observa que la plomada cuelga a un ángulo de 15,0° respecto de la vertical cuando el carro tiene una velocidad de 23,0 m/s. a) ¿Cuál es la aceleración centrípeta del carro al recorrer la curva? b) ¿Cuál es el radio de la curva? c) ¿Cuál es la velocidad del carro si la desviación de la plomada es de 9,0° mientras recorre la misma curva?

Resolución :



Considerar: g = 9,81 m/s²

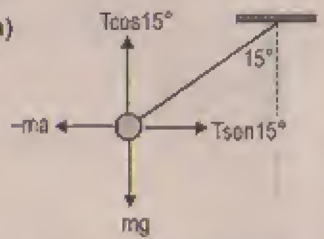
sen15° ≈ 0,259

cos15° ≈ 0,966

tan15° ≈ 0,268

tan9° = 0,1579

Parte (a)



(Para un observador dentro del auto) observador no inercial.

$\Rightarrow \quad \Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad T\cos15° = mg \quad ... (1)$

$\Sigma F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad T\text{sen}15° - ma = 0 \quad \Rightarrow \quad T\text{sen}15° = ma \; ... (2)$

(2) ÷ (1) $\qquad a_{cp} = g\tan 15°$

$\therefore \quad a_{cp} = (9{,}81)(0{,}268) = 2{,}63 \text{ m/s}^2$

Parte (b)

Sabemos que: $\quad a_{cp} = \dfrac{v^2}{R} \Rightarrow \text{Radio} = \dfrac{v^2}{a_{cp}} = \dfrac{(23)^2}{2{,}63}$

$\therefore \quad \text{Radio} = 201{,}14 \text{ m}$

Parte (c)

Sabemos que: $\quad a_{cp} = g\tan\theta \qquad \text{sen}9° = 0{,}156$

$\Rightarrow \quad a_{cp} = \dfrac{v^2}{R} = g\tan 9° \qquad \cos 9° \approx 0{,}988$

$\tan 9° \approx 0{,}1579$

$\Rightarrow \quad v = \sqrt{(R)(g)\tan 9°} = \sqrt{(201{,}14)(9{,}81)(0{,}1579)}$

$\therefore \quad v = 17{,}65 \text{ m/s}$

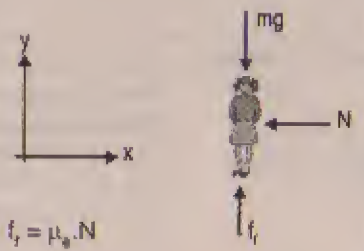
49. Un juego de un parque de diversiones se compone de un gran cilindro vertical que gira en torno a su eje lo suficientemente rápido para que cualquier persona en su interior se mantenga contra la pared cuando se quita el piso (Fig. P6.49). El coeficiente de fricción estático entre la persona y la pared es μ_e, y el radio del cilindro es R. a) Muestre que el periodo de revolución máximo para evitar que la persona caiga es $T = (4\pi^2 R\mu_e/g)^{1/2}$. b) Obtenga un valor numérico para T si R = 4,00 m y μ_e = 0,400. ¿Cuántas revoluciones por minuto efectúa el cilindro?

Figura P6.49

Resolución :

Parte (a)

$N = \dfrac{m.v^2}{R}$



Además: $\quad mg = f_r = \mu_e.N$

$\Rightarrow \quad \mu_e\left(\dfrac{mv^2}{R}\right) = mg \;\therefore\; v = \sqrt{gR/\mu_e}$

Por otro lado: $\quad v = \omega.R \quad \Rightarrow \quad \omega = \dfrac{v}{R} = \dfrac{2\pi}{T}$

$\Rightarrow \quad T = \dfrac{2\pi R}{v} = \dfrac{2\pi R}{v} = \dfrac{2\pi R\sqrt{\mu_e}}{\sqrt{gR}}$

Haciendo artificios: $\quad \dfrac{2\pi R \,.\, \mu_e^{1/2}\,(gR)^{1/2}}{gR} = \dfrac{(4\pi^2)^{1/2}\,.\,\mu_e^{1/2}\,.\,R^{1/2}}{g}$

$\Rightarrow \quad T = (4\pi^2\mu_e.R/g)^{1/2}$

Parte (b)

Si: R = 4,00 m $\quad \mu_e = 0{,}400 \quad g = 9{,}81 \text{ m/s}^2$

$\Rightarrow \quad T = \sqrt{\dfrac{4(3{,}1416)^2(4)(0{,}4)}{(9{,}81)}} = 2{,}54 \text{ s}$

$\dfrac{\text{Revoluciones}}{\text{Minuto}} = \dfrac{1}{T} = f = \dfrac{1}{2{,}54 \text{ s}} \times \dfrac{1 \text{ m}}{60 \text{ s}}$

$\therefore \quad f = 23{,}62 \text{ rev/min}$

50. Una moneda de 3,1 g descansa sobre un pequeño bloque de 20,0 g soportado por un disco giratorio (Fig. P6.50). Si los coeficientes de fricción entre el bloque y el disco son 0,75 (estático) y 0,64 (cinético), en tanto que para la moneda y el bloque son 0,45 (cinético) y 0,52 (estático), ¿cuál es la velocidad máxima del disco en revoluciones por minuto sin que el bloque o la moneda se deslicen sobre el disco?

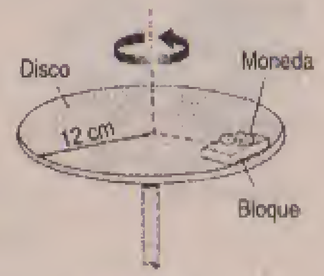


Figura P6.50

Resolución :

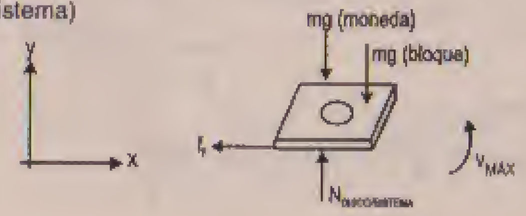
Considerar: $g = 9{,}81 \text{ m/s}^2$

Masa de la moneda = $3{,}1 \times 10^{-3}$ kg ; $\quad$ Masa del bloque = 20×10^{-3} kg

$f_r = \mu_e.N$ $\quad$; $\quad \mu_e = 0{,}74$; $\mu_k = 0{,}64$

$\mu_e = 0{,}52$; $\mu_k = 0{,}45$ moneda y bloque

D.C.L. (sistema)



$$\Sigma F_x = M_{total}\frac{v_{máx}^2}{R} \quad \Rightarrow \quad f_{smáx} = \mu_e \cdot N = \frac{(M_{mon.} + M_{bloque})\ v_{máx}^2}{R}$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N_{discos} = (M_{mon} + M_{bloque})\ g$$

Luego: $$\mu_e(M_{mon} + M_{bloque})\ (g) = \frac{(M_{mon.} + M_{bloque})\ v_{máx}^2}{R}$$

$$\Rightarrow \quad V_{máx} = \sqrt{\mu_e \cdot gR} \qquad \therefore \quad v_{máx} = 0{,}93 \text{ m/s}$$

51. La figura P6.51 muestra una rueda de la fortuna que gira cuatro veces cada minuto y tiene un diámetro de 18,0 m. a) ¿Cuál es la aceleración centrípeta de un pasajero? ¿Qué fuerza ejerce el asiento sobre un pasajero de 40,0 kg, b) en el punto más bajo del viaje, y c) en el punto más alto? d) ¿Qué fuerza (magnitud y dirección) ejerce el asiento sobre un viajero cuando éste se encuentra la mitad entre los puntos más alto y más bajo?

Figura P6.51 (Color Box/FP6)

Resolución :

$f = 4$ rev/min

Considerar: $g = 9{,}81$ m/s^2

Parte (a)

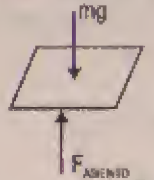
Sabemos que $$v = \omega.R = \frac{2\pi}{T}\ .\ R = 2\pi R.f \quad \Rightarrow \quad v = 2\pi\left(\frac{18}{2}\right)(4)$$

$$\therefore \quad v = 226{,}2 \text{ m/s}$$

Luego: $$a_{centrípeta} = \frac{v^2}{R} = \frac{(226{,}2)^2}{9} = 5\ 685{,}16 \text{ m/s}^2$$

Parte (b)

Pasajero de 40 kg en el punto más bajo

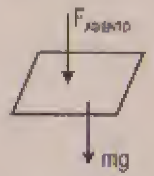


$$\Sigma F_R = m\ .\ \frac{v^2}{R}$$

$$\Rightarrow \quad F_{asiento} - mg = \frac{m}{R}v^2$$

$$\therefore \quad F_{asiento} = 40\left[\frac{(226{,}2)^2}{9} + 9{,}81\right] = 227{,}8 \text{ kN}$$

Parte (c)

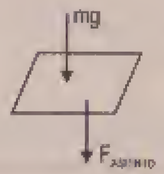


$$\Sigma F_R = F_{asiento} + mg = m\ .\ \frac{v^2}{R}$$

$$\Rightarrow \quad F_{asiento} = m\left[\frac{v^2}{R} - g\right]$$

$$\therefore \quad F_{asiento} \approx 227 \text{ kN}$$

Parte (d)



$$\Rightarrow \quad F_{asiento} = mg = 40(9{,}81) = 392{,}4 \text{ N}$$

52. Un juego de un parque de diversiones se compone de una plataforma circular giratoria de 8,00 m de diámetro desde la cual se suspenden asientos de 10,0 kg en el extremo de cadenas de 2,50 m sin masa (Fig. P6.52). Cuando el sistema gira, las cadenas forman un ángulo $\theta = 28{,}0°$ con la vertical. a) ¿Cuál es la velocidad de cada asiento? b) Si un niño de 40 kg de masa ocupa un asiento, ¿cuál es la tensión en la cadena?

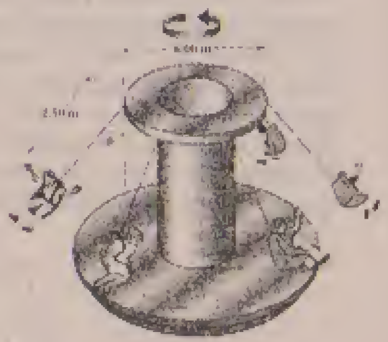


Figura P6.52

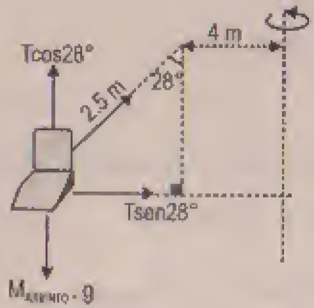
Resolución :

$g = 9{,}81$ m/s^2 ; $M_{asiento} = 10$ kg ; $\theta = 28°$

$\text{sen}28 = 0{,}4634$

$\cos 28 = 0{,}8885$

Parte (a)



$$R = (2{,}5 + 4) = 6{,}5 \text{ m}$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad T\cos 28° = (10)(9{,}81) = 98{,}1 \text{ N}$$

$$\therefore \quad T = \frac{98{,}1}{\cos 28} = \frac{98{,}1}{0{,}8885} \approx 111{,}04 \text{ N}$$

Por otro lado: $T\text{sen}28° = M_{asiento} \cdot \dfrac{v^2}{R}$

$$\Rightarrow \frac{(111,04)(0,4684)(6,5)}{10} = v^2 \qquad \therefore v = 5.8 \text{ m/s}$$

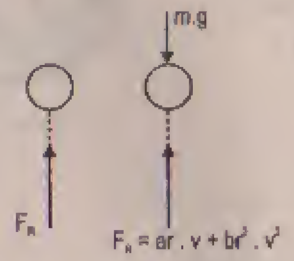
Parte (b)
Ahora se incluye la masa del niño = 40 kg

$$\Rightarrow \quad T\cos 28° = (M_{niño} + M_{asiento})\, g$$

$$\therefore \quad T = \frac{(40+10)(9,81)}{0.8835} \Rightarrow \quad T = 555,18 \text{ N}$$

53. Una corriente de aire que se mueve a una velocidad v ejerce una fuerza resistiva sobre una esfera de radio r. La magnitud de la fuerza resistiva (en newtons) es $F = arv + br^2v^2$, donde v está en metros por segundo, r se mide en metros, a y b son constantes con unidades del SI apropiadas. Sus valores numéricos son $a = 3,10 \times 10^{-4}$ y b = 0,870. Con esta fórmula encuentre la velocidad terminal para las gotas de agua que caen por su propio peso en el aire, tomando estos valores para los radios de las gotas: a) 10,0 m, b) 100 m, y c) 1,00 mm. Advierta que para a) y c) se pueden obtener respuestas exactas sin tener que resolver una ecuación cuadrática considerando cuál de las dos contribuciones a la resistencia del aire es dominante e ignorando la contribución menor.

Resolución :



Considerar: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
$1\ u = 10^{-6}$
$\rho_{H_2O} = 10^3 \text{ kg/m}^3$

Datos $a = 3,10 \times 10^{-4}$; $b = 0,870$

Parte (a) Para R = 10 m $\qquad v_T = ? \qquad \Rightarrow \quad a = 0$

Luego: $mg = (3,1 \times 10^{-4})(10^{-5})(v_T) + (0,870)(10^{-10})(v_T)^2 = A$

Pero: $m_{gota} = V_{gota} \times \rho_{gota} = \dfrac{4}{3}\pi R^3 \times 10^3$

$$\Rightarrow \quad \left[\frac{4}{3}(3,1416)\left(10^{-5}\right)^3 \times 10^3\right](9,81) = A$$

Entonces: $41,1 \times 10^{-12} = 87 \times 10^{-12} \cdot V_T^2$

$$\therefore \quad v_T = \sqrt{(41,1)/87} \approx 0,47 \text{ m/s}$$

Parte (b) Para $R = 10^2$ um $= 10^{-4}$ m

Luego: $\left(\dfrac{4}{3}\pi R^3\right) \times 10^3 \times 9,81 = (3,1 \times 10^{-4})(10^{-4})v_T + 0,870 \times (10^{-4})^2\, v_T^2$

$$\Rightarrow \quad \frac{4}{3}(3,1416)(10^{-4})^3 \times [10^3 \times 9,81] = 3,1 \times 10^{-8}\, v_T + 0,870 \times 10^{-8}\, v_T^2$$

$$411 \times 10^{-8} = 3,1 \times 10^{-8}\, v_T + 0,870 \times 10^{-8}\, v_T^2$$

$$\Rightarrow \quad 0,870\, v_T^2 + 3,1\, v_T - 411 = 0$$

Desarrollando la ecuación cuadrática resulta que:

$$v_T = 20,06 \text{ m/s}$$

Parte (c) Para R = 1 mm = 10^{-1} cm = 10^{-3} m

Luego:

$$\frac{4}{3}(3,1416)(10^{-3})^3 \times 10^3 \times 9,81 = 3,1 \times 10^{-4} \times (10)^{-3}\, v_T + 0,870 \times (10^{-3})^2 \cdot v_T^2$$

$$\Rightarrow \quad 41 \times 10^{-6} = 0,8 \times 10^{-6}\, v_T^2$$

$$\therefore \quad v_T = \sqrt{\frac{41}{0,8}} \approx 7,16 \text{ m/s}$$

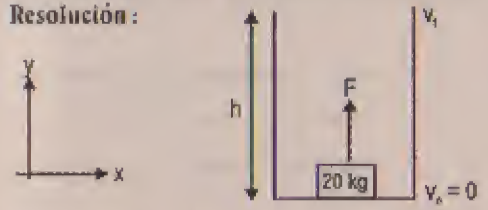
Capítulo 7

TRABAJO Y ENERGÍA

TRABAJO HECHO POR UNA FUERZA CONSTANTE

1. Si una persona saca de un pozo una cubeta de 20 kg y realiza 6,00 kJ de trabajo, ¿cuál es la profundidad del pozo? Suponga que la velocidad de la cubeta permanece constante cuando se levanta.

Resolución :



Considerar $g = 9{,}81\ m/s^2$

Por dato: $W_F = 6{,}00\ kJ$

Sabemos que $W_F = \Delta E_k = \dfrac{1}{2}\, m(v_f^2 - v_i^2)$

$$\Rightarrow \quad 6{,}00\ kJ = \frac{1}{2}(20\ kg)\,(v_f^2 - v_i^2) \qquad \dots (1)$$

Por caída libre:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2gh \;\Rightarrow\; v_f^2 - v_i^2 = 2gh \qquad \dots (2)$$

(2) en (1)

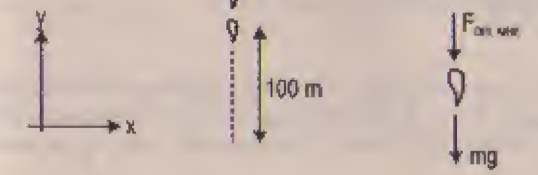
Resulta que: $6 \times 10^3\ J = \dfrac{1}{2}(20\ kg)\,(2 \times 9{,}81\ m/s^2)(h)$

$\therefore \quad h = 30{,}6\ m$

2. Una gota de lluvia ($m = 3{,}35 \times 10^{-5}$ kg) cae verticalmente a velocidad constante bajo la influencia de la gravedad y la resistencia del aire. Después de que la gota ha descendido 100 m, ¿cuál es a) el trabajo realizado por la gravedad y b) la energía disipada por la resistencia del aire?

Resolución :

D.C.L. (gota)



$m_{gota} = 3{,}35 \times 10^{-5}$ kg

$g = 10\ m/s^2$

Parte (a)

$$Wg = mgh = (3{,}35 \times 10^{-5}\ kg)(9{,}81\ m/s^2)(100\ m)$$

$$\therefore \quad Wg = 32{,}8635\ mJ$$

Parte (b)

$$\text{Energía disipada} = -Wg = -32{,}8635\ mJ$$

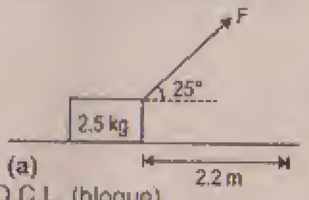
3. Un bloque de 2,5 kg de masa es empujado 2,2 m a lo largo de una mesa horizontal sin fricción por una fuerza constante de 16,0 N dirigida a 25° debajo de la horizontal. Encuentre el trabajo efectuado por: a) la fuerza aplicada, b) la fuerza normal ejercida por la mesa, c) la fuerza de la gravedad, y d) la fuerza neta sobre el bloque.

Resolución :

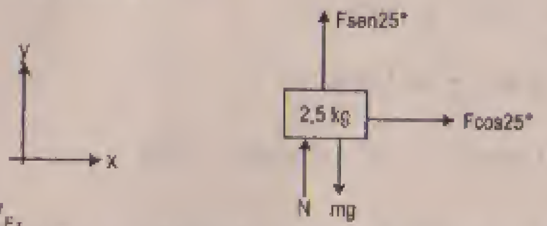
F = 16 N considerar g = 10 m/s²

sen25° ≈ 0,42

cos25° = 0,91



Parte (a)
D.C.L. (bloque)



- W_{F_x}
$F\cos 25° \times (d) = 16\cos 25° \times (2{,}2) = 16\ (0{,}91)(2{,}2) = 32\ N$
- W_{F_y}
$F\text{sen}25° \times (d) = 0$

$$\therefore \quad W_F = 32\ N$$

Parte (b) Sabemos que: $N \perp$ desplazamiento $\therefore$ $W_N = 0$

Parte (c) Sabemos que: $mg \perp$ desplazamiento $\therefore$ $W_P = 0$

Parte (d) El trabajo de la fuerza neta será $W_{total} = 32\ N$

4. Dos bolas que tienen masas $m_1 = 10{,}0$ kg y $m_2 = 8{,}0$ kg cuelgan de una polea sin fricción, como muestra la figura P7.4. a) Determine el trabajo realizado por la fuerza de la gravedad sobre cada bola por separado cuando la de 10,0 kg de masa se desplaza 0,50 m hacia abajo. b) ¿Cuál es el trabajo total realizado por cada bola, incluido el efectuado por la fuerza de la cuerda? c) Redacte un comentario acerca de cualquier relación que haya descubierto entre estas cantidades.

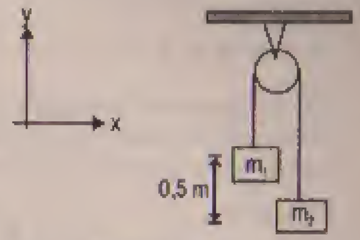
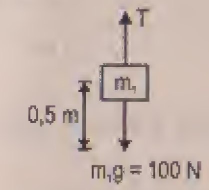


Figura P7.4

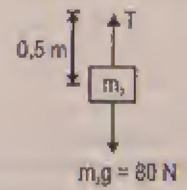
Resolución :

Considerar g = 10 m/s² ; $m_1 = 10$ kg
$m_2 = 8$ kg

Parte (a)



$$\Rightarrow \quad W_{P_1} = m_1 \cdot g\ (d) = (10)(10)(0{,}5) = 50\ J$$



$$\Rightarrow \quad W_{P_2} = m_2 \cdot g\ (d) = -(0{,}5)(8)(10) = -40\ J$$

Parte (b)

Como $m_1 > m_2$

$$\Rightarrow \quad T - m_2 g = m_2 a \ \dots (1)$$

$$m_1 g - T = m_1 a \ \dots (2)$$

Sumando (1) + (2)

$$\text{Resulta que } a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2} \ \dots (3)$$

(3) en (1)

$$\Rightarrow \quad T = m_2\left[\frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}g + g\right] \qquad \therefore \quad T = \frac{2\,m_1 m_2\,g}{m_1 + m_2}$$

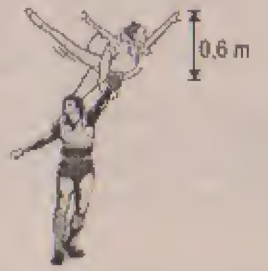
En consecuencia
$$T = \frac{2\times(10)(8)(10)}{18} = 88{,}9\ N$$

Entonces:
$$W_{total\ m_1} = (100 - 88{,}9)(0{,}5) = 5{,}55\ J$$
$$W_{total\ m_2} = (88{,}9 - 80)(0{,}5) = 4{,}45\ J$$

Parte (c)
La tensión en la cuerda están notamente relacionado con las masas.

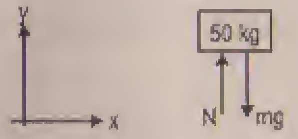
5. El líder de una porra levanta a su compañera quien tiene un peso de 50,0 kg hacia arriba en línea recta una distancia de 0,60 m antes de soltarla. Si hace lo anterior 20 veces, ¿cuánto trabajo ha realizado?

Resolución :



Considerar $g = 10\ m/s^2$

$m_c = 50\ kg$



$\Rightarrow \quad W_N = N \times (d) = (50 \times 10)(0,6) = 300\ J$

Luego si realiza esto por 20 veces entonces

$$W_{total} = 20\ (300) = 6\ 000\ J = 6\ kJ$$

6. Un grupo de perros arrastra un trineo de 100 kg en un tramo de 2,0 km sobre una superficie horizontal a velocidad constante. Si el coeficiente de fricción entre el trineo y la nieve es 0,15, determine a) el trabajo efectuado por los perros y b) la energía perdida debido a la fricción.

Resolución :
Parte (a)

$\Sigma F_y = 0 \ \wedge \ \Sigma F_x = 0$

$(0,15)(N) = f_r = F_{perros}$

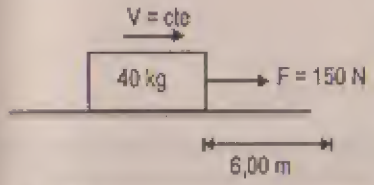
$\Rightarrow \quad (0,15)(1000) = F_{perros}$

Luego: $\quad W_F = (0,15)(10^3)(2 \times 10^3) = 3 \times 10^5\ J$

Parte (b) $\quad \Delta E_k\ (fricción) = -3 \times 10^5\ J$

7. Con una fuerza horizontal de 150 N se empuja una caja de 40,0 kg, 6,00 m sobre una superficie horizontal rugosa. Si la caja se mueve a velocidad constante, encuentre a) el trabajo realizado por la fuerza de 150 N, b) la energía cinética perdida debido a la fricción, y c) el coeficiente de fricción cinética.

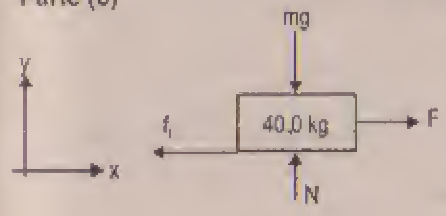
Resolución :



Parte (a)
$W_F = (150)(6) = 900\ J$

Parte (b)
$f_r = F = 150\ N$
$Wf_r = (-150)(6) = -900\ J = \Delta E_k =$ Energía perdida

Parte (c)



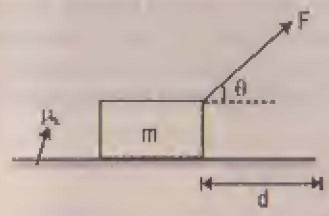
$\Sigma F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad F = f_r$

$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = 400\ N$

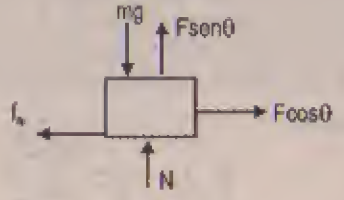
Luego $\quad f_r = \mu_k \cdot N = 150 \qquad \therefore \quad \mu_k = \dfrac{150}{400} = 0,38$

8. Un bloque de 15 kg es arrastrado sobre una superficie horizontal rugosa por una fuerza de 70 N que actúa a 20° sobre la horizontal. El bloque se desplaza 5,0 m y el coeficiente de fricción cinético es 0,30. Determine el trabajo realizado por a) la fuerza de 70 N, b) la fuerza normal, y c) la fuerza de la gravedad. d) ¿Cuál es la energía perdida debido a la fricción?
8A. Un bloque de masa *m* es arrastrado sobre una superficie horizontal rugosa por una fuerza *F* que actúa a un ángulo θ sobre la horizontal. El bloque se desplaza una distancia *d* y el coeficiente de fricción cinético es μ_k determine el trabajo realizado por: a) la fuerza *F*, b) la fuerza normal, y c) la fuerza de la gravedad. d) ¿Cuál es la energía perdida debido a la fricción?

Resolución :



Parte (a)
D.C.L. (bloque)



$\Rightarrow \quad W_{F_x} = F\cos\theta \times d$

$W_{F_y} = F\operatorname{sen}\theta \times d = 0$

$\therefore \quad W_F = F\cos\theta \times d$

Parte (b) $\quad$ Como N es ⊥ d $\Rightarrow \quad W_N = 0$

Parte (c) Como mg es $\perp$ d $\Rightarrow$ $W_{PESO} = 0$

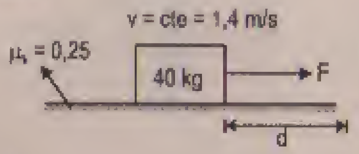
Parte (d) $W_{f_t} = -f_{tk} \times (d) = \Delta E_k$

Pero: $f_t = \mu_k \cdot N = \mu_k \cdot (mg \cdot F\text{sen}\theta)$

$\therefore$ ΔE_k = energía perdida = $(F\text{sen}\theta - \mu g)\,\mu_k \cdot d$

9. Si usted empuja una caja de 40 kg a una velocidad constante de 1,40 m/s a lo largo de un piso horizontal ($\mu_k = 0{,}25$), ¿a qué tasa a) efectúa trabajo sobre la caja, y b) la energía es disipada por la fuerza de fricción?

Resolución:



Considerar: $g = 9{,}81$ m/s²

Parte (a)

$\Sigma F_x = 0$

$\Rightarrow$ $F = f_r = \mu_k\ N = (0{,}25)(40)(9{,}81)$

$\therefore$ $F = 98{,}1$ N

Luego: $W = F \cdot d = \dfrac{1}{2} m \cdot v^2 = \dfrac{1}{2}(40)(1{,}4)^2$

$\therefore$ $W_F = W_{fricción} = 39{,}2$ joules

Entonces: Potencia $= 98{,}1 \times (1{,}4) = 137$ watts

Parte (b) $W = \Delta E_k = \dfrac{1}{2}(40)\,(1{,}4)^2 = 39{,}2$ joules

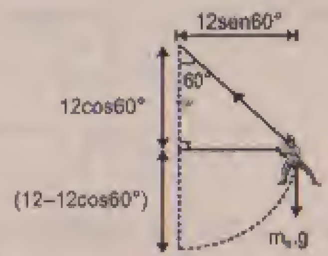
10. Batman, cuya masa es de 80 kg, cuelga del extremo libre de una cuerda de 12 m, cuyo otro extremo se encuentra fijo a la rama de un árbol que está encima. Es capaz de poner la cuerda en movimiento sólo como Batman sabe hacerlo, y balancearse lo suficiente para poder alcanzar una saliente cuando la cuerda forma un ángulo de 60° con la vertical. ¿Cuánto trabajo se realizó contra la gravedad en esta maniobra?

Resolución:

$m_{bat} = 80$ kg

$L_{cuerda} = 12$ m

$g = 10$ m/s²



$$W_{peso} = m_B g(h) = 80 \times 10\,(12 - 12 \times \frac{1}{2}) = 4\,800 \text{ J}$$

$W_{Tx} = -T\cos 30° \times (12\text{sen}60°)$ ... (1)

$W_{Ty} = -T\cos 60° \times (12 - 12\cos 60°)$ ... (2)

Pero sabemos que: $T\cos 60° = m_B\,g$

$$\Rightarrow \quad T = \frac{800}{\frac{1}{2}} = 1\,600 \text{ N}$$

Luego: $W_{Tx} = -1\,600 = -14\,400$ J

$W_{Ty} = -1\,600 = -4\,800$ J

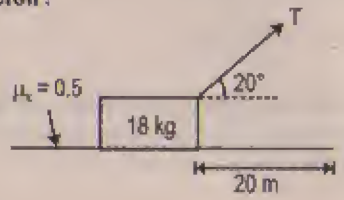
$\therefore$ $W_{total} = W_{en\ contra\ de\ g} = \sqrt{(-14\,400)^2 + (-4\,800)^2}$

$\therefore$ $W_{total}\,(T) = 4\,800\sqrt{10} \approx 15\,179$ J

11. Una carretilla cargada con ladrillos tiene una masa total de 18 kg y se jala con velocidad constante por medio de una cuerda. La cuerda está inclinada a 20,0° sobre la horizontal y la carretilla se mueve 20,0 m sobre una superficie horizontal. El coeficiente de fricción cinético entre el suelo y la carretilla es 0,500. a) ¿Cuál es la tensión en la cuerda? b) ¿Cuánto trabajo efectúa la cuerda sobre la carretilla? c) ¿Cuál es la energía perdida debido a la fricción?

11A. Una carretilla cargada con ladrillos tiene una masa total *m* y se jala con velocidad constante por medio de una cuerda. La cuerda está inclinada a un ángulo θ sobre la horizontal y la carretilla se mueve una distancia *d* sobre una superficie horizontal. El coeficiente de fricción cinético entre el suelo y la carretilla es μ_c. a) ¿Cuál es la tensión en la cuerda? b) ¿Cuánto trabajo efectúa la cuerda sobre la carretilla c) ¿Cuál es la energía perdida debido a la fricción?

Resolución:



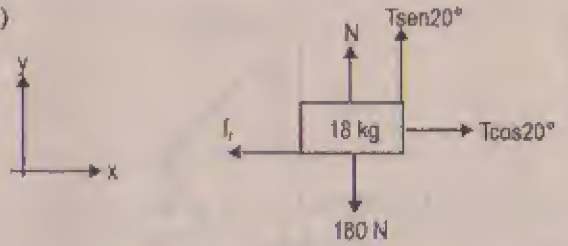
Considerar:

$g = 10$ m/s²

sen20° = 0,354

cos20° = 0,935

Parte (a)



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow \quad Tsen20° + N - 180 = 0 \quad \therefore \quad N = 180 - Tsen20°$

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow \quad Tcos20° - f_r = 0 \Rightarrow \quad Tcos20° = (0{,}5)(180 - Tsen20°)$

$$\therefore \quad T = \frac{90}{\left[\cos 20° + \dfrac{\text{sen } 20°}{2}\right]} = \frac{90}{\left(0{,}935 + \dfrac{0{,}354}{2}\right)} = 80{,}94 \text{ N}$$

Parte (b)
Luego: $\quad W_{TENSIÓN} = W_{CUERDA} = 80{,}94 \times (0{,}935)(20) = 1\,513{,}5$ j

Parte (c) ΔE_k = Energía disipada = $(-80{,}94)(20) = -1\,513{,}5$ J

EL PRODUCTO ESCALAR DE DOS VECTORES

12. Para $\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$ y $\vec{B} = -\hat{i} + 3\hat{j}$, encuentre a) $\vec{A} \cdot \vec{B}$, y b) el ángulo entre $\vec{A}$ y $\vec{B}$.

Resolución :

$$\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j} \qquad \vec{B} = -1\hat{i} + 3\hat{j}$$

Parte (a) $\quad \vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}|\,|\vec{B}| \cos\theta$

Además: $\quad (4\hat{i} + 3\hat{j}) \cdot (-\hat{i} + 3\hat{j}) = +5$

Parte (b) $\quad -5 = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\theta$

$$|\vec{A}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow \quad +5 = 5 \times \sqrt{10}\cos\theta \qquad \therefore \quad \cos\theta = +\frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$\therefore \quad \theta = \text{arc cos}\left(+\sqrt{10}/10\right)$$

13. El vector A se extiende desde el origen hasta un punto que tiene coordenadas polares (7; 70°) y el vector B se extiende desde el origen hasta un punto que tiene coordenadas polares (4; 130°). Encuentre A . B.

13A. El vector A se extiende desde el origen hasta un punto que tiene coordenadas polares (r_1, θ_1) y el vector B se extiende desde el origen hasta un punto que tiene coordenadas polares (r_2, θ_2). Encuentre A . B.

Resolución :13

Sea $\vec{A} = (a; b) \quad \Rightarrow \quad a = 7\cos70°\ ,\ b = 7\text{sen}70°$

Sea $\vec{B} = (c; d) \quad \Rightarrow \quad c = 4\cos130° = -4\text{sen}40°,\ d = 4\cos40°$

Entonces: $\vec{A} \cdot \vec{B} = (7\cos70°\,\hat{i} + 7\text{sen}70°\,\hat{j}) \cdot (-4\text{sen}40°\,\hat{i} + 4\cos40°\,\hat{j})$

$$28\text{sen}40° \cdot \cos70° - 28\text{sen}70° \cdot \cos40° = \vec{A} \cdot \vec{B}$$

luego: $\quad +28\,[\text{sen}70° \cdot \cos40° - \cos70° \cdot \text{sen}40°] = +28\,[\text{sen}(70° - 40°)]$

$$\therefore \quad -28\text{sen}30° = \vec{A} \cdot \vec{B}$$

Luego: $\quad \vec{A} \cdot \vec{B} = +28 \times \dfrac{1}{2} = +14$

14. El vector A tiene una magnitud de 5,00 unidades y B tiene una magnitud de 9,00 unidades. Los dos vectores forman un ángulo de 50,0° entre sí. Determine A . B.

Resolución :

$|\vec{A}| = 5$ u $\quad ; \quad |\vec{B}| = 9$ u $\quad ; \quad \text{sen}40° = 0{,}661$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos50° = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}|\ \text{sen}40°$$

Luego: $\quad \vec{A} \cdot \vec{B} = 5 \times 9 \times 0{,}661 = 29{,}75$ u

15. Muestre que $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$. (*Sugerencia*: Escriba $\vec{A}$ y $\vec{B}$ en forma de vectores unitarios y utilice las ecuaciones 7.4 y 7.5).

Resolución :

Por demostrar que: $\quad \vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y + A_z \cdot B_z$

Sea: $\vec{A} = a\hat{i} + b\hat{j} + c\hat{k}\ ,\ \vec{B} = d\hat{i} + e\hat{j} + f\hat{k}$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (a\hat{i} + b\hat{j} + c\hat{k}) \cdot (d\hat{i} + e\hat{j} + f\hat{k})$$

$$= ad\hat{i}^2 + ae\,\hat{i}\,\hat{j} + af\,\hat{i}\,\hat{k} + bd\,\hat{i}\,\hat{j} + be\,\hat{j}^2 + bf\,\hat{j}\,\hat{k} + cd\,\hat{i}\,\hat{k}$$

$$+ ce\,\hat{k}\,\hat{j} + cf\,\hat{k}^2$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = ad\,\hat{i}\,\hat{i} + be\,\hat{j}\,\hat{j} + cf\,\hat{k} \cdot \hat{k}$$

$$\therefore \quad \vec{A} \cdot \vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z \qquad \text{l.q.q.d.}$$

16. Para $A = 3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $\vec{B} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$, y $\vec{C} = 2\hat{j} - 3\hat{k}$, encuentre $\vec{C} \cdot (\vec{A} - \vec{B})$.

Resolución :

$\vec{A} = 3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ $\quad \vec{B} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$ $\quad \vec{C} = 2\hat{j} - 3\hat{k}$

$\vec{A} - \vec{B} = 2\hat{i} - \hat{j} - 6\hat{k}$

Luego: $\vec{C} \cdot (\vec{A} - \vec{B}) = (0\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})(2\hat{i} - \hat{j} - 6\hat{k})$

$= 0 - 2 + 18 = 16$

$\therefore \quad C \cdot (A - B) = 16$

17. Una fuerza $\vec{F} = (6\hat{i} - 2\hat{j})$ N actúa sobre una partícula que experimenta un desplazamiento $\vec{s} = (3\hat{i} + \hat{j})$ m. Encuentre a) el trabajo realizado por la fuerza sobre la partícula, y b) el ángulo entre $\vec{F}$ y $\vec{s}$.

Resolución :

Parte (a) $\quad W_F = \vec{F} \cdot \vec{d} = (6\hat{i} - 2\hat{j})(3\hat{i} + \hat{j}) = 18 - 2 = 16$ J

Parte (b) $\quad \vec{F} \cdot \vec{d} = |F||d| \cos\theta$

$|\vec{F}| = \sqrt{6^2 + (-2)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

$|\vec{d}| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$

$\Rightarrow \quad 16 = \left(2\sqrt{10}\right)\left(\sqrt{10}\right)\cos\theta \quad \therefore \cos\theta = 4/5$

Luego $\quad \theta = \cos^{-1}(+4/5) = 37°$

18. El vector A tiene 2,0 unidades de largo y apunta en la dirección y positiva. El vector B tiene una componente x negativa de 5,0 unidades de largo, una componente y positiva de 3 unidades de largo y no tiene componente z. Encuentre A . B y el ángulo entre los dos vectores.

Resolución :

$|\vec{A}| = 20$ u. $\quad \Rightarrow \quad \vec{A} = 0\hat{i} + a\hat{j}$

$\vec{B} = -5\hat{i} + 3\hat{j} \quad \Rightarrow \quad |\vec{B}| = \sqrt{(-5)^2 + (3)^2} = \sqrt{34}$

$A \cdot B = |A| \cdot |B| \cos\theta$

$\Rightarrow \quad (0\hat{i} + a\hat{j})(-5\hat{i} + 3\hat{j}) = 20 \times \sqrt{34} \cos\theta$

pero $\quad \sqrt{a^2} = 20 \quad \therefore \quad a = 20$

luego: $\quad (0\hat{i} + 20\hat{j})(-5\hat{i} + 3\hat{j}) = 20\sqrt{34} \cos\theta$

$\Rightarrow \quad \dfrac{60}{20\sqrt{34}} = \cos\theta \quad \Rightarrow \quad \cos\theta = \dfrac{3\sqrt{34}}{34}$

$\therefore \quad \theta = \cos^{-1}\left(3\sqrt{34}/34\right)$

19. Una fuerza $\vec{F} = (3{,}00\hat{i} + 4{,}00\hat{j})$ N actúa sobre una partícula. El ángulo entre $\vec{F}$ y el vector desplazamiento s es 32,0°, y $\vec{F}$ efectúa 100,0 J de trabajo. Determine s.

Resolución :

$\vec{F} = 3\hat{i} + 4\hat{j} \quad \Rightarrow \quad |\vec{F}| = 5$ N

Sea: $\vec{S} = a\hat{i} + b\hat{j}$

$\text{sen}32° \approx 0{,}538$

$\cos 32° \approx 0{,}846$

Sabemos que: $\quad \vec{F} \cdot \vec{S} = |\vec{F}||\vec{S}| \cos 32°$

$\Rightarrow \quad (3\hat{i} + 4\hat{j}) \cdot (a\hat{i} + b\hat{j}) = 5|\vec{S}|\, 0{,}846 \quad \ldots (1)$

Además: $\quad \dfrac{\vec{S}}{|\vec{S}|} = \text{vector unitario} \Rightarrow \dfrac{a\hat{i} + b\hat{j}}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

De (1) $\quad 3a + 4b = 4{,}23\,|\vec{S}| \Rightarrow 3a + 4b = 4{,}23\sqrt{a^2 + b^2} \quad \ldots (2)$

Por dato: $\quad \vec{F} \cdot \vec{S} = 100{,}0 \text{ J} \Rightarrow 3a + 4b = 100 \quad \ldots (3)$

(3) en (2) resulta: $\quad a^2 + b^2 = (23{,}6)^2 = 24^2$

$\Rightarrow \quad |\vec{S}| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{24^2} = 24$ m ó 23,6 m

Desarrollando las ecuaciones (3) y (2)

Resulta que $a = 22{,}6 \wedge b = 8$

$\therefore \quad \vec{S} = 22{,}6\hat{i} + 8\hat{j} \quad \wedge \quad |\vec{S}| \approx 23{,}6 = 24$

20. Encuentre el ángulo entre $\vec{A} = -5\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$, y $\vec{B} = -2\hat{j} - 2\hat{k}$

Resolución :

$$\vec{A} = -5\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k} \qquad \vec{B} = 0\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(-5)^2 + (-3)^2 + (2)^2} = \sqrt{38}$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{2}$$

$$A \,.\, B = (-5\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) \,.\, (0\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}) = 0 + 6 - 4 = 2$$

$$\Rightarrow \quad A.B = |A|\, |B| \cos\theta$$

$$\Rightarrow \quad 2 = \sqrt{38} \,.\, 2\sqrt{2} \cos\theta \qquad \therefore \quad \cos\theta = \frac{\sqrt{19}}{38}$$

luego: $\theta = \cos^{-1}\left(\sqrt{19}/38\right)$

21. Con la definición del producto escalar encuentre los ángulos entre: a) $\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j}$, y $\vec{B} = 4\hat{i} - 4\hat{j}$; b) $\vec{A} = -2\hat{i} + 4\hat{j}$, y $\vec{B} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$; c) $\vec{A} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$, y $\vec{B} = 3\hat{j} + 4\hat{k}$

Resolución :

Parte (a)

$$\vec{A} = -5\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k} \quad \Rightarrow \quad |\vec{A}| = \sqrt{(-5)^2 + (-3)^2 + 2^2} = \sqrt{38}$$

$$\vec{B} = 4\hat{i} - 4\hat{j} \quad \Rightarrow \quad |\vec{B}| = \sqrt{4^2 + (-4)^2} = 4\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \quad A \,.\, B = |A| \,.\, |B| \,.\, \cos\theta \Rightarrow (-5\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})(4\hat{i} - 4\hat{j} + 0\hat{k}) = 4\sqrt{2} \,.\, \sqrt{38} \cos\theta$$

$$\therefore \quad \cos\theta = \frac{-8}{8\sqrt{19}} = \frac{-\sqrt{19}}{19} \qquad \therefore \quad \theta = \cos^{-1}\left(-\sqrt{19}/19\right) \approx 11{,}3°$$

Parte (b)

$$\vec{A} = -2\hat{i} + 4\hat{j} \quad \Rightarrow \quad |\vec{A}| = \sqrt{(-2)^2 + (4)^2} = 2\sqrt{5}$$

$$\vec{B} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k} \quad \Rightarrow \quad |\vec{B}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2 + (2)^2} = \sqrt{29}$$

$$\Rightarrow \quad A.B = |A| \,.\, |B| \cos\alpha \quad \Rightarrow \quad (-2\hat{i} + 4\hat{j})(3\hat{i} - 4\hat{j} + 2k) = 2\sqrt{5} \,.\, \sqrt{29} \cos\alpha$$

$$\therefore \quad \cos\alpha = \frac{-22}{2\sqrt{145}} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \cos^{-1}\left(-11/\sqrt{145}\right) = 156°$$

Parte (c)

$$\vec{A} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k} \quad \Rightarrow \quad |\vec{A}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2} = 3$$

$$\vec{B} = 0\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k} \quad \Rightarrow \quad |\vec{B}| = \sqrt{0^2 + 3^2 + 4^2} = 5$$

Luego: $\vec{A}.\vec{B} = (\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k})(0\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = -6 + 8 = 2$

Por lo tanto: $\vec{A}.\vec{B} = |A| \,.\, |B| \cos\theta$

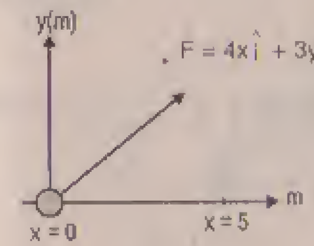
$$\Rightarrow \quad 2 = 3 \times 5 \cos\theta \quad \Rightarrow \quad \cos\theta = \frac{2}{15}$$

$$\therefore \quad \theta = \cos^{-1}(2/15) \approx 82{,}3°$$

TRABAJO HECHO POR UNA FUERZA VARIABLE

22. Una fuerza $F = (4x\hat{i} + 3y\hat{j})$ N actúa sobre una partícula conforme el objeto se mueve en la dirección x desde el origen hasta x = 5,0 m. Encuentre el trabajo efectuado sobre el objeto por la fuerza.

Resolución :



$$W_x = \int F_x dx = \int_0^5 4x\, dx = 2x^2\Big|_0^5 = 50 \text{ J}$$

$$W_y = \int F_y dy = \int_0^0 3y\, dy = 0$$

$$\therefore \quad W_{total} = 50 \text{ J}$$

23. Una partícula se somete a una fuerza F_x que varía con la posición, como se ve en la figura P7.23. Determine el trabajo realizado por la fuerza sobre el cuerpo cuando éste se mueve: a) de x = 0 a x = 5,0 m, b) de x = 5,0 m a x = 10 m, y c) de x = 10 m a x = 15 m. d) ¿Cuál es el trabajo total realizado por la fuerza a lo largo de una distancia x = 0 a x = 15 m?

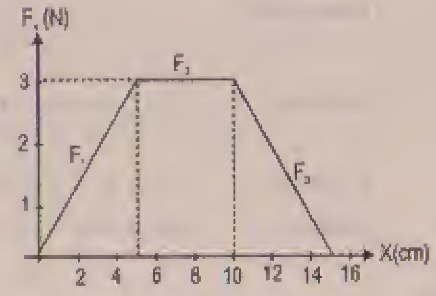


Figura P7.23

Resolución :

$$\frac{F_1 - 3}{x - 5} = \frac{3}{5} \Rightarrow F_1(x) = \frac{3x}{5} \quad ; \quad F_2(x) = 3 \quad ; \quad F_3(x) = -\frac{3x}{5}$$

Parte (a)
Trabajo de: x = 0 a x = 5 m

$$\int dW = \int F.dx = \int_0^5 \frac{3x}{5}\,dx \quad \Rightarrow \quad W_1 = \frac{3}{10}x^2\Big|_0^5 = 7{,}5\ J$$

Parte (b) $x = 5\ m$ a $x = 10\ m$

$$W_2 = 5 \times (3) = 15\ J$$

Parte (c)

$$W_3 = \int dW_3 = \int F\,.\,dx = -\int_{10}^{15}\frac{3x}{5}\,dx = +\frac{3x^2}{10}\Big|_{15}^{10} = 7{,}50\ J$$

Parte (d) $x = 0\ m$ a $x = 15\ m$

$$W_1 + W_2 + W_3 = 7{,}5\ J + 15\ J + 7{,}50\ J = +30\ J$$

24. La fuerza que actúa sobre una partícula varía, como muestra la figura P7.24. Encuentre el trabajo hecho por la fuerza cuando la partícula se mueve a) de x = 0 a x = 8,0 m, b) de x = 8,0 m a x = 10 m, y c) de x = 0 a x = 10 m.

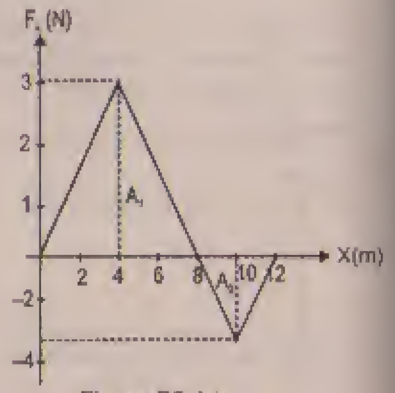


Figura P7.24

Resolución :

Parte (a) $X = 0\ m$ a $x = 8\ m$ $\quad W_1 = A_1 = \dfrac{8\times 6}{2} = 24\ J$

Parte (b) $x = 8\ m$ a $x = 10\ m$ $\quad W_2 = A_2 = \dfrac{2\times(-3)}{2} = -3\ J$

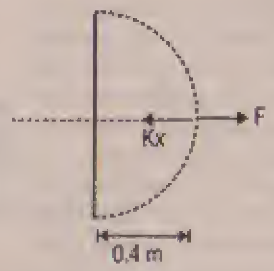
Parte (c) $x = 0\ m$ a $x = 10\ m$ $\quad W_{TOTAL} = W_1 + W_2 = 24 - 3 = 21\ J$

25. Un arquero jala la cuerda de su arco 0,400 m ejerciendo una fuerza que aumenta de manera uniforme de cero a 230 N. a) ¿Cuál es la constante de resorte equivalente del arco? b) ¿Cuánto trabajo se efectúa al jalar el arco?

25A. Un arquero jala la cuerda de su arco una distancia *d* ejerciendo una fuerza que aumenta de manera uniforme de cero a *F*. a) ¿Cuál es la constante de resorte equivalente del arco? b) ¿Cuánto trabajo se efectúa al jalar el arco?

Resolución :

Parte (a)



$F = +kx$

Cuando $F = 230\ N$

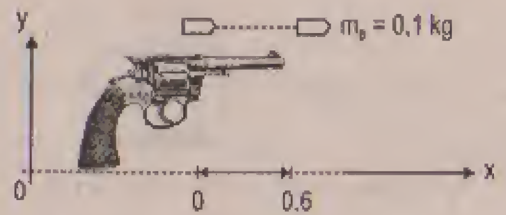
$\Rightarrow \quad 230 = 0{,}4k$

$\therefore \quad k = 575\ N/m$

Parte (b) $\quad W = +\int_0^{0.4} k.x\,dx = \dfrac{kx^2}{2}\Big|_0^{0.4} = \dfrac{575}{2}(0{,}4)^2 = 46\ J$

26. Una bala de 100 g se dispara de un rifle que tiene un cañón de 0,60 m de largo. Se considera que el origen se sitúa donde la bala empieza a moverse, la fuerza (en newton) ejercida sobre la bala por la expansión del gas es $15\,000 + 10\,000x - 25\,000x^2$ donde x está en metros. a) Determine el trabajo hecho por el gas sobre la bala cuando ésta recorre la longitud del cañón. b) Si éste tiene una longitud de 1,00 m, ¿cuánto trabajo se realiza y cómo se compara este valor con el trabajo calculado en a)?

Resolución :



$$F_B(x) = 15\times 10^3 + 10^4 x - 25\times 10^3 x^2$$

Parte (a)

$$\int dW = \int F dx = \int_0^{0{,}6}\left[15\times10^3 + 10^4 x - 25\times10^3 x^2\right]dx$$

$$\Rightarrow \quad W = 15\times10^3 x + \frac{10^4}{2}x^2 - \frac{25\times10^3}{3}\,.\,x^3\Big|_0^{0.6}$$

$$\therefore \quad W = 9\,000\ J$$

Parte (b)

$$\int dW = \int F.dx = \int_0^1 \left[15\times10^3 + 10^4 x - 25\times10^3 x^2\right] dx$$

$$\Rightarrow \quad W = 15\times10^3 x + \frac{10^4}{2}x^2 - \frac{25}{3}\times10^3 x^3\Big|_0^1 = 11\,666{,}6$$

27. Un vagón de carga de 6 000 kg rueda a lo largo de rieles con una fricción despreciable. El vagón se lleva al reposo por medio de una combinación de dos resortes espirales, como se ilustra en la figura P7.27, ambos resortes obedecen la ley de Hooke, con $k_1 = 1\,600$ N/m y $k_2 = 3\,400$ N/m. Después de que el primer resorte se comprime una distancia de 30,0 cm, el segundo resorte (que actúa con el primero) aumenta la fuerza de modo que hay una compresión adicional, como se indica en la gráfica. Si el vagón se lleva al reposo 50,0 cm más allá del primero contacto con el sistema de dos resortes, encuentre la velocidad inicial del vagón.

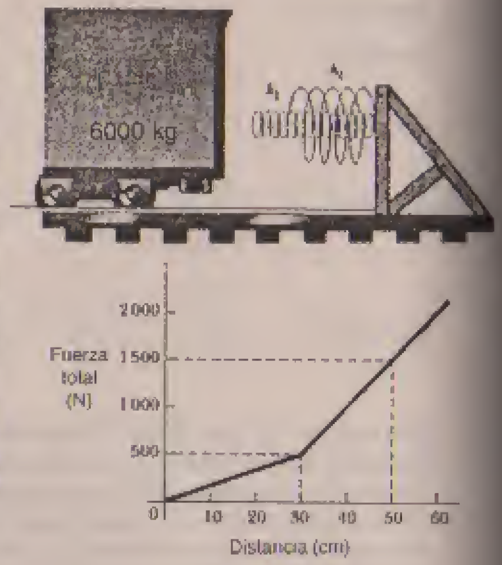
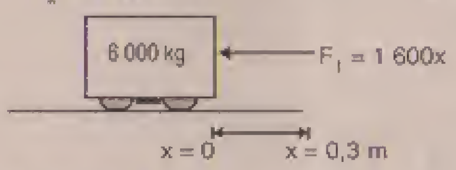


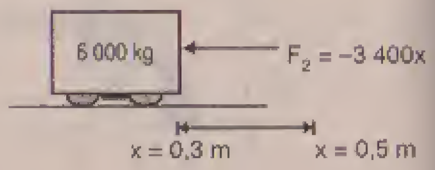
Figura P7.27

Resolución:

$k_1 = 1\,600$ N/m

$k_2 = 3\,400$ N/m





$W_{total} = \Delta E_k$

$$-\int_0^{0.3} 1\,600\,x\,dx - \int_{0.3}^{0.5} 3\,400\,x\,dx = \Delta E_k$$

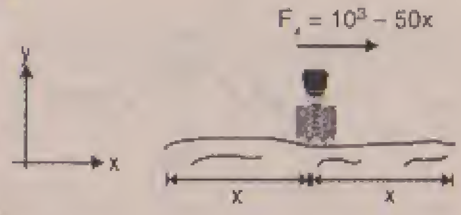
$$-800\,x^2\Big|_0^{0.3} - 1\,700\,x^2\Big|_{0.3}^{0.5} = \frac{1}{2}(6\,000)\,v_F^2 - v_i^2$$

$$-800(0{,}3)^2 - 1\,700\,(0{,}5)^2 + 1\,700\,(0{,}3)^2 = -3\,000\,v_i^2$$

$$-344\text{ J} = -3\,000\,v_i^2 \quad \therefore \quad v_i = \sqrt{\frac{344}{3\,000}} \approx 0{,}339 \text{ m/s}$$

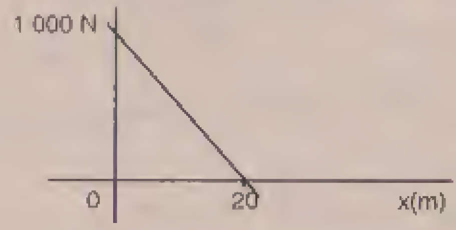
28. Un marino en la selva se encuentra a la mitad de un pantano. La fuerza F_x que él debe ejercer en la dirección x cuando lucha por salir es $F_x = (1\,000 - 50{,}0\,x)$ N, donde x está en metros. a) Dibuje la gráfica de F_x contra x. b) ¿Cuál es la fuerza promedio que él ejerce al moverse de 0 a x? c) Si recorre x = 20,0 m para salir por completo del pantano, ¿cuánta energía consume contra el pantano?

Resolución:



Parte (a)

$$F(x) = (1\,000\text{ N} - 50x)\text{ N}$$



Parte (b)

De x = 0 a x = x ; $F_{promedio} = (1\,000 - 50x)$ N

Parte (c)

x = 0   x = 20 m

$W_{total} = \Delta E_k$ = Energía que consume

Área de la gráfica = El trabajo que realiza

$$\frac{1\,000 \times 20}{2} = \Delta E_k$$

$\therefore$ Energía que consume = 10^4 J

29. Una pequeña masa m se jala hasta la parte superior de un medio cilindro (de radio R) por una cuerda que pasa sobre esa misma parte, como se ilustra en la figura P7.29. a) Si la masa se mueve a una velocidad constante, demuestre que F = mg cos θ. (*Sugerencia*: Si la masa se mueve a velocidad constante, la componente de su aceleración tangente al cilindro debe ser cero todo el tiempo.) b) Por integración directa de $W = \int F\,ds$, determine el trabajo realizado al mover la masa a velocidad constante desde la base hasta la parte superior del medio cilindro.

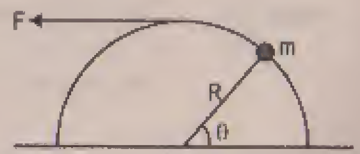
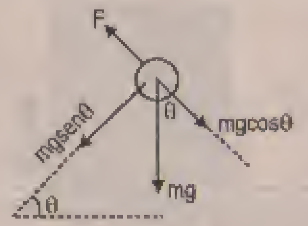


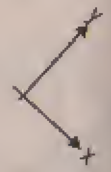
Figura P7.29

Resolución:

Parte (a)

Por demostrar $F = mg\cos\theta$





$\Sigma F_y = m \cdot a_{cp}$

$\Rightarrow \quad mg\,sen\theta = m \cdot \dfrac{v^2}{R}$

$\Rightarrow \quad \sqrt{gR\,sen\theta} = v$

$\Sigma F_x = m \cdot a_T$ ya que $a_T = \dfrac{d|v|}{dt}$ $\quad v = cte \quad \therefore\ a_T = 0$

$\Rightarrow \quad F - mg\cos\theta = m \cdot (0)$

$\therefore \quad F = mg\cos\theta \qquad$ l.q.q.d.

Parte (b)

$W = \int F \cdot ds$

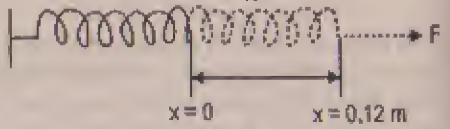
Pero $\quad F = mg\cos\theta \ \wedge\ S = R.\theta \Rightarrow ds = R.d\theta$

Reemplazando: $\quad W = \int mg\cos\theta R d\theta = R\,mg \int_0^{\pi/2} \cos\theta \cdot d\theta$

$$\therefore \quad W = Rmg\,sen\theta \Big|_0^{\pi/2} = mRg$$

30. La fuerza requerida para alargar un resorte que cumple la ley de Hooke varía de cero a 50,0 N cuando lo extendemos moviendo un extremo 12,0 cm desde su posición no deformada. a) Encuentre la fuerza constante del resorte. b) Determine el trabajo realizado en extender el resorte.

Resolución :



Parte (a) $\quad F = 50,0\ N$

$\Rightarrow \quad 50 = k\,(0,12)$

$\therefore \quad k = 416,6\ N/m$

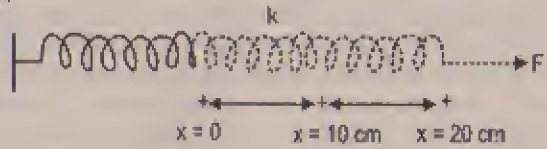
Parte (b) $\quad F = k.x = 416,6\,x \quad \Rightarrow \quad W_F = \int_0^{0.12} 416,6x\,dx$

$\therefore \quad W_F = 408,3\,x^2 \Big|_0^{0.12} = 5,88\ J$

31. Si se necesitan 4,00 J de trabajo para alargar 10,0 cm un resorte que cumple la ley de Hooke a partir de su longitud no deformada, determine el trabajo extra necesario para extenderlo 10,0 cm adicionales.

31A. Si se necesita un trabajo W para alargar una distancia *d* un resorte que cumpla la ley de Hooke a partir de su longitud no deformada, determine el trabajo extra necesario para extenderlo una distancia *d* adicional.

Resolución :



$F = kx$

$\Rightarrow \quad W_F = \int_0^{0.1} kx\,dx = 4.00\ J$

$\Rightarrow \quad \dfrac{kx^2}{2}\Big|_0^{0.1} = 4 \quad \Rightarrow \quad k = \dfrac{8}{(0,1)^2} = 800\ N/m$

Luego: $\quad W_{F(0,1-0.2)} = \int_{0,1}^{0,2} 800\,x\,dx = 400x^2 \Big|_{0.1}^{0.2} = 16 - 4 = 12$

$\therefore \quad W_F = 12\ J$

ENERGÍA CINÉTICA Y EL TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA

32. Una partícula de 0,600 kg tiene una velocidad de 2,00 m/s en el punto *A* y una energía cinética de 7,50 J en *B*. ¿Cuál es a) su energía cinética en A? b) ¿su velocidad en B? c) ¿el trabajo total realizado sobre la partícula cuando se mueve de A a B?

Resolución :

$m_p = 0,6\ kg$

Parte (a)

$W_{total} = \Delta E_K = E_{KB} - E_{KA}$

$\Rightarrow \quad E_{KB} = \dfrac{1}{2}(0,6)\,v_B^2 = 7,5 \qquad \therefore\ v_B = 5\ m/s$

$E_{KA} = \dfrac{1}{2}(0,6)\,v_A^2 = \dfrac{1}{2}(0,6)(2)^2 = 1,2\ J$

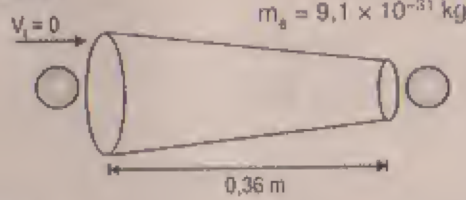
Parte (b) $\quad v_B = 5\ m/s$

Parte (c) $\quad W_{total} = \Delta E_K = E_{KB} - E_{KA}$

$\Rightarrow \quad W_{total} = 7,5 - 1,2 = 6,3$ joules

33. Un cinescopio de cierto televisor mide 36 cm de largo. La fuerza eléctrica acele[ra] un electrón en el tubo desde el reposo hasta 1% de la velocidad de la luz a lo larg[o] de esta distancia. Determine: a) la energía cinética del electrón cuando incide sob[re] la pantalla al final del cinescopio, b) la magnitud de la fuerza eléctrica promedio qu[e] actúa sobre el electrón en esta distancia, c) la magnitud de la aceleración promed[io] del electrón a lo largo de esta distancia, y d) el tiempo de vuelo.

Resolución :



$\rightarrow v_F = 1$ % de la veloc. de la lu[z]

$<> 3 \times 10^6$ m/s

Parte (a)

$$E_{KF} = \frac{1}{2}(9,1 \times 10^{-31}\text{ kg})(3 \times 10^6)^2 = 40,95 \times 10^{-19}\text{ J} = 4,1 \times 10^{-18}\text{ J}$$

Parte (b) $v_F^2 = v_i^2 + 2(a_{prom})(d) \Rightarrow a_{prom} = \dfrac{v_F^2}{2d} = \dfrac{9\times10^{12}}{2(0,36)} = 12,5 \times 10^{12}$ m/s²

$\Rightarrow \quad F_{prom} = m_e \times a_{prom} = (9,1 \times 10^{-31})(12,5 \times 10^{12})$

$F_{prom} = 114 \times 10^{-19}$ N $= 1,14 \times 10^{-17}$ N

Parte (c) $a_{prom} = 12,5 \times 10^{12}$ m/s²

Parte (d) $v_F = v_i + a.t \quad \Rightarrow \quad t = \dfrac{v_F}{a} = \dfrac{3\times10^6}{12,5\times10^{12}}$

$\therefore \quad t = 24 \times 10^{-8}$ s

34. Una bola de boliche de 7,00 kg se mueve a 3,00 m/s. ¿Qué tan rápido se de[be] mover una bola de golf de manera que las dos tengan la misma energía cinética?

Resolución :

Boliche (7 kg) $\rightarrow$ $v_B = 3,00$ m/s

Golf (m) $\rightarrow$ $v_G = ?$

$$E_{KB} = \frac{1}{2}(7)(3)^2 = 31,5\text{ J}$$

Sea la masa de la bola de golf = 0,1 kg

$\Rightarrow \quad E_{KG} = E_{KB} = 31,5$

$\Rightarrow \quad \dfrac{1}{2}(0,1)v_G^2 = 31,5 \quad \therefore \quad v_G = 25,1$ m/s

35. Un mecánico empuja un auto de 2 500 kg desde el reposo hasta una velocidad v, efectuando 5 000 J de trabajo en el proceso. Durante este tiempo, el auto se mueve 25,0 m. Ignore la fricción entre el auto y el camino, y encuentre: a) ¿cuál es la velocidad final, v, del auto? b) ¿Cuál es el valor de la fuerza horizontal ejercida sobre el auto?

35A. Un mecánico empuja un auto de masa m desde el reposo hasta una velocidad v, efectuando un trabajo W en el proceso. Durante este tiempo, el auto se mueve una distancia d. Ignore la fricción entre el auto y el camino, y encuentre a) ¿cuál es la velocidad final, v, del auto? b) ¿Cuál es el valor de la fuerza horizontal ejercida sobre el auto?

Resolución :

$v_F = ?$

Parte (a) $5\,000 = \dfrac{1}{2}(2\,500)\,v_F^2 \quad \Rightarrow \quad v_F = 2$ m/s

Parte (b) $v_F^2 = vi^2 + 2(a)(d) \quad \Rightarrow \quad a = \dfrac{2}{2(25)} = 0,04$ m/s²

Por lo tanto: $\quad W = F \times (d) \quad \Rightarrow \quad 5\,000\text{ J} = F\,(25,0\text{ m}) \quad \therefore \quad F = 200$ N

36. Un masa de 3,0 kg tiene una velocidad inicial $v_0 = (6,0\hat{i} - 2,0\hat{j})$ m/s. a) ¿Cuál es la energía cinética en este tiempo? b) Determine el cambio en su energía cinética si su velocidad cambia a $(8,0\hat{i} + 4,0\hat{j})$ m/s. (*Sugerencia*: Recuerde que $v^2 = v \cdot v$)

Resolución :

$\vec{V}_F = (8\hat{i} + 4\hat{j})$ m/s

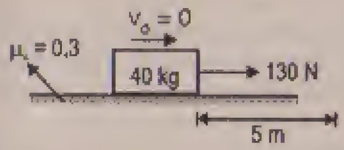
$\vec{V}_i = (6\hat{i} - 2\hat{j})$ m/s

Parte (a) $\quad E_{Ki} = \dfrac{1}{2}mv_i^2 = \dfrac{1}{2}(3)(6\hat{i} - 2\hat{j})(6\hat{i} - 2\hat{j}) = 60$ J

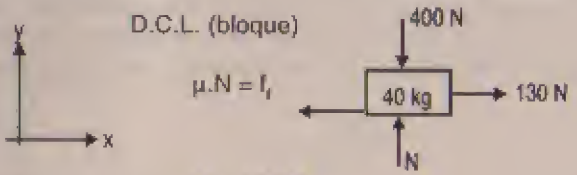
Parte (b) $\quad E_{Kf} = \dfrac{1}{2}mv_F^2 = \dfrac{1}{2}(3)(8\hat{i} + 4\hat{j})(8\hat{i} + 4\hat{j}) = 120$ J

37. Una caja de 40 kg inicialmente en reposo se empuja 5,0 m por un piso rugoso horizontal con una fuerza aplicada constante horizontal de 130 N. si el coeficiente de fricción entre la caja y el piso es 0,30, encuentre: a) el trabajo realizado por la fuerza aplicada, b) la energía cinética perdida debido a la fricción, c) el cambio en la energía cinética de la caja, y d) la velocidad final de la caja.

Resolución :37



Parte (a)



$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = 400\ N$

$\Sigma F_x = m.a \quad \Rightarrow \quad 130 - (0,3)(400) = 40a \qquad \therefore\ a = 0,25\ m/s^2$

$W_F = 130 \times (5) = 650\ J$

Parte (b) Energía perdida = $W_{Ff} = (-120)(5) - 600\ J$

Parte (c) $W_{total} = \Delta E_K \quad \Rightarrow \quad 650 - 600 = 5\ J = W_{total}$

Parte (d) $v_f^2 = v_i^2 + 2(a)(d)$

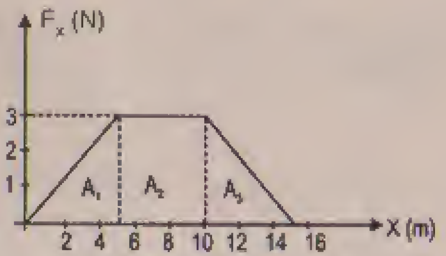
$\Rightarrow \quad v_f^2 = 2(0,25)(5) = \sqrt{2,5}$

$\therefore \quad v_f = 1,58\ m/s$

38. Una partícula de 4,0 kg se somete a una fuerza que varía con la posición, como se muestra en la figura P723. La partícula parte del reposo en x = 0. ¿Cuál es su velocidad en: a) x = 5,0 m, b) x = 10 m, y c) x = 15 m?

Resolución :

$m_p = 4\ kg$



Parte (a) $W_{(x=0 \to x=5)} = A_1 = \Delta E_K$

$\Rightarrow \quad \dfrac{5 \times 3}{2} = \dfrac{1}{2}(4)v_F^2 \qquad \therefore\ v_{F1} = 1,94\ m/s$

Parte (b) $W_{(x=5 \to x=10)} = A_2 = \Delta E_K$

$\Rightarrow \quad 5 \times 3 = \dfrac{1}{2}(4)[v_F^2 - (1,94)^2] \qquad \therefore\ v_{F2} = 3,36\ m/s$

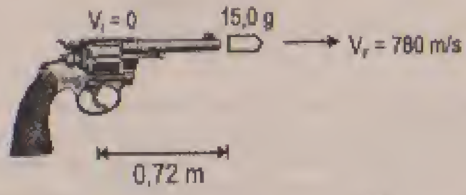
Parte (c) $W_{(x=10 \to x=15)} = A_3 = \Delta E_K$

$\Rightarrow \quad \dfrac{5 \times 3}{2} = \dfrac{1}{2}(4)\,[v_F^2 - (3,36)^2]$

$\therefore \quad v_{F3} = 3,88\ m/s$

39. Una bala de 15,0 g se acelera en el cañón de un rifle de 72,0 cm de largo hasta una velocidad de 780 m/s. Emplee el teorema del trabajo y la energía para encontrar la fuerza ejercida sobre la bala mientras se acelera.

Resolución :



Solución: $\quad W = \int F\,dx = \int m\dfrac{dv}{dt}dx = m\int_0^{780} v\,dv \qquad \dots(1)$

Cinemática: $\quad v_f^2 = v_i^2 + 2ad \quad \Rightarrow \quad a = \dfrac{(780)^2}{2\,(0,72)} \quad \dots(2)$

$\Rightarrow \quad W = \dfrac{0,015}{2}v^2\Big|_0^{780} = \dfrac{0,015}{2}\times(780)^2 = 4\ 563\ J$

Pero: $\quad F.(0,72) = 4,563 \quad \Rightarrow \quad F = 6\ 337,5\ N$

40. Una bala con una masa de 5,00 g y una velocidad de 600 m/s penetra un árbol hasta una distancia de 4,00 cm. a) Utilice consideraciones de energía para encontrar la fuerza de fricción promedio que detiene la bala. b) Suponga que la fuerza de fricción es constante y determine cuánto tiempo transcurre entre el momento en que la bala entra en el árbol y el momento en que se detiene.

40A. Una bala con una masa *m* y una velocidad *v* penetra un árbol hasta una distancia *d*. a) Utilice consideraciones de energía para encontrar la fuerza de fricción promedio que detiene la bala. b) Suponga que la fuerza de fricción es constante y determine cuánto tiempo transcurre entre el momento en que la bala entra en el árbol y el momento en que se detiene.

Resolución :

Parte (a) $W_f = \Delta E_K$

$$\Rightarrow \quad -f_f\,(0{,}04) = \frac{1}{2}(5\times 10^{-3})\,[v_f^2 - (600)^2]$$

$$\therefore \quad F_f = 22\,500\ \text{N}$$

Parte (b) $F_f = \text{cte} \Rightarrow a = \text{constante}$

Cinemática $v_f = v_i + at \Rightarrow 0 = 600 + (-45\times 10^5)\,.\,t \qquad \therefore\ t = 0{,}13\times 10^{-3}\ \text{s}$

Pero: $v_f^2 = v_i^2 + 2(a)(d) \Rightarrow \quad a = \dfrac{(600)^2}{2(0{,}04)} = -45\times 10^5\ \text{m/s}^2$

41. Un bloque de masa *m* cuelga del extremo de una cuerda y está conectado a un bloque de masa *M* por medio de un juego de poleas como el que se presenta en la figura P7.41. Utilizando consideraciones de energía, a) encuentre una expresión para la velocidad de *m* como una función de la distancia que ha descendido. Suponga que el bloque se encuentra inicialmente en reposo y que no hay fricción. b) Repita a) suponiendo fricción de deslizamiento (coeficiente μ_c) entre *M* y la mesa. c) Muestre que el resultado obtenido en b) se reduce en relación con el encontrado en a) en el límite cuando μ_c, tiende a cero.

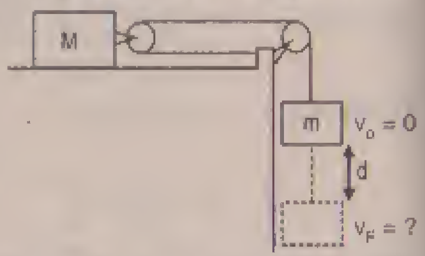
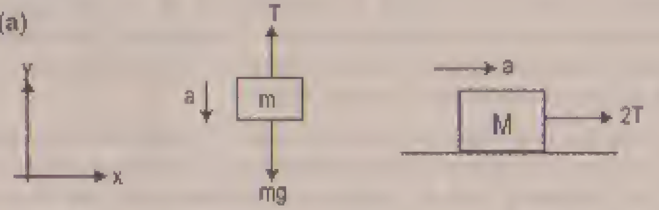


Figura P7.41

Resolución :

Parte (a)



Por segunda ley:

$$\left.\begin{aligned} 2T &= M.a \\ mg - T &= m(a) \end{aligned}\right\} \quad (+) \quad \Rightarrow a = \frac{2mg}{M+2m} \quad \therefore \quad T = \frac{M\,.\,mg}{M+2m}$$

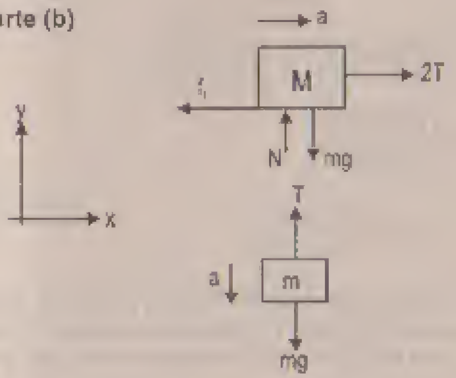
$$W_{(m)} = \Delta E_k$$

$$\Rightarrow \quad (mg - T)(d) = \frac{1}{2}m\,v_f^2 - \frac{1}{2}m\,v_i^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{2d(mg-T)}{m} = v_f^2 \ \ldots (1)$$

pero: $\quad T = \dfrac{Mmg}{M+2m}$

$$\Rightarrow \quad \frac{2d}{m}\left[mg - \frac{Mmg}{M+2m}\right] = v_F^2 \qquad \therefore \quad v_F = \sqrt[2]{\frac{mgd}{M+2m}}\ \ m/s$$

Parte (b)



$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = Mg$

$\Sigma F_x = M(a) \Rightarrow \quad 2T - f_f = M(a)$

$\therefore \quad 2T = \mu\,.\,mg + M(a) \quad \ldots (1)$

Además:

$mg - T = m(a)$

$\Rightarrow \quad T = mg - ma \quad \ldots (2)$

(2) en (1) desarrollando: $\quad T = \dfrac{Mmg\,(1+\mu)}{2m+M}$

Por el teorema del trabajo y la energía: $W_{total}\,(m) = \Delta E_k$

$$\Rightarrow \quad (mg - T)(d) = \frac{1}{2}m v_F^2$$

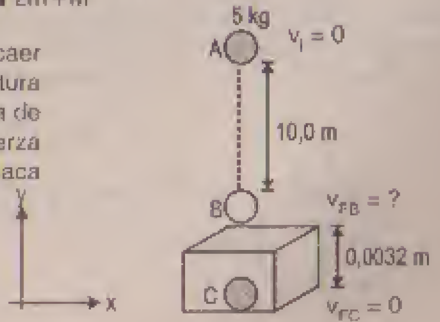
$$\Rightarrow \quad \left[mg - \left(\frac{Mmg\,(1+\mu)}{2m+M}\right)\right]d = \frac{1}{2}\,m\,v_f^2$$

Desarrollando: $\therefore \quad v_F = \sqrt{\dfrac{2\,(2mg - Mg\mu)\,d}{2m+M}}\ \ m/s$

Parte (c) Si $\mu \to 0$

$$v_{F(a)} = v_{F(b)} = \sqrt[2]{\frac{mg\,d}{2m+M}}\ \ m/s$$

42. Una bola de acero de 5,0 kg se deja caer sobre una placa de cobre desde una altura de 10,0 m. Si la bola deja una abolladura de 0,32 cm de profundidad, ¿cuál es la fuerza promedio ejercida sobre la bola por la placa durante el impacto?



Resolución :

Considerar: $g = 9{,}81\ m/s^2$

$$W_{A\to B} = \Delta E_k$$

$$\Rightarrow \quad mg(d) = \frac{1}{2}mv_{F_b}{}^2 \Rightarrow \quad v_{F_b} = \sqrt{2gd} = \sqrt{2(9{,}81)(10)}$$

$$\therefore \quad v_{F_b} = \sqrt{196{,}2} = 14 \text{ m/s}$$

$$W_{B\to C} = \Delta E_k$$

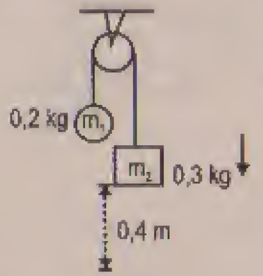
$$\Rightarrow \quad F_{prom}(d) = \frac{1}{2}mv_{F_C}{}^2 - \frac{1}{2}mv_{F_b}{}^2$$

$$\therefore \quad F_{prom} = \frac{-\frac{1}{2}mv_{FB}^2}{d} = \frac{-\frac{1}{2}(5)(196{,}2)}{0{,}0032}$$

$$\therefore \quad F_{prom} = 153{,}3 \text{ kN}$$

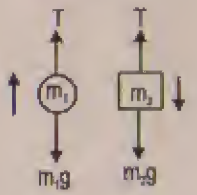
43. Una máquina de Atwood (Fig. 5.12) soporta masas de 0,20 kg y 0,30 kg. Las masas son mantenidas en reposo una al lado de la otra y después se sueltan. Si se ignora la fricción, ¿cuál es la velocidad de cada masa en el instante en el que ambas se han movido 0,40 m?

Resolución :



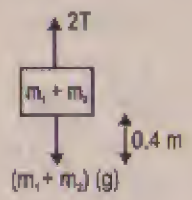
Considerar: $g = 9{,}81$ m/s²

Por segunda ley:



$$\left.\begin{aligned} T - m_1g &= m_1a \\ m_2g - T &= m_2a \end{aligned}\right\}(+) \qquad \therefore \quad \begin{aligned} a &= 0{,}2 \text{ m/s}^2 \\ T &= 2 \text{ N} \end{aligned}$$

$$W_{total} = \Delta E_k$$



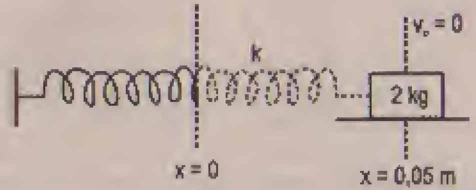
$$\Rightarrow \quad (m_1 + m_2)(g)(d) - 2T(d) = \frac{1}{2}V^2_{(m_1+m_2)}(m_1 + m_2)$$

$$\Rightarrow \quad (0{,}2 + 0{,}3)(9{,}81)(0{,}4) - 2(2)(0{,}4) = \frac{1}{2}(0{,}5)\,V^2$$

$$\therefore \quad V = 1{,}25 \text{ m/s}$$

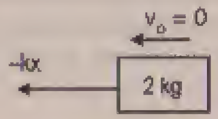
44. Un bloque de 2,0 kg está unido a un resorte de 500 N/m de constante de fuerza, como en la figura 7.8. El bloque se jala 5,0 cm a la derecha del equilibrio y se suelta desde el reposo. Encuentre la velocidad del bloque cuando pasa por el equilibrio si a) la superficie horizontal es sin fricción, y b) el coeficiente de fricción entre el bloque y la superficie es 0,35.

Resolución :



$k = 500$ N/m

Parte (a)



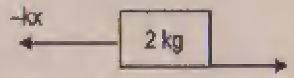
$g = 9{,}81$ m/s²

$$W_{bloque} = \Delta E_k$$

$$\Rightarrow \quad \int_{0,05}^{0} -kx\,dx = \int_0^{0,05}(500)\,x\,dx = \frac{1}{2}(2)v_f^2 - \frac{1}{2}v_o^2$$

$$\Rightarrow \quad 250x^2\Big|_0^{0,05} = v_f^2 \qquad \therefore \quad v_f = 0{,}79 \text{ m/s}$$

Parte (b)



$f_1 = (0{,}35)(2)(9{,}81) = 6{,}867$ N

$$W_{BLOQUE} = \Delta E_k$$

$$\Rightarrow \quad \int_{0,05}^{0} -kx\,dx - 6{,}867(0{,}05) = 250x^2\Big|_0^{0,05} - 0{,}34 = \frac{1}{2}(2)v_f^2$$

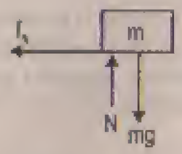
$$\Rightarrow \quad (0{,}625 - 0{,}34)(1) = v_f^2 \qquad \therefore \quad v_f = 0{,}534 \text{ m/s}$$

45. Un trineo de masa *m* sobre un estanque congelado es pateado, con lo que se le imparte una velocidad inicial v_i = 2 m/s. El coeficiente de fricción cinético entre el trineo y el hielo es $\mu_c = 0{,}10$. Utilice consideraciones de energía para encontrar la distancia que se mueve el trineo antes de detenerse.

Resolución :

$$W_{total} = \Delta E_k$$

$$-f_k\,(d) = -\frac{1}{2}(m)v_i^2 \qquad \dots (1)$$



$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = mg$$

$$\Sigma F_x = ma \Rightarrow -f_k = m(a) \Rightarrow -\mu_k\, mg = ma$$

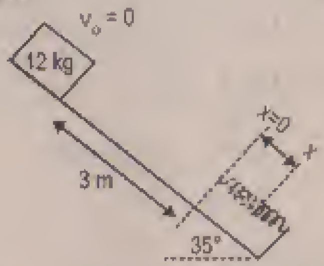
$$\therefore \quad a = -(0{,}10)(10) = -1\ m/s^2$$

Luego: de (1) $\quad -\mu_k\,(mg)(d) = -\dfrac{1}{2}mv_i^2$

$$\therefore \quad d = \frac{v_i^2}{2(g)(\mu_k)} = \frac{4}{2(10)(0{,}10)} = 2\ m$$

46. Un bloque de 12,0 kg de masa se desliza desde el reposo hacia abajo de una pendiente sin fricción de 35,0° y lo detiene un resorte rígido con k = 3,00 × 10⁴ N/m. El bloque se desliza 3,00 m desde el punto de partida hasta el punto donde queda en reposo contra el resorte. Cuando el bloque queda en reposo, ¿qué tanto se ha comprimido el resorte?

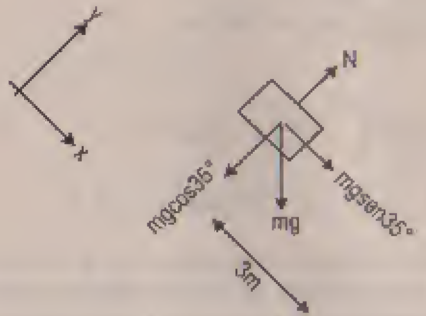
Resolución :



$k_R = 3 \times 10^4$ N/m

Considerar $\quad$ sen35° ≈ 0,584

$\quad$ cos35° ≈ 0,812



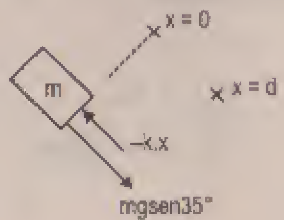
$$W_{peso} = \Delta E_k$$

$$(mg\ sen35°)(3) = \frac{1}{2}mv_{f_1}^2$$

$$\Rightarrow \quad v_{f1} = \sqrt{(2)(3)(10)(0{,}584)}$$

$$\therefore \quad v_{f1} = 5{,}92\ m/s$$

Luego:



$v_{f2} = 0$ reposo final

$$W_{total} = \Delta E_k$$

$$mgsen35°\ (d) + \int_0^d -3 \times 10^4\, x\, dx = \frac{1}{2}m\ v_{f_2}^2 - v_{f_1}^2 \Big|$$

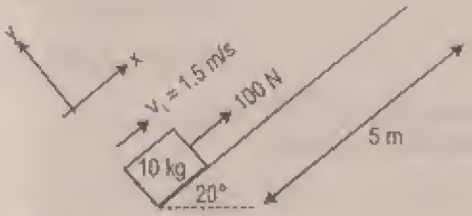
$$\Rightarrow \quad (12)(10)(0{,}584)(d) - 1{,}5 \times 10^4\,(d^2) = -\frac{1}{2}\,(12)(5{,}92)^2$$

Desarrollando la ecuación:

nos queda que la compresión del resorte es: 0,1306 m

47. Una caja de 10,0 kg de masa se jala hacia arriba de una pendiente con una velocidad inicial de 1,50 m/s. La fuerza con que se jala es de 100 N paralela a la pendiente, la cual forma un ángulo de 20,0° con la horizontal. El coeficiente de fricción cinético es 0,400, y la caja se jala 5,00 m. a) ¿Cuánto trabajo efectúa la gravedad? b) ¿Cuánta energía se pierde por la fricción? c) ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza de 100 N? d) ¿Cuál es el cambio en la energía cinética de la caja? e) ¿Cuál es la velocidad de la caja después de haberla jalado 5,00 m?

Resolución :



Dato: $\mu_k = 0{,}4 \quad g = 10\ m/s^2$

Considerar:

$\quad$ sen20° = 0,354

$\quad$ cos20° ≈ 0,935

Parte (a)

$$(-mgsen\theta)(d) = W_{peso}$$

$$\Rightarrow \quad -(10)(10)(0.354)(5) = W_{peso}$$

$$\therefore \quad W_{peso} = -177\ J$$

Parte (b) $\quad W_{fricción} = \Delta E_k$

$$-f_i\,(d) = \Delta E_k$$

$$\Rightarrow \quad (\mu_k)(N) = -\mu_k\,(mgcos20°) = -(0{,}4)(10)(10)(0{,}935)$$

$$\therefore \quad \Delta E_k = 37{,}4\ J$$

Parte (c) $\quad W_f = (100)(5) = 500\ J$

Parte (d) $\quad W_{total} = \Delta E_k$

$$W_F + W_{peso} + W_{fricción} = \Delta E_k \quad \Rightarrow \quad 500 - 177 - 37{,}4 = \Delta E_k$$

$$\therefore \quad \Delta E_k = 285{,}6 \text{ J}$$

Parte (e) $\quad \frac{1}{2} m\, v_f^2 - \frac{1}{2} m\, v_i^2 = 285{,}6$

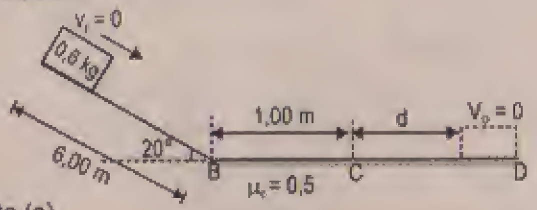
$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(10) v_f^2 - \frac{1}{2}(10)(1{,}5)^2 = 285{,}6$$

$$\Rightarrow \quad 5\, v_f^2 = 285{,}6 + 11{,}25$$

$$\therefore \quad v_f = 7{,}7 \text{ m/s}$$

48. Un bloque de 0,60 kg de masa se desliza 6,00 m descendiendo por una rampa sin fricción inclinada 20° con la horizontal. Luego se desplaza sobre una superficie horizontal rugosa donde $\mu_c = 0{,}50$. a) ¿Cuál es la velocidad del bloque al final de la pendiente? b) ¿Cuál es la velocidad después de moverse 1,00 m sobre la superficie rugosa? c) ¿Qué distancia viaja sobre la superficie horizontal antes de detenerse?

Resolución :



Considerar:

sen20° = 0,354

Parte (a)

$$W_{peso} = \Delta E_k$$

$$\Rightarrow \quad mg\text{sen}20° \,(d) = \frac{1}{2} m\, v_f^2 - \frac{1}{2} m\, v_i^2$$

$$\Rightarrow \quad (10)(0{,}354)(6) = \frac{1}{2} v_f^2 \qquad \therefore \quad v_B = 6{,}52 \text{ m/s}$$

Parte (b) $\quad W_{total} = \Delta E_k$

$$\Rightarrow \quad W_{f} = \Delta E_k$$

$$\Rightarrow \quad -(\mu_k)(N)(d) = -(0{,}5)(0{,}6)(10)(1) = \frac{1}{2} m v_C^2 - \frac{1}{2} m\, V_B^2$$

$$\Rightarrow \quad -(0.5)(10) + \frac{1}{2}(6{,}52)^2 = \frac{1}{2} v_C^2$$

$$\therefore \quad v_C = 5{,}702 \text{ m/s}$$

Parte (c) $\quad W_{total} = W_f = \Delta E_k$

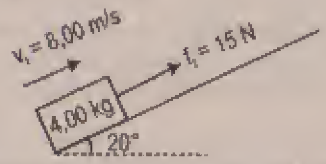
$$\Rightarrow \quad -\mu_k \cdot N\,(d_{total}) = \frac{1}{2} m v_D^2 - \frac{1}{2} m\, v_B^2$$

$$\Rightarrow \quad -(0{,}5)(10)(1 + d) = \frac{1}{2}(0) - \frac{1}{2}(6{,}52)^2$$

$$\therefore \quad Hd = d_{total} = \frac{(6{,}52)^2}{2(10)(0{,}5)} = 4{,}25 \text{ m}$$

49. A un bloque de 4,00 kg se le da una velocidad inicial de 8,00 m/s en el pie de una pendiente a 20,0°. La fuerza de la fricción que retarda su movimiento es de 15,0 N. a) Si el bloque se desplaza hacia arriba de la pendiente, ¿qué distancia se mueve antes de detenerse? b) ¿Deslizará hacia abajo por la pendiente?

Resolución :



Considerar:

sen20° = 0,354
g = 10 m/s²

Parte (a)

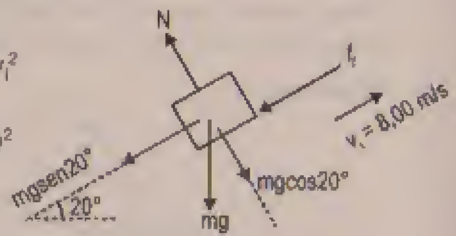
$$W_{total} = \Delta E_K$$

$$\Rightarrow \quad -f_r(d) - mg\text{sen}20(d) = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$\Rightarrow \quad -15d - (4)(10)(0{,}354)(d) = -\frac{1}{2}(4)(8)^2$$

$$-29{,}16\, d = -128$$

$$\therefore \quad d = 4{,}39 \text{ m}$$



Parte (b)

Para que deslice hacia abajo se tiene que cumplir que la fuerza del peso (componente) > fuerza de fricción.

Sabemos: $\quad F_{fricción} = 15$ N

$$F_{peso} = (4)(10)(0{,}354) = 14{,}16$$

$F_{peso} < F_{fricción} \quad \Rightarrow$ El bloque no desliza hacia abajo

50. Una fuerza neta que varía en el tiempo actúa sobre una partícula de 4,0 kg y produce en ésta un desplazamiento dado por $x = 2{,}0t - 3{,}0t^2 + 1{,}0t^3$, donde x está en metros y t en segundos. Encuentre el trabajo realizado sobre la partícula durante los primeros 3,0 s de movimiento.

Resolución :

$$m_p = 4 \text{ kg} \quad ; \qquad x(t) = (2t - 3t^2 + t^3) \text{ m}$$

$W = \int F\,dx$

Sabemos que: $V(t) = \dfrac{dx}{dt} = (2 - 6t + 3t^2)$ m/s

Además: $a(t) = \dfrac{dv}{dt} = (-6 + 6t)$ m/s²

$$\Rightarrow \quad W = \int m\frac{dv}{dt}dx = 4\int_0^3 (6t-6)(3t^2-6t+2)dt$$

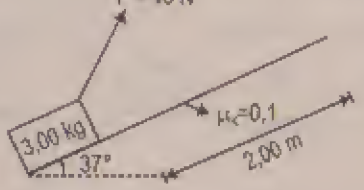
$$\Rightarrow \quad W = 4\int_0^3 (18t^3 - 54t^2 + 48t - 12)dt$$

Luego: $$W = \frac{72}{4}t^4 - \frac{216}{3}t^3 + \frac{192}{2}t^2 - 48t\Big|_0^3$$

$W = 18(3)^4 - 72(3)^3 + 96(3)^2 - 48(3)$ $\quad\therefore\quad$ $W = 1\,530$ J

51. Un bloque de 3,00 kg se mueve hacia arriba de una pendiente de 37,0° bajo la acción de una fuerza horizontal constante de 40,0 N. El coeficiente de fricción cinética es 0,100, y el bloque se desplaza 2,00 m hacia arriba por la pendiente. Calcule: a) el trabajo hecho por la fuerza de 40,0 N, b) el trabajo realizado por la gravedad, c) la energía que se pierde por la fricción y d) el cambio en la energía cinética del bloque (Sugerencia: La fuerza aplicada no es paralela a la pendiente.)

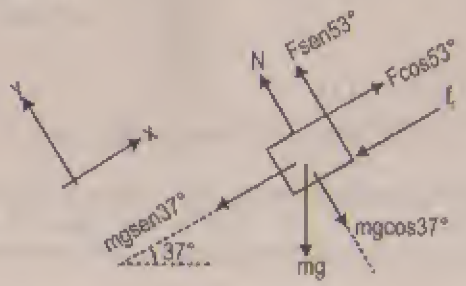
Resolución :



Considerar:

$g = 9{,}81$ m/s²

Parte (a)



$W_{fuerza} = F\cos 53° \times (d)$

$\Rightarrow \quad (40)(0{,}6)(2) = 48$

$\therefore \quad W_{F_x} = 48$ J y $W_{F_y} = 0$

Parte (b) $W_{peso} = -mg\,sen37 \times d$

$\Rightarrow \quad -(3)(9{,}81)(0{,}6)(2) = -36 \quad\therefore\quad W_{peso} = -35{,}4$ J

Parte (c) $W_{fricción} = \Delta E_k$

$\Rightarrow \quad W_{fricción} = -f_r \times d = -m_k\,(N)(d) = -(0{,}1)(2)(mg\cos 37° - F\,sen53°)$

$\Rightarrow \quad -(0{,}1)(2)\,[30(0{,}8) - 40(0{,}8)] = 1.6 = W_{fricción}$

$\therefore \quad \Delta E_k = 1{,}6$ J

Parte (d) $W_{total} = \Delta E_k$

$\Rightarrow \quad W_{peso} + W_f + W_{fricción} = 48 - 36 + 1{,}6 =$

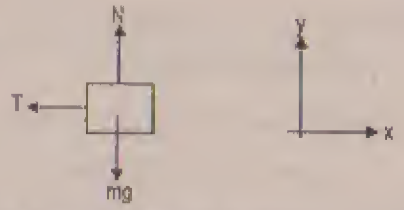
$\therefore \quad \Delta E_t = 13{,}2$ J

52. Un bloque de 4,0 kg unido a una cuerda de 2,0 m de largo gira en un círculo sobre una superficie horizontal. a) Si la superficie es sin fricción, identifique todas las fuerzas sobre el bloque y demuestre que el trabajo efectuado por cada fuerza es cero para cualquier desplazamiento del bloque. b) si el coeficiente de fricción entre el bloque y la superficie es 0,25, encuentre la energía perdida por la fricción en cada revolución.

Resolución :

Parte (a)

D.C.L. (m)



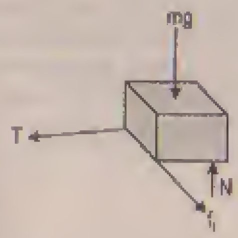
$W_T = 0$

Ya que T es al desplazamiento S = R.θ

$W_N = W_{mg} = 0$

Ya que ambas fuerzas son ⊥ al desplazamiento.

Parte (b)



$\mu_k = 0{,}25$

R = 2 m

Sabemos que:

$S = R.\theta \quad\Rightarrow\quad ds = R.d\theta$

$W_{fricción} = \Delta E_k$

$$\Rightarrow \quad W_{fricción} = \int_0^{2\pi} \mu_k\,.\,(mg)\,Rd\theta$$

$$\Rightarrow \quad -2(4)(10)(0,25)\int_0^{2\pi} d\theta = (-2)(40)(0,25)(2\pi)$$

$$\therefore \quad \Delta E_k = 125,6 \text{ J}$$

POTENCIA

53. Un marino de 700 N en un entrenamiento básico sube por una cuerda vertical de 10,0 m a una velocidad constante en 8,00 s. ¿Cuál es su potencia de salida?

Resolución :

$W_M = 700$ N

$L_C = 10,0$ m

$t_{total} = 8,00$ s

$$P = \frac{W}{t} = \frac{W_M \times Lc}{t} = \frac{700\times 10}{8} = \frac{7\,000}{8} = 875 \text{ watts}$$

54. Fluye agua sobre un tramo de las Cataratas del Niágara a razón de $1,2 \times 10^6$ kg/s y cae 50 m. ¿Cuántos focos de 60 W pueden encenderse con esta potencia?

Resolución :

$P = F.v = (1,2 \times 10^6 \text{ kg})\ (10 \text{ m/s}^2)(v)$

$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(10)(50)} = 31,62$ m/s

$\Rightarrow \quad P = (1,2 \times 10^6 \text{ kg})\ (10 \text{ m/s}^2)\ (31,62 \text{ m/s}) = 37,94 \times 10^7$ watt

Si: En 1 foco ——— 60 watt

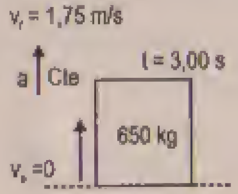
Cuántos: x focos ——— $37,94 \times 10^7$ watt

$$\therefore \quad x = \frac{37,94}{6} \times 10^6 \text{ watt} = 6,32 \times 10^6 \text{ focos}$$

55. Un elevador de 650 kg empieza a moverse desde el reposo. Si se desplaza hacia arriba durante 3,00 s con aceleración constante hasta que alcanza una velocidad de crucero de 1,75 m/s, a) ¿cuál es la potencia promedio del motor del elevador durante este período? b) ¿Cómo se compara esta potencia con la potencia ejercida mientras se mueve a su velocidad de crucero?

Resolución :

$v_f = 1,75$ m/s



Parte (a) Potencia = F.v =

Sabemos que: $a = \dfrac{v_f - v_i}{t} = \dfrac{1,75}{3} = 58,3 \text{ m/s}^2$

$\Rightarrow \quad F - (650 \text{ kg})(10) = (65a)(58,3) \quad \Rightarrow \quad F = 44\,395 \text{ N} = 7,92 \text{ hp}$

Cinemática: $\quad v_f^2 = v_i^2 + 2ad$

$\Rightarrow \quad (1,75)^2 = 0 + 2(58,3)(d) \quad \therefore \quad d = 0,026$ m

Luego: $\quad P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{44\,395\times(0,026)}{3,00 \text{ s}} = 384,76$ watts

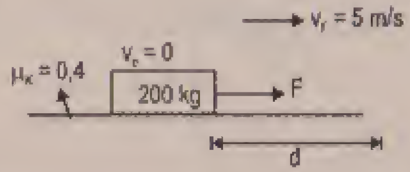
Parte (b) $F - mg = m(a) = 0 \quad \Rightarrow \quad F = (650 \text{ kg})(10 \text{ m/s}^2) = 6\,500 \text{ N} \equiv 14,9$ hp

Entonces: Potencia = F.v = $6\,500 \times (1,75) = 11,375$ watts

Esta potencia es aproximadamente 30 veces la potencia anterior.

56. Un motor jala una caja de 200 kg por una superficie plana. Si el coeficiente de fricción entre la caja y la superficie es 0,40, a) ¿cuánta potencia debe entregar el motor para mover la caja a 5,0 m/s? b) ¿Cuánto trabajo efectúa el motor en 3,0 min?

Resolución :



3 min <> 180 s

Parte (b)

Cinemática: $\quad F - f_r = m(a) = 200\ (0,03)$

$$\Rightarrow \quad F = \mu_k \,.\, N + ma = m_k\, \mu g + m\frac{v_F}{t} = (0,4)(2\,000) + \frac{200(5)}{180}$$

$$\therefore \quad F = 805,6 \text{ N}$$

Luego: $$W = F \times d = 805,6\left[\frac{v_F^2}{2a}\right] = \frac{805,6}{2(0,03)} \times 25 = 33\,566,7 \text{ J}$$

Parte (a) $$\text{Potencia} = \frac{W_{total}}{t} = \frac{W_{fricción} + W_F}{t}$$

$W_{fricción} = -(0,4)(200)(10)(416,67) = -333\,333,3$ J

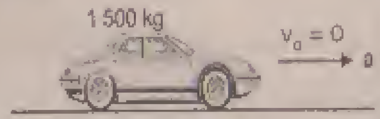
$W_{fuerza} = 33\,566,7$ J

$$\Rightarrow \quad \text{Potencia} = \frac{33\,566,7 - 333\,333,3}{180} = -1\,665,4 \text{ watts}$$

57. Un auto de 1 500 kg acelera uniformemente desde el reposo hasta 10 m/s en 3,0 s. Encuentre: a) el trabajo efectuado sobre el auto en este tiempo, b) la potencia promedio entregada por el motor en los primeros 3,0 s, y c) la potencia instantánea entregada por el motor en t = 2,0 s.

57-A. Un auto de masa *m* acelera uniformemente desde el reposo hasta una velocidad v en un tiempo *t*. Encuentre a) el trabajo efectuado sobre el auto en este tiempo, b) la potencia promedio entregada por el motor durante este tiempo, y c) la potencia instantánea entregada por el motor durante este tiempo, y c) la potencia instantánea entregada por el motor en un tiempo menor que *t*, ignorando el arrastre.

Resolución :



$v_f = 10$ m/s

t = 3 s

Parte (a)

$$F = (1500\ kg)(a) = 1500\left(\frac{v_f - v_i}{t}\right) = 1\,500\left(\frac{10}{3}\right) = 5\,000\ N$$

$$\Rightarrow \quad \text{Por cinemática: } d = \frac{v_f^2}{2a} = \frac{100}{2(10)}\times 3 = 15\ m$$

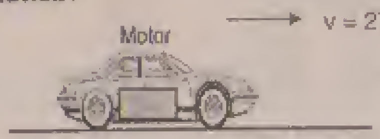
Trabajo: $W_{fuerza} = 5\,000 \times (15) = 75\,000\ J = 7{,}5 \times 10^4\ J$

Parte (b) $\text{Potencia} = \dfrac{W}{t} = \dfrac{75\,000}{3} = 25\,000 \text{ watts} = 2{,}5 \times 10^4 \text{ watts}$

Parte (c) $\text{Potencia} = \dfrac{W}{t} = \dfrac{75\,000}{2} = 37\,500 \text{ watts} = 3{,}75 \times 10^4 \text{ watts}$

58. Cierto motor de automóvil entrega 30,0 cp ($2{,}24 \times 10^4$ W) a sus ruedas cuando se mueve a 27,0 m/s (60 mi/h). ¿Cuál es la fuerza resistiva que actúa sobre el automóvil a esa velocidad?

Resolución :



$P_{motor} = 2{,}24 \times 10^4$ watts

Sabemos que: P = F.v

$$\Rightarrow \quad F = \frac{P}{v} = \frac{2{,}24\times 10^4}{27} = 0{,}083 \times 10^4 \qquad \therefore \quad F = 830\ N$$

59. Un motor fuera de borda impulsa un bote a través del agua a 10,0 mi/h. EL agua se opone al movimiento hacia adelante del bote con una fuerza de 15,0 lb. ¿Cuánta potencia se entrega a través de la hélice?

Resolución :59

Sabemos que: 1 milla = 1 609 m; 1 libra = 0,446 kg

Dato: v = 10 m/h; F = 15 lb

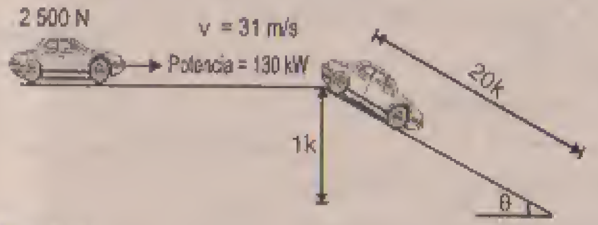
Potencia = F.v

$$\Rightarrow \quad \text{Potencia} = 15\ lb \times \frac{0{,}446\ kg}{1\ lb}\times 10\ \frac{mi}{h}\times\frac{1h}{3\,600\ s}\times\frac{1\,609\ m}{1\ mi}$$

$$\text{Potencia} = 29{,}9\ kg\ .\ \frac{m}{s}\times 10\ \frac{m}{s^2} = 299 \text{ watts}$$

60. Un carro de 2 500 N de peso que opera a una tasa de 130 kW desarrolla una velocidad máxima de 31 m/s sobre un camino horizontal plano. Si se considera que la fuerza resistiva (debida a la fricción y a la resistencia del aire) permanece constante. a) ¿cuál es la máxima velocidad del carro sobre una pendiente de 1 en 20 (es decir, si θ es ángulo de la pendiente con la horizontal, sen θ = 1/20)? b) ¿Cuál es la potencia de salida sobre una pendiente de 1 en 10 si el auto viaja a 10 m/s?

Resolución :



senθ = 1/20

Parte (a)

Sabemos que potencia = 130×10^3 W = F × 31

$\therefore \quad F = 42 \times 10^2 = 4\,200$ N

Entonces:

masa del carro = 250 kg

senθ = 1/20

Por segunda ley:

$$F + mg\,sen\theta = ma \quad \Rightarrow \quad 4\,200 + 2\,500\left(\frac{1}{20}\right) = 250a$$

$$\therefore \quad a = 17{,}3\ m/s^2$$

Por cinemática:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2(a)(d) \quad \Rightarrow \quad v_f^2 = (31)^2 + 2(17,3)(20)$$

$$\therefore \quad v_f = 40,66 \text{ m/s}$$

Parte (b)

$\operatorname{sen}\theta = 1/10$

$$\Rightarrow \quad F + mg\operatorname{sen}\theta = ma \quad \Rightarrow \quad 4\,200 + 2\,500\left(\frac{1}{10}\right) = 250(a)$$

$$\therefore \quad a = 17,8 \text{ m/s}^2$$

luego: Potencia $= F_{total} \cdot v = 4\,450\,(10) = 445\,000$ watts

61. Si un caballo puede mantener un 1,0 cp de salida durante 2,0 h, ¿cuántos bultos de guijarros de 70,0 kg puede levantar (vía cierto arreglo de poleas) hasta el techo de una casa de 8,0 m de altura, suponiendo una eficiencia de 70%?

Resolución:

1 cp = 746 watts

$$\Rightarrow \quad 746 = \frac{W}{2h \times \dfrac{3\,600\text{ s}}{1\text{ h}}} \quad \Rightarrow \quad W = 5,4 \times 10^6 \text{ J}$$

Luego: Si: 100% —— $5,4 \times 10^6$ J

70% —— x $\quad \Rightarrow \quad x = 3,78 \times 10^6$ J

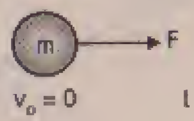
entonces: $W_{total} = m.gh = (70 \times n_{guijarros})(9,81)(8,0)$

$$\Rightarrow \quad 3,78 \times 10^6 = 70 \times n_{guijarros} \times (9,81)(8,0)$$

$$\therefore \quad n_{guijarros} = 685$$

62. Una fuerza **F** actúa sobre una partícula de masa *m*. La partícula parte del reposo en t = 0. a) Demuestre que la potencia instantánea entregada por la fuerza en cualquier tiempo *t* es (F^2/m) t. b) Si F = 20 N y *m* = 5,00 kg, ¿cuál es la potencia entregada en *t* = 3,00 s?

Resolución:



Parte (a)

Por demostrar:

$$\text{potencia} = \left(\frac{F^2}{m}\right)t = \left(\frac{F}{m}\right)Ft$$

Por cinemática: $\quad v = v_o + a.t \quad \Rightarrow \quad v = at = \dfrac{F}{m}t \quad \ldots (1)$

Sabemos que: $\quad P = F.v \quad \Rightarrow \quad \text{Potencia} = F\left(\dfrac{F}{m}\right)t$

$$\therefore \quad \text{Potencia} = \frac{F^2}{m} \cdot t \qquad \text{l.q.q.d.}$$

Parte (b) $\quad F = 20,0$ N ; m = 5,00 kg ; t = 3,00 s

$$\text{Potencia} = \frac{F^2}{m} \cdot t = \frac{(20,0)^2}{5,0} \times (3,00)$$

$$\therefore \quad \text{Potencia} = 240 \text{ watts}$$

ENERGÍA Y AUTOMÓVILES

63. Los caballos de potencia necesarios para mantener en movimiento un auto aerodinámico de 1 500 kg de masa a 30,0 mi/h son aproximadamente 10,0 cp. Si se considera que la fuerza retardadora total debida a la fricción, la resistencia del aire, etcétera, es proporcional al cuadrado de la velocidad del auto, ¿cuántos caballos de potencia se necesitan para mantener el auto a 60,0 mi/h?

Resolución:

$M_{auto} = 1\,500$ kg $\quad$ 10 cp = 7 460 watts

v = 30 mi/h ≈ 13,41 m/s

Sabemos que: $\quad 7\,460 = F_{total} \cdot v$

$$\Rightarrow \quad \frac{7\,460}{13,41} = F_{total} \quad \therefore \quad F_{total} = 556,3 \text{ N}$$

A: $\quad v = 60$ mi/h ≈ 26,82 m/s

Potencia $= F_{total} \times v \quad \ldots (1)$

Por dato: $\quad F_{total} = kv^2$

$$\Rightarrow \quad 556,3 = k\,(13,41)^2 \quad \therefore \quad k = 3,1 \text{ N/m}^2$$

luego: $\quad F_{total} = 3,1\,v^2$

$\Rightarrow$ De (1): $\quad$ Potencia $= (3,1)(26,82)^2\,[26,82]$

$\text{Potencia}_{(60\text{ mi/h})} = 59\,805,1$ watts

Si en: $\quad$ 1 cp —— 746 watts

x cp —— 59 805,1 watts $\quad \therefore \quad x = 80$ cp

64. Un carro de pasajeros que transporta dos personas tiene una economía de combustible de 25 mi/gal. Recorre 3 000 millas. Un avión jet que hace el mismo viaje con 150 pasajeros tiene una economía de combustible de 1,0 mi/gal. Compare el combustible consumido por pasajero para las dos formas de transporte.

Resolución :

En el primer carro cada persona consume: $\dfrac{3\,000\text{ mi}}{25\text{ mi/gal}} = \dfrac{120}{2}$ galones

$\therefore$ Consume: 60 galones

En el segundo se consume: $\dfrac{3\,000\text{ mi}}{1\text{ mi/gal}} = 3\,000$ galones

$\therefore$ Cada persona consume: $\dfrac{3\,000}{150} = 20$ galones

65. Un auto compacto de 900 kg de masa tiene una eficiencia de motor total de 15% (Es decir, 15% de la energía suministrada por el combustible se transforma en la energía cinética del auto). a) Si un galón de gasolina proporciona $1{,}34 \times 10^8$ J de energía, encuentre la cantidad de gasolina consumida al acelerar el auto desde el reposo hasta 55 mph. b) ¿Cuántas aceleraciones de este tipo proporcionará un galón? c) Se afirma que el auto ofrece un rendimiento de combustible de 38 mi/gal a 55 mph. ¿Cuál es la potencia entregada a las ruedas (para superar la fricción) cuando el auto se conduce a esta velocidad?

Resolución :

Dato:

15% energía del comb. = E_k

55 mph ≡ 0,0153 m/s

$$E_{k\ \text{consume}} = \frac{1}{2}(900)(0{,}0153)^2 = 0{,}1053\ \text{J}$$

Sabemos que: 100% —— $1{,}34 \times 10^8$ J
15% —— x $\therefore$ x = 2×10^7 J/galón)

$$\Rightarrow \quad \frac{0{,}1053\ \text{J}}{2\times10^7\ \text{J/galon}} = 0{,}053 \times 10^{-7}\ \text{galones}$$

Parte (b) a = 73,8 aceleraciones

Parte (c) 38 mi /galón ≈ 38(1 609) = 61 142 m/galón

55 m/h = 0,0153 m/s

$$\frac{0{,}0153}{61\,142} = 2 \times 10^{-7}\ \text{gal/s}$$

Luego: Potencia = 2×10^7 gal/s × 2×10^7 J/galón = 4 watts

66. Suponga que el auto vacío descrito en la tabla 7.3 tiene una economía de combustible de 6,40 km/litro (15 mi/gal) cuando viaja a 26,8 m/s (60 mi/h). Suponiendo una eficiencia constante, determine la economía de combustible del auto si la masa total de los pasajeros más la del conductor es 350 kg.

Resolución :

15 mi/gal 60 mi/hora

$$\Rightarrow \quad \frac{60}{15} = 4\ \text{gal/hora}$$

$$E_k = \frac{1}{2}(350)(26{,}8)^2 = 125\,692\ \text{joules}$$

$$\Rightarrow \quad \text{Potencia} = \frac{125\,692\ \text{J/gal}\times 4\ \text{gal/h}}{3{,}6\times10^3\ \text{s/h}} = 139{,}66\ \text{watts}$$

67. Cuando se instala un acondicionador de aire al auto descrito en el problema 66, la potencia de salida adicional que se requiere para operar dicho aparato es de 1,54 kW. Si la economía de combustible es 6,40 km/litro sin el acondicionador de aire, ¿cuál es ésta cuando el acondicionador se encuentra en operación?

Resolución :

$M_{carro} = 350$ kg

Cuando el carro está en operación, sin el aire acondicionado se consume:

4 galones/hora, cuando viaja a 60 mi/hora

energía adicional de salida = 1 540 J/s ≡ 1 540 × 3 600 J/hora = $5\,544 \times 10^3$ J/h

$\Rightarrow$ F.v = $5\,554 \times 10^3$ N.m/h $\Rightarrow$ F = 57,5 N

Pero F.d = $5\,544 \times 10^3$ $\Rightarrow$ d = 96,32 km/h

En consecuencia: $0{,}042\ \text{km/G}\ \dfrac{1\ \text{gal}}{4\ \text{L}} = 5{,}9$ km/L

ENERGÍA CINÉTICA A ALTAS VELOCIDADES

68. Un electrón se mueve con una velocidad de 0,995 c. a) ¿Cuál es su energía cinética? b) Si se utiliza la expresión clásica para calcular su energía cinética, ¿qué porcentaje de error resultaría?

Resolución :

$v_{e-} = 0{,}995$ c considerar: $c = 3 \times 10^8$ m/s
$m_{e-} = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg

Por condición:

$$E_k = m.c^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1\right] = (9{,}1\times10^{-31})(3\times10^8)^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-(0{,}995)^2}} - 1\right]$$

$$E_k = 81{,}9 \times 10^{15}\left(\frac{1}{0{,}1} - 1\right) = 9 \times (81{,}9) \times 10^{-15}$$

$$\therefore \quad E_k = 737 \times 10^{-15}\,\text{joules}$$

Parte (b)

$$E_k' = \frac{1}{2}m_{e-}\,v_e^2 = \frac{1}{2}(9{,}1 \times 10^{-31})(0{,}995)^2\,(3 \times 10^8)^2$$

$$\Rightarrow \quad E_k = 450{,}5 \times 10^{-15} \times 9 \times 10^{-12} \approx 4\,054 \times 10^{-17}\,\text{joules}$$

$$\frac{4\,054 \times 10^{-17}}{737 \times 10^{-15}} \times 100\% = 5{,}5\%\ \text{de error}$$

69. Un protón en un acelerador de alta energía se mueve con una velocidad igual a c/2. Con el teorema del trabajo y la energía determine el trabajo requerido para aumentar su velocidad a, a) 0,75 c, b) 0,995 c.

Resolución:

$v_{e-} = c/2 \qquad c = 3 \times 10^8$ m/s

$m_{e-} = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg

Parte (a) $v_i = 0{,}5\,c \qquad v_f = 0{,}75\,c$

$W = \Delta E_k$

$$\Rightarrow \quad W = m.c^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_f}{c}\right)^2}} - 1\right] - mc^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_i}{c}\right)^2}} - 1\right]$$

Entonces:

Reemplazando: $W = (9{,}1 \times 10^{-31})(3 \times 10^8)^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-(0{,}75)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-(0{,}5)^2}}\right]$

$$\therefore \quad W = 5{,}37 \times 10^{-11}\ \text{J}$$

Parte (b) $v_i = 0.5\,c \qquad v_f = 0.995\,c$

$W = \Delta E_k$

$$\Rightarrow \quad W = mc^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-(0{,}995)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-(0.5)^2}}\right]$$

$$\Rightarrow \quad W = (9{,}1 \times 10^{-31})(3 \times 10^8)^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-(0{,}995)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-(0{,}5)^2}}\right]$$

$$\therefore \quad W = 1{,}33 \times 10^{-9}\ \text{J}$$

PROBLEMAS ADICIONALES

70. Las moléculas diatómicas ejercen fuerzas atractivas entre sí a grandes distancias y fuerzas repulsivas a cortas distancias. Para muchas moléculas la ley de Lennard-Jones es una buena aproximación a la magnitud de las fuerzas intermoleculares:

$$F = F_0\left[2\left(\frac{\sigma}{r}\right)^{13} - \left(\frac{\sigma}{r}\right)^7\right]$$

donde r es la distancia de centro a centro entre los átomos en la molécula, σ es un parámetro de la longitud y F_0 es la fuerza cuando $r = \sigma$. Para una molécula de oxígeno, $F_0 = 9{,}6 \times 10^{-11}$ N y $\sigma = 3{,}5 \times 10^{-10}$ m. Determine el trabajo realizado por esta fuerza de $r = 4{,}0 \times 10^{-10}$ m a $r = 9{,}0 \times 10^{-10}$ m.

Resolución:

Dato: $F_0 = 9{,}6 \times 10^{-11}$ N $\qquad \sigma = 3{,}5 \times 10^{-10}$ m

$\Delta r = r_f - r_i = 9{,}0 \times 10^{-10} - 4{,}0 \times 10^{-10} = 5{,}0 \times 10^{-10}$ m

$$\Rightarrow \quad F = F\left[2\left(\frac{\sigma}{\Delta r}\right)^{13} - \left(\frac{\sigma}{\Delta r}\right)^7\right]$$

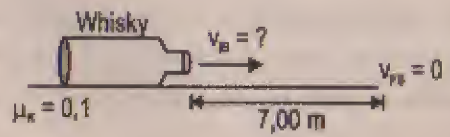
$$\Rightarrow \quad F = (9{,}6 \times 10^{-11})\left[2\left(\frac{3{,}5 \times 10^{-10}}{5{,}0 \times 10^{-10}}\right)^{13} - \left(\frac{3{,}5 \times 10^{-10}}{5{,}0 \times 10^{-10}}\right)^7\right]$$

$$\therefore \quad F = 9{,}6 \times 10^{-11}\,[(0{,}7)^{13}(2) - (0{,}7)^7] = -9{,}6 \times 10^{-11}\,(0{,}06)$$

$$\Rightarrow \quad W = -(0{,}06)(9{,}6 \times 10^{-11})\,(5{,}0 \times 10^{-10}) = -2{,}9 \times 10^{-21}\ \text{J}$$

71. Si una cantinera hace deslizar una botella de whisky sobre una barra horizontal al enviársela a un cliente a 7,0 m de distancia. ¿Con qué velocidad suelta la botella si el coeficiente de fricción de deslizamiento es 0,10 y la botella se detiene frente al cliente?

Resolución:



$W = \Delta E_k$

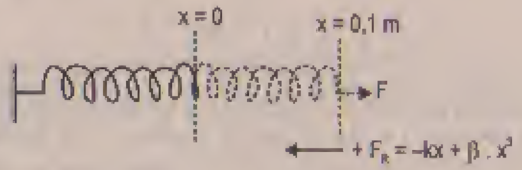
$$\Rightarrow \quad -f_f\,(d) = -\frac{1}{2} m\, v_{ib}^2 \quad \Rightarrow \quad -(\mu_k)\,(mg)(d) = -\frac{1}{2} m v_{ib}^2$$

$$\therefore \quad v_{ib} = \sqrt{2\,\mu_k\, g d} = \sqrt{2(0{,}1)(10)(7)}$$

Entonces: $\quad v_{i\,botella} = 3{,}742$ m/s

72. Cuando se extiende un resorte hasta cerca de su límite elástico, su fuerza satisface la ecuación $F = -kx + \beta x^3$. Si $k = 10$ N/m y $\beta = 100$ N/m^3, calcule el trabajo efectuado por esta fuerza cuando el resorte se alarga 0,10 m.

Resolución :



Dato: $\quad k = 10$ N/m $\;b = 100$ N/m^3

$$W_R = \int F_R\, dx = \int_0^{0{,}1} \left(-10x + 100x^3\right) dx$$

$$\Rightarrow \quad W_R = -5x^2 \Big|_0^{0{,}1} + 25x^4 \Big|_0^{0{,}1} = -0{,}05 + 0{,}0025$$

$$\therefore \quad W_R = -0{,}0475 \text{ J}$$

73. Una partícula de masa *m* se mueve con aceleración constante **a**. si el vector de posición y la velocidad iniciales de la partícula son $\mathbf{r}_o$ y $\mathbf{v}_o$, respectivamente, muestre que su rapidez *v* en cualquier instante satisface la ecuación

$$v^2 = v_o^2 + 2a\,(r - r_o)$$

donde **r** es el vector de posición de la partícula en ese mismo tiempo.

Resolución :

Por demostrar: $\quad \boxed{v^2 = v_o + 2a\,(r - r_o)} \quad r_o,\, v_o,\, a = $ dato

Por cinemática: $\quad r(t) = r_o + v_o . t + \frac{1}{2} at^2$

Además: $\quad W = F\,.\,d = ma\,(r - r_o) = \frac{1}{2} m\, v_f^2 - \frac{1}{2} m\, v_o^2$

$$\therefore \quad 2a\,(r - r_o) + v_o^2 = v_f^2 = v^2 \qquad \text{l.q.q.d.}$$

74. La dirección de un vector arbitrario A puede especificarse por completo con los ángulos α, β, γ que el vector forma con los ejes *x*,*y* y *z*, respectivamente. Si $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$, a) encuentre expresiones para $\cos\alpha$, $\cos\beta$ y $\cos\gamma$ (éstos se conocen como los *cosenos directores)* y b) demuestre que estos ángulos satisfacen la relación $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$. (*Sugerencia*: Considere el producto escalar de A con $\hat{i}$, $\hat{j}$, y $\hat{k}$ por separado).

Resolución :

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

Parte (a)

$$\frac{A_x}{|\vec{A}|} = \cos\alpha \,; \quad \frac{A_y}{|\vec{A}|} = \cos\beta \,; \quad \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \cos\gamma$$

Parte (b)

Elevando al cuadrado las expresiones en la parte (a)

$$\frac{A_x^2}{A^2} = \cos^2\alpha \,; \quad \frac{A_y^2}{A^2} = \cos^2\beta \,; \quad \frac{A_z^2}{A^2} = \cos^2\gamma$$

sumando: $\quad \dfrac{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}{A^2} = \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma \quad \ldots (1)$

sabemos que: $\quad A^2 = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 \quad \ldots (2)$

$$\Rightarrow \quad (2) \text{ en } (1) \quad \therefore \quad \frac{A^2}{A^2} = 1 = \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma \qquad \text{l.q.q.d.}$$

75. Una partícula de 4,0 kg se mueve a lo largo del eje x. su posición varía con el tiempo de acuerdo con $x = t + 2{,}0\, t^3$, donde x se mide en metros y t en segundos. Encuentre, a) la energía cinética en cualquier tiempo *t*, b) la aceleración de la partícula y la fuerza que actúa sobre ella en el tiempo *t*, c) la potencia que se entrega a la partícula en el tiempo *t*, y d) el trabajo efectuado sobre la partícula en el intervalo t = 0 a t = 2,0 s.

Resolución :

$$x_p\,(t) = t + 2{,}0\, t^3 \,; \quad m_p = 4{,}0 \text{ kg}$$

Parte (a) $\quad E_k = \frac{1}{2} mv^2 \ldots (1)$

$$\Rightarrow \quad v(t) = \frac{dx}{dt} = 1 + 6{,}0\, t^2$$

Luego: $\quad E_k(t) = \frac{1}{2}\,(4{,}0)\,[1 + 6{,}0\, t^2]^2$

$$\therefore \quad E_k(t) = 2 + 24t^2 + 72t^4 \text{ joules}$$

Parte (b) $\quad a(t) = \dfrac{dv}{dt} = 12{,}0\, t \;\; \text{m/s}^2$

$$F(t) = m.a(t) = 4{,}0 \times 12{,}0t = 48{,}0t \text{ N}$$

Parte (c) $\quad$ Potencia(t) = F(t)v(t) = $(48{,}0t)\,(1 + 6{,}0t^2)$

$$\therefore \quad P(t) = (48{,}0t + 289{,}8t^3) \text{ watts}$$

Parte (d)

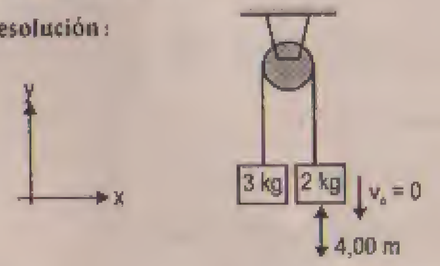
$$W(t = 0 \rightarrow t = 2\ s)\ \Delta E_k$$

$$\Rightarrow \quad W = F(t)x(t) = 48{,}0 \times (2)\ [2 + 3{,}0\ (2)^3] = 2 + 24(2)^2 + 72(2^4)$$

$$\therefore \quad W = 2 + 96 + 1\ 152 = 1\ 250 \text{ joules} \equiv 125 \times 10^3$$

76. Una máquina de Atwood tiene una masa de 3,00 kg y una masa de 2,00 kg en los extremos de la cuerda (Fig. 5.12). La masa de 2,00 kg se deja caer al piso desde el reposo, 4,00 m abajo de la masa de 3,00 kg. a) Si la polea no ofrece fricción, ¿cuál será la velocidad de las masas cuando pasen una frente a la otra? b) Suponga que la polea no gira y que la cuerda desliza sobre ella. Si la fuerza de fricción total entre la polea y la cuerda es 5,00 N, ¿cuáles son las velocidades cuando las masas pasan una frente a la otra?

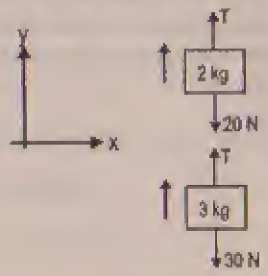
Resolución:



Considerar: $g = 10\ m/s^2$

Parte (a) $\quad v_{(2\ kg)} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(10)(4{,}00)} \approx 8{,}94\ m/s$

Sabemos que: por dinámica:



$\Rightarrow \quad \Sigma F_y = ma \quad \Rightarrow \quad T - 20 = 2a \ldots (1)$

$\Rightarrow \quad \Sigma F_y = ma \quad \Rightarrow \quad 30 - T = 3a \ldots (2)$

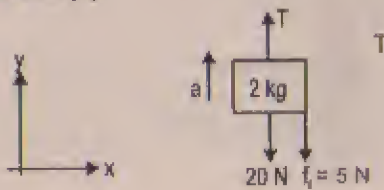
Sumando (1) + (2) resulta que: $a = 2\ m/s^2$

Por cinemática: $\quad v_{(2\ kg)} = v_{i\ (2\ kg)} + 10t \quad \therefore \quad t = 0{,}894\ s$

Entonces: $\quad v_{(3\ kg)} = v_{i\ (3\ kg)} + at$

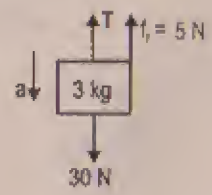
$\Rightarrow \quad v_{(3\ kg)} = 0 + 2(0{,}894) \quad \therefore \quad v_{(3\ kg)} = 1{,}788\ m/s$

Parte (b)



Tenemos que: $\quad T - 20 - 5 = 2a$

$\Rightarrow \quad T = 2a + 25 \ldots (1)$



Además: $\quad 30 - T - 5 = 3a$

$\Rightarrow \quad T = 25 - 3a \ldots (2)$

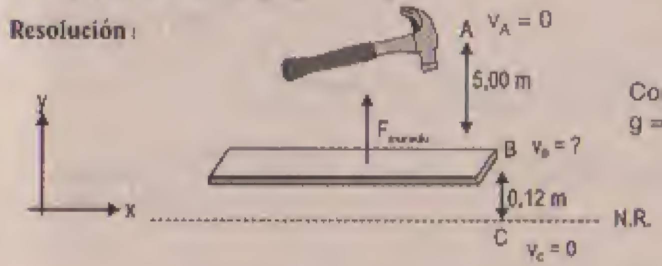
(1) + (2) resulta que $a = 0$

$\therefore \quad T = 25\ N$

$\therefore \quad v_{(3\ kg)} = v_{(2\ kg)} = \sqrt{2(10)(4)} \approx 8{,}94\ m/s$

77. Con un martinete de 2 100 kg se clava una viga de acero en forma de I en el suelo. El martinete desciende 5,0 m antes de hacer contacto con la viga, y la introduce 12 cm en el suelo, antes de que quede en reposo. Utilizando consideraciones de energía, calcule la fuerza promedio que la viga ejerce sobre el martinete mientras éste queda en reposo.

Resolución:



Considerar: $g = 9{,}81\ m/s^2$

$$W_{martinete} = W_{peso} = m(g)\ (d) = \Delta E_k = \frac{1}{2} m\, v_B^{\,2} - \frac{1}{2} m\, v_A^{\,2}$$

$$\Rightarrow \quad v_B = \sqrt{2g(d)} \quad \therefore \quad \Rightarrow V_B = \sqrt{2(9{,}8)(5)} \approx 9{,}9\ m/s$$

$W_{b \to c} = \Delta E_k$

$$-F_{promedio}\ (0{,}12) = \frac{1}{2} m\, v_C^{\,2} - \frac{1}{2} m\, v_B^{\,2} \quad \Rightarrow \quad F_{prom} = \frac{2\ 100\ (98{,}1)}{2(0{,}12)}$$

$$\therefore \quad F_{prom} = 858{,}4\ kN$$

78. Una partícula de masa *m* está unida a dos resortes idénticos sobre una mesa horizontal sin fricción, como muestra la figura P7.78, ambos resortes tienen constante *k*. a) Si la partícula se jala una distancia x a lo largo de una dirección perpendicular a la configuración inicial de los resortes, demuestre que la fuerza ejercida sobre la partícula por los resortes es

$$\vec{F} = -2kx\left(1 - \frac{L}{\sqrt{x^2 + L^2}}\right)\hat{i}$$

b) Determina la cantidad de trabajo que esta fuerza efectúa al mover la partícula de x = A a x = 0.

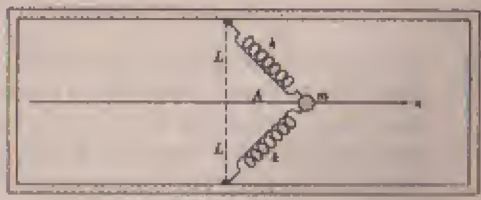


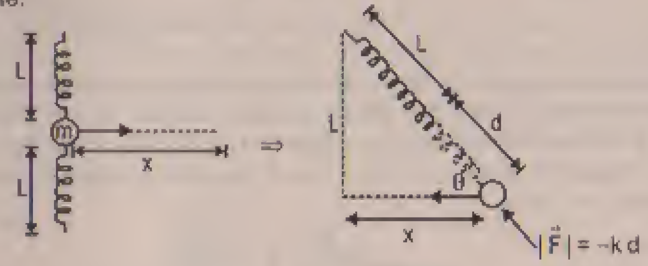
Figura P7.78

Resolución :

Parte (a)

Por demostrar $\quad \vec{F} = -2kx\left[1-\dfrac{L}{\sqrt{x^2+L^2}}\right]\hat{i}$

Inicialmente:



Sabemos que: $L^2 + x^2 = (L+d)^2 \Rightarrow \quad d = \sqrt{x^2+L^2} - L$

$$\Rightarrow \quad F_{Rx} = |\vec{F}|\cos\theta = -k\left(\sqrt{x^2+L^2}-L\right)\cos\theta = -k\left[\sqrt{x^2+L^2}-L\right]\frac{x}{\sqrt{L^2+x^2}}$$

$$\therefore \quad F_{RX} = -kx\left[1-\frac{L}{\sqrt{L^2+x^2}}\right]$$

$$\Rightarrow \quad F_{\text{TOTAL DEL RESORTE SOBRE "m"}} = -2k\,x\left(1-\frac{L}{\sqrt{L^2+x^2}}\right)\hat{i}$$

Parte (b) $\qquad x = A \quad a \quad x = 0$

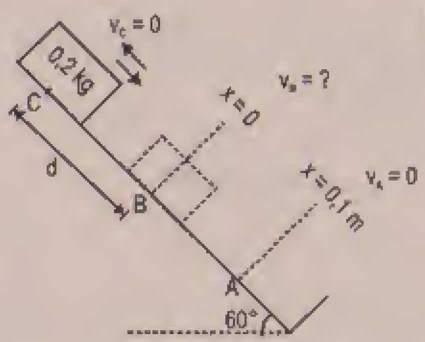
$$\int_A^0 -2kx\left(1-\frac{L}{\sqrt{L^2+x^2}}\right)dx = \int_0^A -2kx\,dx + \int_A^0 \frac{2k\,xL}{\sqrt{L^2+x^2}}\,dx$$

$$\therefore \quad W_{(x=A\,\to\,x=0)} = kx^2\Big|_0^A + 2kL\sqrt{L^2+x^2}\Big|_A^0$$

$$\Rightarrow \quad W = kA^2 + 2kL^2 - 2kL\sqrt{L^2+A^2}$$

79. Un bloque de 200 g se empuja contra un resorte de constante de fuerza 1,40 kN/m hasta que el bloque comprime el resorte 10,0 cm. El resorte descansa en el pie de una rampa inclinada a 60,0° con la horizontal. Utilice consideraciones de energía para determinar qué distancia se mueve el bloque hacia arriba de la rampa antes de detenerse: a) si no hay fricción entre el bloque y la rampa y b) si el coeficiente de fricción cinético es 0,400.

Resolución :



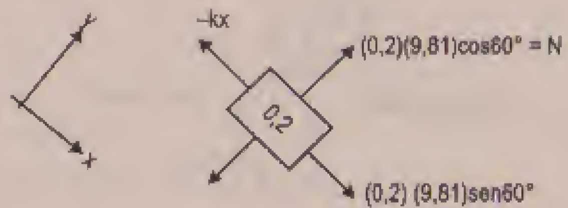
k = 1,4 kN/m
considerar: 9,81 m/s²

Parte (a) $\qquad W_{C\to B} = \Delta E_k$

$$\Rightarrow \quad (0,2)(9,81)\,\text{sen}60°d = \frac{1}{2}(0,2)\,v_B^2 - \frac{1}{2}(0,2)\,v_A^2$$

$$\Rightarrow \quad (0,2)(9,81)\left(\sqrt{3}/2\right)d = 0,1\,v_B^2 \qquad \text{... (1)}$$

Además: haciendo D.C.L. (B → A)



luego: $\qquad W_{(B\to A)} = \Delta E_k$

$$\Rightarrow \quad \int_0^{0,1} -1400x\,dx + (0,2)(9,81)\text{sen}60°\,(0,1) = \frac{1}{2}(0,2)v_A^2 - \frac{1}{2}(0,2)v_B^2$$

$$\Rightarrow \quad -700x^2\Big|_0^{0,1} + 0,17 = -\frac{1}{2}(0,2)v_B^2 \quad \text{... (2)}$$

Entonces (1) en (2)

$$-7 + 0,17 = -(0,2)(9,81)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(d) \qquad \therefore \quad d = 4,02 \text{ m}$$

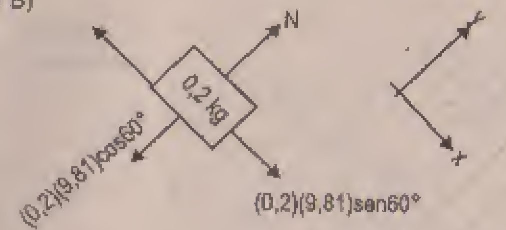
Luego $\qquad d_{total} = d + 0,1 = 4,02 + 0,1$

$$\therefore \quad d_{total} = 4,12 \text{ m}$$

Parte (b)

Si: $\mu_k = 0,4 \qquad f_t = (0,4)(0,2)(9,81)\cos60° = 0,680$ N

D.C.L. (C → B)

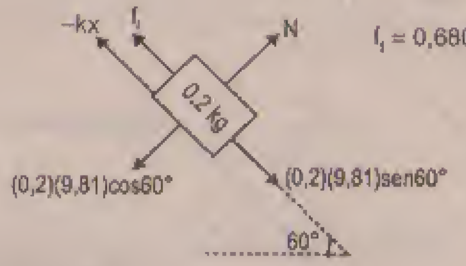


Entonces: $W_{(C \to B)} = \Delta E_k'$

$$\Rightarrow \quad d(0,2)(9,81)\ \text{sen}60° - 0,680\ d = \frac{1}{2}(0,2)v_B^2 - \frac{1}{2}(0,2)v_C^2$$

$$d\left[(0,2)(9,81)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 0,680\right] = 0,1\ v_B^2 \quad \dots (1)$$

Por otro lado: Haciendo (D.C.L.) de B → A



$f_1 = 0,680$ N

Entonces: $W_{(B \to A)} = \Delta E_k$

$$\Rightarrow \quad (0,2)(9,81)\left(\sqrt{3}/2\right)(0,1) - 0,680\,.\,(0,1) - \int_0^{0,1} 1\,400\ x\,dx = \frac{1}{2}(0,2)v_A^2 - \frac{1}{2}(0,2)\ v_B^2$$

$$\Rightarrow \quad 0,17 - 0,680 - 7 = -0,1\ v_B^2 \dots (2)$$

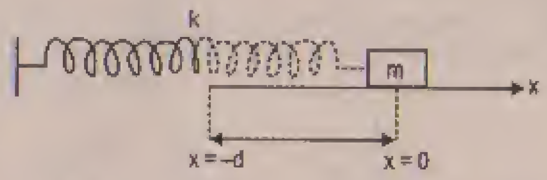
Reemplazando (1) en (2): $-6,86924 = -0,1\ v_b^2 = 1,019d$

Luego: $d = 3,4$ m

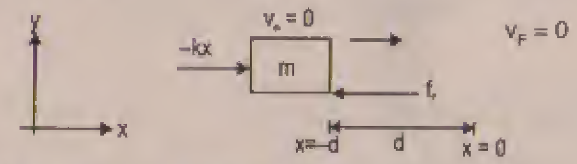
$$\Rightarrow \quad d_{total} = 3,4 + 0,1 = 3,5 \text{ m}$$

80. Un bloque de masa *m* se une a un resorte sin masa de constante de fuerza *k*, como en la figura 7.8. El resorte se comprime una distancia *d* desde su posición de equilibrio y se suelta a partir del reposo. a) Si el bloque se detiene cuando alcanza por primera vez la posición de equilibrio, ¿cuál es el coeficiente de fricción entre el bloque y la superficie? b) Si el bloque se detiene por primera vez cuando el resorte está alargado una distancia d/2 de su posición de equilibrio, ¿cuál es el valor de μ?

Resolución :



Parte (a)

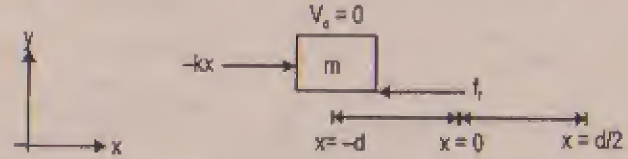


Por teorema del trabajo y la energía: $W_{total} = \Delta E_k$

$$\Rightarrow \quad -\int_{-d}^{0} kx\ dx - \mu_e mg\ (d) = 0$$

$$\left.\frac{k x^2}{2}\right|_0^d = \mu_e\ mg\ d \ \therefore \quad d = \frac{2.\mu_e.g}{km}, \quad \text{luego: } \mu_e = \frac{kmd}{2g}$$

Parte (b)



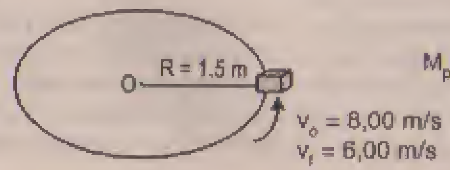
Por el teorema del trabajo y la energía: $W_{total} = \Delta E_K$

$$\Rightarrow \quad -\int_{-d}^{d/2} k\,x\,dx - \mu.mg\ d = 0 \quad \Rightarrow \quad \left.\frac{k x^2}{2}\right|_{d/2}^{d} = \mu\,.\,mg\left(\frac{3d}{2}\right)$$

$$\therefore \quad \mu = \frac{3kd}{4\ mg}$$

81. Una partícula de 0,400 kg se desliza sobre una pista circular horizontal de 1,50 m de radio. Se le da una velocidad inicial de 8,00 m/s. Después de una revolución, su velocidad se reduce a 6,00 m/s por causa de la fricción. a) Encuentre la energía perdida por la fricción en una revolución. b) Calcule el coeficiente de fricción cinético. c) ¿Cuántas revoluciones completa la partícula antes de detenerse?

Resolución :

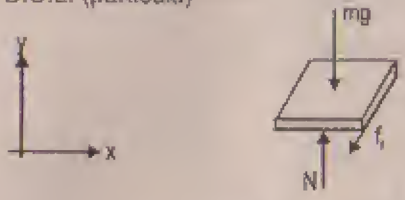


$M_{partícula} = 0,4$ kg

Parte (a)

Sabemos que: $S = R.\theta \Rightarrow ds = 1{,}5\ d\theta$

D.C.L. (partícula)



$N = mg$

$f_r = \mu_k \cdot mg$

$$W_{fricción} = \Delta E_k$$

$$\Rightarrow \quad \Delta E_k = \frac{1}{2}(0{,}4)\,[\,v_f^2 - v_i^2\,]$$

$$\therefore \quad \Delta E_k = -\frac{1}{2}\,(0{,}4)(28) = -5{,}6\ J$$

Parte (b) $W_{fricción} = \Delta E_K$

$$-\int_0^{2\pi} f_r\,ds = \Delta E_k = \frac{1}{2}m\,[v_f^2 - v_i^2]$$

$$\Rightarrow \quad -\mu_k mgR\int_0^{2\pi} d\theta = \frac{1}{2}m\,(v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2}(36 - 64)$$

$$\therefore \quad \mu_k = \frac{-28}{-2(g)(R)(2\pi)} = 0{,}15$$

Parte (c)

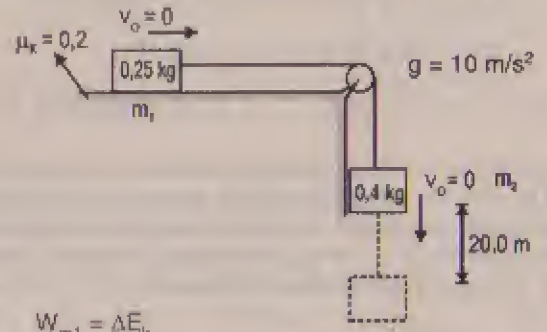
Sabemos que $\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\,(2\pi) \quad \therefore \quad \alpha = 91{,}1\ rad/s^2$

Luego: $\frac{v_f^2}{R^2} = 4\pi\, n\,(91{,}1) \quad \therefore \quad n = 2{,}29\ rev.$

82. Una cuerda horizontal se une a una masa de 0,25 kg que está sobre una mesa horizontal rugosa. La cuerda pasa sobre una polea ligera sin fricción y después se le agrega una masa de 0,40 kg a su extremo libre. El coeficiente de fricción de deslizamiento entre la masa de 0,25 kg y la mesa es 0,20. Utilice consideraciones de energía para determinar a) la velocidad de las masas después de que cada una se ha movido 20 m desde el reposo, y b) la masa que debe añadirse a la masa de 0,25 kg de modo que, dada una velocidad inicial, las masas continúen moviéndose a velocidad constante. c) ¿Qué cantidad de masa debe eliminarse de la masa de 0,40 kg para que ocurra lo mismo que en b)?

82A. Una cuerda horizontal se une a una masa m_1 que está sobre una mesa horizontal rugosa. La cuerda pasa sobre una polea ligera sin fricción y después se le agrega una masa m_2 a su extremo libre. El coeficiente de fricción de deslizamiento entre la masa m_1 y la mesa es μ_c. Utilice consideraciones de energía para determinar, a) la velocidad de las masas después de que cada una se ha movido una distancia d desde el reposo, y b) la masa que debe añadirse a la masa de m_1 de modo que, dada una velocidad inicial, las masas continúen moviéndose a velocidad constante. c) ¿Qué cantidad de masa debe eliminarse de la masa m_2 para que ocurra lo mismo que en b)?

Resolución :



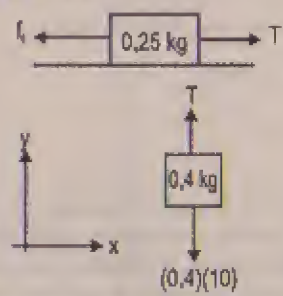
Parte (a) $W_{m1} = \Delta E_k$

$$\Rightarrow \quad T(20) - (0{,}2)(0{,}25)(10)(20) = \frac{1}{2}(0{,}25)v_f^2{}_{(m1)} \quad \ldots (1)$$

$$W_{m2} = \Delta E_k$$

$$\Rightarrow \quad (0{,}4)(10)(20) - T(20) = \frac{1}{2}(0{,}4)v_f^2{}_{(m2)} \ldots (2)$$

Por dinámica:



$T - f_r = 0{,}25\ (a)$

$\Rightarrow \quad T - (0{,}2)(0{,}25)(10) = 0{,}25\ a \ \ldots (a)$

$(0{,}4)(10) - T = 0{,}4\ a \ \ldots (b)$

sumando (a) + (b)

$4 - 0{,}5 = 0{,}65a \quad \therefore\ a = 5{,}385\ m/s^2$

luego $T = 4 - (0{,}4)(5{,}385) = 1{,}85\ N$

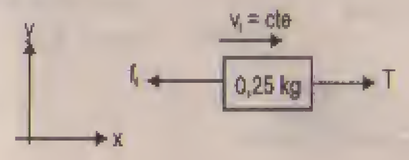
entonces de (1)

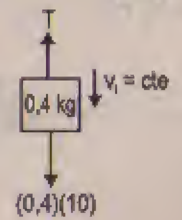
$$1{,}85\,(20) - 10{,}08 = 0{,}125\ v^2_{f(m_1)} \quad \therefore \quad v_f(m_1) = 14{,}68\ m/s$$

entonces de (2)

$$0{,}4(10)(20) - 1{,}85\,(20) = 0{,}2\ v^2_{f(m_2)} \quad \therefore \quad v_f(m_2) = 14{,}66\ m/s$$

Parte (b)





Por dinámica: $(0,2)(0,25 + x)(10) = T$

pero: $T = (0,4)(10) \quad \therefore \quad T = 4\ N$

$\Rightarrow \quad (0,2)(10)(0,25 + x) = 4$

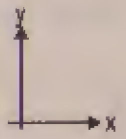
$\therefore \quad x = 1,75\ kg$ (masa que debe añadirse)

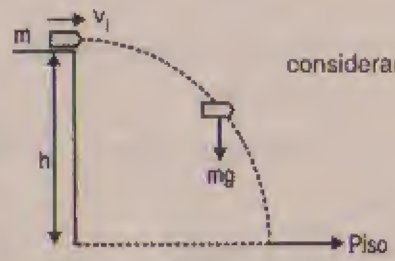
Parte (c) $(0,2)(0,25)(10) = T \Rightarrow T = 0,5\ N$

luego: $(0,4 - x)(10) = T = 0,5 \quad \therefore\ x = 0,35\ kg$ (masa que debe quitarse)

83. Un proyectil de masa *m* se dispara horizontalmente con una velocidad inicial v_i desde una altura *h* sobre un suelo plano en el desierto. En el instante anterior al momento en que el proyectil golpea el suelo encuentre: a) el trabajo hecho por la gravedad sobre el proyectil, b) el cambio en la energía cinética del proyectil desde que fue disparado, y c) la energía cinética del proyectil.

Resolución :





considerar $g = 10\ m/s^2$

Parte (a) $W_{peso} = mg(h)$

Parte (b) $W_{peso} = \Delta E_k \quad \therefore \quad W_{peso} = \Delta E_k = m.gh$

Parte (c) $E_{k\,proy} = \frac{1}{2}(m)v_i^2 + mg\,h$

84. Una ciclista que, junto con su bicicleta, tiene una masa combinada de 75 kg, desciende a 4,0 m/s por un camino inclinado 2,0° con la horizontal, y desciende a 8,0 m/s por otro camino inclinado 4,0°. Luego se sostiene de un vehículo en movimiento y viaja sobre un camino plano. ¿Qué potencia debe consumir el vehículo para mantener su velocidad en 3,0 m/s? Suponga que la fuerza de la resistencia del aire es proporcional a su velocidad y suponga que las demás fuerzas friccionantes permanecen constantes.

Resolución :

Considerar $g = 9,81\ m/s^2$

$sen2° = 0,039$

$cos4° = 0,997$

$sen4° = 0,071$

Potencia total = $P_1 + P_2$

$$P_1 = \frac{W_1}{t} = F.v = mgsen2°\ .\ \frac{d}{t} = (75)(9,81)(4)(0,039) = 114,8\ watts$$

$$P_2 = \frac{W_2}{t} = F.v = mgsen4°\ .\ \frac{d}{t} = (75)(9,81)(8)(0,071) = 417,9\ watts$$

$$\therefore \quad P_{total} = P_1 + P_2 = 114,8 + 417,9 = 532,7\ watts$$

85. Una carga de 60,0 kg se levanta mediante las poleas que se muestran en la figura P7.85. ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza **F** para levantar la carga 3,00 m si hay una fuerza de fricción de 20,0 N en cada polea? (las poleas no giran, sino que la cuerda desliza sobre cada superficie.)

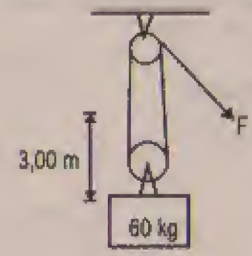


Figura P7.85

Resolución :

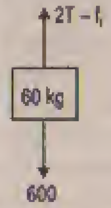
Considerar $g = 10\ m/s^2$

$f_t = 20\ N$

D.C.L.

$2T - f_t = Ma \quad \Rightarrow \quad 2T - 20 = Ma \quad \therefore \quad T = 310\ N$

$Ma + 2T + f_t = F \Rightarrow 2(T) + 20 = F - Ma \quad \therefore \quad F = 640\ N$



$2T - 600 = 6a \quad \Rightarrow \quad 2(T) - 600 - 20 = 0 \quad \therefore \quad T = 310\ N$

como $F = 640\ N \Rightarrow \quad W_{fuerza} = F.d$

Luego: $W_{fuerza} = 640 \times (3,00)$

$\Rightarrow \quad W_{fuerza} = 1\,920\ J = 1,92\ kJ$

86. Una pequeña esfera de masa *m* cuelga de una cuerda de longitud *L*, como se muestra en la figura P7.86. Una fuerza variable horizontal **F** se aplica a la esfera de manera tal que ésta se mueve lentamente desde la posición vertical hasta que la cuerda forma un ángulo θ con la vertical. Si se considera que la esfera está siempre en equilibrio, a) demuestre que $F = mg\tan\theta$. b) Demuestre que el trabajo hecho por **F** es $mgL(1 - \cos\theta)$. (*Sugerencia*: Advierta que $s = L\theta$, y que por ello $ds = Ld\theta$.)

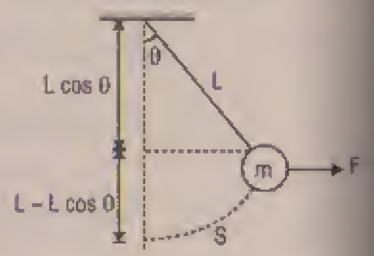
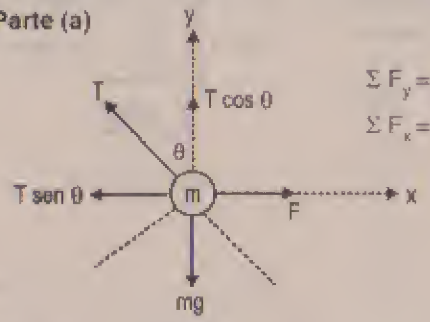


Figura P7.86

Resolución :

Parte (a)



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T\cos\theta = mg$

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F = T\text{sen}\theta$

$\therefore \quad F = \dfrac{mg}{\cos\theta} \cdot \text{sen}\theta$

$\therefore \quad F = mg\tan\theta$ l.q.q.d

Parte (b)

Por demostrar $W_f = mgL(1 - \cos\theta)$

El trabajo de F es el trabajo del peso

$\Rightarrow \quad W_{peso} = mg(L - L\cos\theta)$

$\therefore \quad W_f = mgL(1 - \cos\theta)$ l.q.q.d.

87. Para operar uno de los generadores en la presa Grand Coulee Dam en Washington, se requieren $7{,}24 \times 10^8$ W de potencia mecánica. Esta potencia es proporcionada por la gravedad cuando la presa efectúa trabajo sobre el agua mientras ésta cae desde 87 m hacia el generador. La energía cinética adquirida durante la caída se aprovecha para hacer funcionar el generador. a) Pruebe que la potencia disponible del agua es *mgh/t*, donde *m* es la masa del agua que cae desde la altura *h* durante el tiempo *t*. b) Un máximo de aproximadamente 60% puede extraerse y mantener el agua circulando. Calcule la tasa de flujo en kilogramos por segundo. c) Determine el volumen de agua necesario para activar este generador durante un día. d) Si el agua para un día se almacenara en un lago circular de 10 m de profundidad, ¿cuál debería ser el radio del lago?

Resolución :

Parte (a)

Sabemos que: $\text{Potencia} = \dfrac{W}{t}$

Como $W = W_{peso} = mgh$

$\Rightarrow \quad \text{Potencia} = \dfrac{mgh}{t}$ l.q.q.d.

Parte (b)

Sabemos que: $E_k = mgh = W \Rightarrow E_k = 7{,}24 \times 10^8$ J

Si: 100% —— $7{,}24 \times 10^8$ J
60% —— x $\Rightarrow x = 4{,}34 \times 10^8$ J

$\Rightarrow \quad M(9{,}81\ m/s^2)(87\ m) = 4{,}34 \times 10^8\ kg\ m^2/s^2$

$\therefore \quad M = 8{,}49 \times 10^5$ kg

$\Rightarrow \quad \text{Potencia} = \dfrac{9{,}49 \times 10^5}{15}\ kg = 8{,}49 \times 10^5\ kg/s$

Parte (c) $V = \dfrac{M}{\rho} = \dfrac{8{,}49 \times 10^5 \dfrac{kg}{s} \times 24h \times 3\,600 \dfrac{s}{1h}}{1\ kg \times 10^3/m^3} = 7{,}34 \times 10^7\ m^3$

Parte (d) $V = A.h \Rightarrow 7{,}34 \times 10^7 = \pi.R^2.(10)$

$\Rightarrow \quad 7{,}34 \times 10^6 = R^2(3{,}1416) \Rightarrow R = 1{,}53$ km

88. Los aerogeneradores eléctricos giran en respuesta a la fuerza de arrastre de alta velocidad. Para una esfera que se mueve a través de un fluido, la fuerza resistiva F_R es proporcional a r^2v^2, donde *r* es el radio de la esfera y *v* es la velocidad del fluido. La potencia desarrollada, $P = F_Rv$, es proporcional a r^2v^3. La potencia desarrollada por un aerogenerador puede expresarse como $P = ar^2v^3$, donde r es el radio del aerogenerador, v la velocidad del viento y $a = 2{,}00\ W \cdot s^3/m^5$. Para un aerogenerador doméstico con $r = 1{,}50$ m, calcule la potencia entregada al generador si, a) $v = 8{,}00$ m/s y b) $v = 24{,}0$ m/s. Por comparación, un hogar común necesita alrededor de 3,0 kW de energía eléctrica. (*Nota*: Esta representación ignora la eficiencia del sistema, la cual es aproximadamente del 25%).

Resolución :

$F_R = R^2 \cdot v^2$ Dato: $P = F_r \cdot v = R^2 \cdot v^3 \cdot K$

Por dato: $\text{potencia} = aR^2v^3$ $a = 2\ \text{watts} \cdot s^3/m^5$

Parte (a) $v = 8{,}00\ \text{m/s}\quad R = 1{,}5\ \text{m}$

$$\text{Potencia} = 2\ \text{watts}\ \frac{s^3}{m^5} \times (1{,}5)^2\ m^2\left(8.00\ \frac{m}{s}\right)^3$$

$$\therefore\quad \text{Potencia} = 2\ 304\ \text{watts} = 2{,}304 \times 10^3\ \text{watts}$$

Parte (b) $v = 24{,}00\ \text{m/s}\quad R = 1{,}5\ \text{m}$

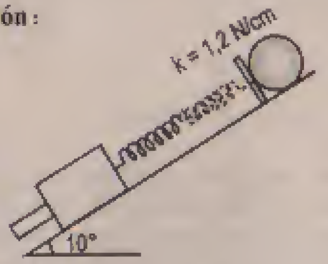
$$\text{Potencia} = 2\ \text{watts}\ \frac{s^3}{m^5} \times (1{,}5)^2\ m^2 \times (24\ \text{m/s})^3$$

$$\therefore\quad \text{Potencia} = 6{,}2208 \times 10^4\ \text{watts}$$

89. El disparador de canicas en un "pinball" incluye un resorte que tiene una constante de fuerza de 1,20 N/cm (Fig. P7.89). La superficie sobre la cual se mueve la canica está inclinada 10,0° respecto de la horizontal. Si el resorte se comprime inicialmente 5,00 cm, encuentre la velocidad de lanzamiento de una canica de 100 g cuando el lanzador se suelta. La fricción y la masa del lanzador son despreciables.

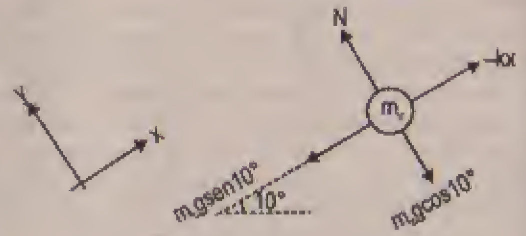
Figura P7.89

Resolución :



$m_c = 0{,}1$ kg

considerar:
$\text{sen}10° = 0{,}18$
$\cos 10° = 0{,}984$



$$W_{TOTAL} = \Delta E_k$$

$$-\int_{-5}^{0} kx\,dx - m_c \cdot g\,\text{sen}10°\ (5) = \frac{1}{2}\ m_c v_c^2$$

$$\Rightarrow\quad \frac{1.2N}{2\ cm}\ x^2\Big|_0^5 - (0{,}1)(10)(5\ cm)(0{,}18) = \frac{1}{2}(0{,}1)\ v_c^2$$

$$15 - 0{,}9 = 0{,}05\ v_c^2$$

$$\therefore\quad v_c = 16{,}79\ \text{cm/s} = 1{,}68\ \text{m/s}$$

90. Suponga que un carro se modela como un cilindro que se mueve con una velocidad v, como en la figura P7.90. En un tiempo Δt, una columna de aire de masa Δm debe moverse una distancia $v\Delta t$ y, en consecuencia, debe brindársele una energía cinética $1/2\ (\Delta m)\ v^2$. Utilizando este modelo demuestre que la potencia perdida por la resistencia del aire es $1/2\ \rho\ Av^3$ y la fuerza resistiva es $1/2\ \rho Av^2$, donde ρ es la densidad del aire.

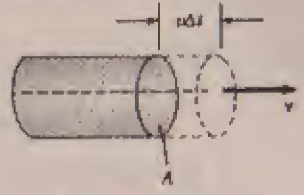


Figura P7.90

Resolución :

Sabemos que: $E_k = \dfrac{1}{2}(\Delta m)v^2$

Pero: $\rho = \dfrac{\Delta m}{\text{volumen}} \quad\Rightarrow\quad \Delta m = \rho Av\Delta t \qquad \ldots (1)$

Además: $\text{Potencia} = \dfrac{E_K}{\Delta t} = \dfrac{1}{2}\ \dfrac{(\rho Av\Delta t)}{\Delta t}\ v^2$

$$\therefore\quad \text{Potencia} = \frac{1}{2}\ \rho Av^3 \qquad \text{l.q.q.d.}$$

Por otro lado: $W_{aire} = \Delta E_k = \dfrac{1}{2}\ (\Delta m)v^2 \quad\Rightarrow\quad F_r\ (v\Delta t) = \dfrac{1}{2}\ (\rho Av\Delta t)v^2$

$$\therefore\quad F_r = \frac{1}{2}\ \rho Av^2 \qquad \text{l.q.q.d.}$$

Capítulo 8

ENERGÍA POTENCIAL Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

FUERZAS CONSERVATIVAS Y NO CONSERVATIVAS

1. Una partícula de 4,00 kg se mueve desde el origen hasta la posición cuyas coordenadas son $x = 5{,}00$ m e $y = 5{,}00$ m bajo la influencia de la gravedad que actúa en la dirección y negativa (figura P8.1). Con la ecuación 7,2 calcule el trabajo realizado por la gravedad al ir de O a C a lo largo de, a) OAC, b) OBC, c) OC. Sus resultados deben ser idénticos. ¿Por qué?

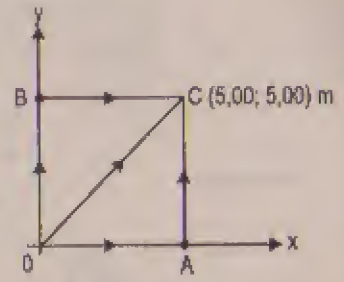


Figura P8.1

Resolución :

$m_p = 4{,}00$ kg
$g = 9{,}81$ m/s^2

Parte (a) $\quad W_{(OAC)} = W_{(OA)} + W_{(AC)}$

$$\Rightarrow \quad W_{peso\,(OA)} = (-mg\,\hat{j})(5\,\hat{i}) = 0$$

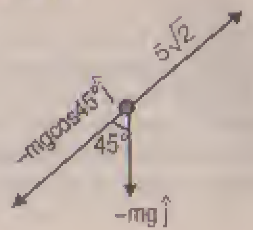
$$W_{peso(AC)} = (-mg\,\hat{j})(5\,\hat{j}) = -5(4)(9{,}81) = -196{,}2 \text{ J}$$

Parte (b) $\quad W_{(OBC)} = W_{(OB)} + W_{(BC)}$

$$\Rightarrow \quad W_{(OB)} = (-mg\,\hat{j})(5\,\hat{j}) = -5(4)(9{,}81) = -196{,}2 \text{ J}$$

$$W_{(BC)} = (-mg\,\hat{j})(5\,\hat{i}) = 0$$

Parte (c)



$$W_{(OC)} = -mg\cos 45° \times \left(5\sqrt{2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad W_{(OC)} = -4 \text{ kg } (9{,}81)\,\frac{\sqrt{2}}{2}\left(5\sqrt{2}\right)$$

$$\therefore \quad W_{(OC)} = -196{,}2 \text{ J}$$

2. a) Empezando con la ecuación 7.2 para la definición del trabajo realizado por una fuerza constante, demuestre que toda fuerza constante es conservativa. b) Como un caso especial, suponga que una partícula de masa m se encuentra bajo la influencia de la fuerza $F = (3\hat{i} + 4\hat{j})$ N y se mueve de O a C en la figura P8.1. Calcule el trabajo efectuado por F a lo largo de las tres trayectorias OAC, OBC y OC. (También en este caso, sus tres respuestas deben ser idénticas).

Resolución:

Parte (a) $W = Fs\cos\theta$

Si F es conservativa $\Rightarrow$ $W_{Fc} = -\Delta U$

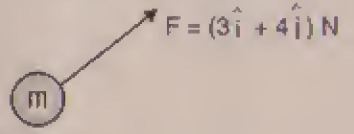
$\Rightarrow$ $-U_f + U_i = F.s.\cos\theta = -mg\,s_f - mg\,s_i$

$\Rightarrow$ $-mg(s) = F.s.\cos\theta$

$\therefore$ $F = -mg \times \dfrac{1}{\cos\theta} = \text{cte.}$

$\therefore$ F es conservativa

Parte (b)



$W_{(OAC)} = W_{(OA)} + W_{(AC)} = (3\hat{i})(5\hat{i}) = 15\text{ J} + (4\hat{j})(5\hat{j})$

$\therefore$ $W_{(OAC)} = 15\text{ J} + 20\text{ J} = 35\text{ J}$

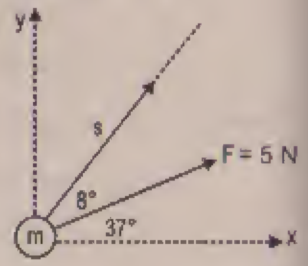
$W_{(OBC)} = W_{(OB)} + W_{(BC)} = (4\hat{j})(5\hat{j}) + (3\hat{i})(5\hat{i}) = 20 + 15 = 35\text{ J}$

$W_{(OC)} = F.\,s = 5\cos 8 \times 5\sqrt{2} = 25\sqrt{2}\cos 8°$

Pero $\cos 8° \approx 0{,}988$

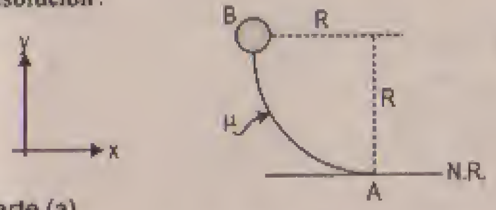
En consecuencia:

$W_{(OC)} = (0{,}988)(25)\left(\sqrt{2}\right) = 34{,}9 \approx 35\text{ J}$



3. Bajo la influencia de la gravedad, un bloque de masa m se desliza hacia abajo por una pista de un cuarto de círculo sobre la cual hay fricción (coeficiente = μ_c). El radio de la pista es R. a) Muestre que el cambio en la energía mecánica del bloque es $mgR\,(1 - \mu)$. b) Si el cambio en la energía mecánica del bloque es 42,0 J, determine el trabajo efectuado por las fuerzas conservativas y la energía disipada por las fuerzas no conservativas. Suponga que m = 2,0 kg y R = 3,2 m. c) ¿Cuál es el valor de μ?

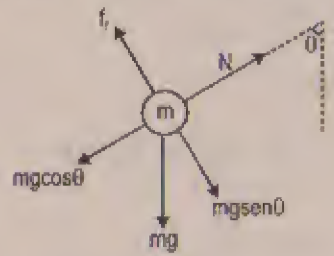
Resolución:



Considerar: $g = 9{,}81\text{ m/s}^2$

Parte (a)

P. demostrar: $E_{MA} - E_{MB} = W_{fricción} = mg\,R\,(1 - \mu) = E_{kfA} + U_{pfA} - (E_{kiB} + U_{piB})$



Sabemos que: $S = \theta.R$

$\Rightarrow$ $ds = R.d\theta$

$\Rightarrow$ Tenemos que: $W_{total} = \Delta E_k$

$\Rightarrow$ $\int_0^{\pi/2} mg\,\text{sen}\theta\,.\,Rd\theta - \int_0^{\pi/2} f_r\,Rd\theta = \Delta E_k$

pero: $N - mg\cos\theta = \dfrac{v^2}{R}$ si v = 0 como en B

$\Rightarrow$ $N = mg\cos\theta$ $\therefore$ $f_r = \mu\,.\,mg\cos\theta$

Luego: $-mgR\cos\theta\,\Big|_0^{\pi/2} - \mu.mgR\,\text{sen}\,\theta\,\Big|_0^{\pi/2} = mgR(1 - \mu)$

$\therefore$ $\Delta E_M = mgR(1 - \mu)$ l.q.q.d.

Parte (b)

m = 2,0 kg R = 3,2 m

$W_{Fc} = -\Delta U = mgR = (2{,}0)(9{,}81)(3{,}2) = 62{,}784$ joules

$W_{fricción} = \Delta E_k = \Delta E_M - \Delta U = 42 - 62{,}784 = -20{,}784$ joules

Parte (c)

$42 = (2{,}0)(3{,}2)(9{,}81)(1 - \mu)$ $\therefore$ $\mu = 0{,}33$

4. Una fuerza conservativa aislada que actúa sobre una partícula varía como $F = (-Ax + Bx^2)\,\hat{i}$ N, donde A y B son constantes y x está en metros. a) Calcule la energía potencial asociada a esta fuerza tomando U = 0 en x = 0. b) Encuentre el cambio en la energía potencial y el cambio en la energía cinética cuando la partícula se mueve de x = 2,0 m a x = 3,0 m.

Resolución :4

$(m) \longrightarrow F(x) = (-Ax + Bx^2)\,\hat{i}$

Parte (a) Sabemos que: $\frac{dU}{dx} = -F(x)$

$$\Rightarrow \int_0^x du = -\int_0^x F(x)\,dx$$

$$U(x) - U(0) = +\int_0^{x_F} Ax\,dx - \int_0^{x_F} Bx^2dx$$

$$\therefore \quad U(x) = \frac{Ax^2}{2} - \frac{Bx^3}{3} \text{ joules}$$

Parte (b) $\Delta U = (\text{en } x = 2 \text{ à } x = 3 \text{ m})$

$$\Rightarrow U(3) = \frac{A(3)^2}{2} - \frac{B(3)^3}{3} = \frac{9A}{2} - \frac{27B}{3} = \frac{9A}{2} - 9B$$

$$U(2) = \frac{A(2)^2}{2} - \frac{B(2)^3}{3} = 2A - \frac{8B}{3}$$

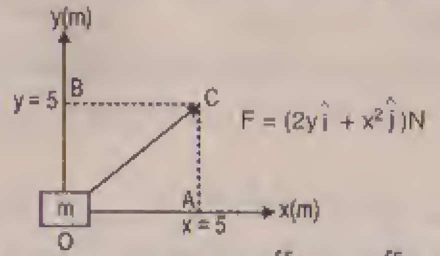
$$\therefore \Delta U = \left(\frac{9A}{2} - 9B\right) - \left(2A - \frac{8B}{3}\right) = \frac{5A}{2} - \frac{19B}{3} \text{ joules}$$

Por otro lado:
Como F es conservativa

$$\Rightarrow \Delta E_k = -\Delta U \qquad \Rightarrow \Delta E_k = \left(\frac{19B}{3} - \frac{5A}{2}\right) \text{joules}$$

5. Una fuerza que actúa sobre una partícula que se mueve en el plano xy es $F = (2y\,\hat{i} + x^2\,\hat{j})$ N, donde x y y se miden en metros. La partícula se mueve desde el origen hasta una posición final cuyas coordenadas son x = 5,0 m y y = 5,0 m, como se puede ver en la figura P8.1. Calcule el trabajo realizado por F a lo largo de a) OAC, b) OBC, c) OC. d) ¿F es conservativa o no conservativa? Explique.

Resolución :5



Parte (a) $W_{(OAC)} = W_{(OA)} + W_{(AC)} = \int_0^5 2y\,dx + \int_0^5 x^2\,dy$

$$\Rightarrow W_{(OAC)} = 2yx\Big|_0^5 + x^2y\Big|_0^5 = 10y + 5x^2$$

$$\therefore W_{(OAC)} = 10(0) + 5(5)^2 = 125 \text{ J}$$

Parte (b) $W_{(OBC)} = W_{(OB)} + W_{(BC)}$

$$\Rightarrow W_{(OBC)} = \int_0^5 x^2dy + \int_0^5 2y\,dx$$

$$\Rightarrow W_{(OBC)} = x^2y\Big|_0^5 + 2yx\Big|_0^5 = 0^2(5) + 2(5)(5) = 50 \text{ Joules}$$

Parte (c) $W_{OC} = \int F(x;y)\,dr = \int_0^5 F(x;y)\,dy + \int_0^5 F(x;y)\,dx$

$$\Rightarrow \int_0^5 (2y + x^2)dy + \int_0^5 (2y + x^2)dx$$

$$(y^2 + x^2y)\Big|_0^5 + \left(2yx + \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^5$$

$$\Rightarrow W_{OC} = 25 + 5x^2 + 10y + \frac{125}{3}$$

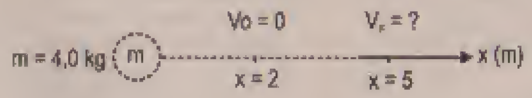
$$\therefore W_{OC} = 25 + 5(5)^2 + 10(5) + \frac{125}{3} = 66{,}7 \text{ joules}$$

F no es conservativa porque depende de la trayectoria

FUERZAS CONSERVATIVAS Y ENERGÍA POTENCIAL
CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

6. Una partícula de 4,0 kg se mueve a lo largo del eje x bajo la influencia de una fuerza conservativa aislada. Si el trabajo realizado sobre la partícula es 80,0 J conforme se mueve del punto x = 2,0 m a x = 5,0 m, encuentre a) el cambio en su energía cinética, b) el cambio en su energía potencial, y c) su velocidad en x = 5,0 m si parte del reposo en x = 2,0 m.

Resolución :



Dato: $W_{FC} = 80{,}0$ J

Parte (a) $W_{FC} = \Delta E_k = 80{,}0$ J

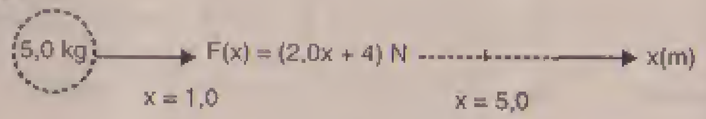
Parte (b) $W_{FC} = -\Delta U \quad \Rightarrow \quad \Delta U = -80{,}0$ J

Parte (c) $W_{FC} = \Delta E_k \quad \Rightarrow \quad 80 = \frac{1}{2}(4)v_f^2 \Rightarrow v_f = 6{,}325$ m/s

7. Una fuerza conservativa aislada $F_x = (2{,}0x + 4{,}0)$ N actúa sobre una partícula de 5,0 kg, donde x está en metros. Cuando la partícula se mueve a lo largo del eje x

desde x = 1,0 m hasta x = 5,0 m, calcule, a) el trabajo efectuado por esta fuerza, b) el cambio en la energía potencial de la partícula, y c) su energía cinética en x = 5,0 m si su velocidad en x = 1,0 m es 3,0 m/s.

Resolución :



Parte (a) $W_{F(x)} = \int_{1,0}^{5,0} F(x)\,dx = \int_{1,0}^{5,0} (2x+4)\,dx = x^2 + 4x\Big|_{1,0}^{5,0}$

$\therefore \quad W_{F(x)} = 40 \text{ J}$

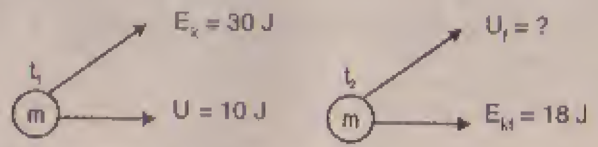
Parte (b) $W_{F_C} = -\Delta U \Rightarrow \quad \Delta U = -40,0 \text{ J}$

Parte (c) $W_{F_C} = \Delta E_K = E_{KF} - \frac{1}{2}(5,0)(3,0)^2$

$\Rightarrow \quad E_{KF_{(x=5m)}} = 40 + \frac{45}{2} = \frac{125}{2} = 62,5 \text{ J}$

8. En el tiempo t_i la energía cinética de una partícula es 30 J y su energía potencial es 10 J. Cierto tiempo después t_f, su energía cinética es 18 J. a) Si actúan sólo fuerzas conservativas sobre la partícula, ¿cuáles son su energía potencial y su energía total en el tiempo t_f? b) Si la energía potencial en el tiempo t_f es 5 J, ¿hay fuerzas no conservativas que actúan sobre la partícula? Explique.

Resolución :



Parte (a) $E_{M_{(t_1)}} = E_{M_{(t_2)}}$

$\Rightarrow \quad 30 + 10 = U_f + 18 \qquad \therefore \quad U_{(t_2)} = 22 \text{ J}$

$E_{total} = E_k + U = 40$ joules

Parte (b) $E_{M(f)} = 18 + 5 = 23 \text{ J} \quad \Rightarrow \quad E_{M(i)} = 30 + 10 = 40 \text{ J}$

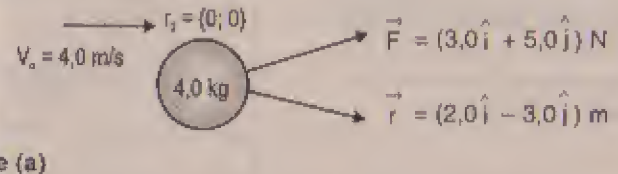
Como: $\Delta E_M = -17 \text{ J} \quad \Rightarrow \quad \Delta E_M \neq \text{cte}$

$\therefore \quad -17 \text{ J} = W_{fricción}$

En consecuencia si hay fuerzas no conservativas ya que la energía mecánica no se mantiene constante en el tiempo.

9. Una fuerza constante aislada $F = (3,0\hat{i} + 5,0\hat{j})$ N actúa sobre una partícula de 4,0 kg. a) Calcule el trabajo realizado por esta fuerza si la partícula se mueve desde el origen hasta el punto que tiene el vector de posición $r = (2,0\hat{i} - 3,0\hat{j})$ m. ¿Este resultado depende de la trayectoria? Explique. b) ¿Cuál es la velocidad de la partícula en r si su velocidad en el origen es 4,0 m/s? c) ¿Cuál es el cambio en su energía potencial?

Resolución :



Parte (a)

$$W_{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \vec{r} = (3\hat{i} + 5\hat{j})(2\hat{i} - 3\hat{j}) = 6 - 15 = -9 \text{ joules}$$

No depende de la trayectoria, solo de la posición.

Parte (b)

$v_o = 4,0$ m/s $\qquad \vec{r} = 0\hat{i} + 0\hat{j}$

$W_f = \Delta E_K \quad \Rightarrow \quad -9 \text{ joules} = \frac{1}{2}(4)\,v_f^2 - \frac{1}{2}(4)(4)^2$

$\therefore \quad v_f = 3,39$ m/s

Parte (c)

$W_f = -\Delta U \quad \Rightarrow \quad \Delta U = 9$ joules

10. Una masa de 5,0 kg se une a una cuerda ligera que pasa sobre una polea sin fricción y sin masa. El otro extremo de la cuerda se une a una masa de 3,5 kg como en la figura P8.10. Utilice la conservación de la energía para determinar la velocidad final de la masa de 5,0 kg después de que ha caído (desde el reposo) 2,5 m.

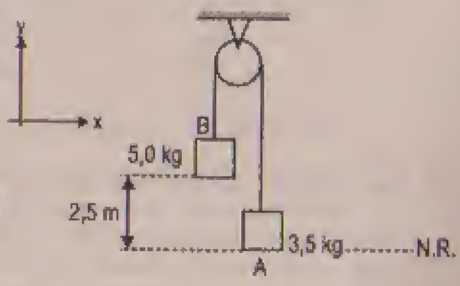


Figura P8.10

Resolución :

$g = 9,81$ m/s²

Solución: $E_{MB} = E_{MA}$

$\Rightarrow \quad E_{KB} + U_B = E_{KA} + U_A$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m\,v_B^2 + mgH = \frac{1}{2}m\,v_A^2 + mgH$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(5{,}0)(0) + (5{,}0)(9{,}81)(2{,}5) = \frac{1}{2}(5{,}0)\,v_A^2 + (5{,}0)(9{,}8)(0)$$

$$\therefore \quad v_{A\,(5\,kg)} = \sqrt{2(9{,}81)(2{,}5)}$$

$$\therefore \quad v_A = 7\ m/s$$

11. Una cuenta se desliza sin fricción dando un giro completo (Fig. P8.11). Si la cuenta se suelta desde una altura h = 3,50R, ¿cuál es su velocidad en el punto A? ¿Qué tan grande es la fuerza normal sobre ella si su masa es de 5,00 g?

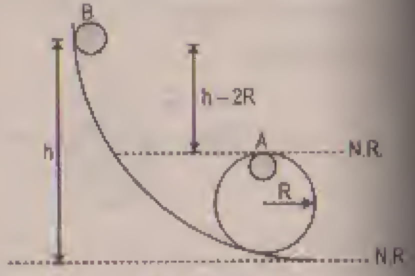


Figura P8.11

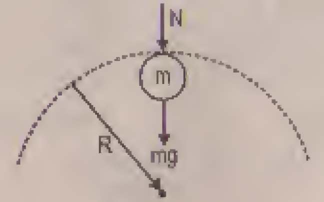
Resolución :

Datos: $g = 9{,}81\ m/s^2$; $h = 3{,}5\ R$; $m = 5 \times 10^{-3}\ kg$

Por conservación de energía: $E_{MB} = E_{MA}$

$$\Rightarrow \quad m(g)(h - 2R) = \frac{1}{2} m\, v_A^2 \qquad \therefore \quad v_A = \sqrt{2(g)(h-2R)}$$

$$\Rightarrow \quad v_A = \sqrt{2(g)(1{,}5)R} = \sqrt{3gR}\ m/s$$



Por movimiento circular:

$$N + mg = m\,\frac{v_A^2}{R}$$

$$\Rightarrow \quad N = m\,\frac{(3gR)}{R} - mg = 2mg\ \ N$$

$$\therefore \quad N = 2(5 \times 10^{-3})(9{,}81) = 0{,}098\ \text{(hacia abajo)}$$

12. Una partícula de 0,500 kg de masa se dispara desde P, como se muestra en la figura P8.12, con una velocidad inicial v_0 que tiene una componente horizontal de 30,0 m/s. La partícula asciende hasta una altura máxima de 20,0 m sobre P. Con la conservación de la energía, determine, a) la componente vertical de v_0, b) el trabajo efectuado por la fuerza gravitacional sobre la partícula durante su movimiento de P a B, y c) las componentes horizontal y vertical del vector velocidad cuando la partícula llega a B.

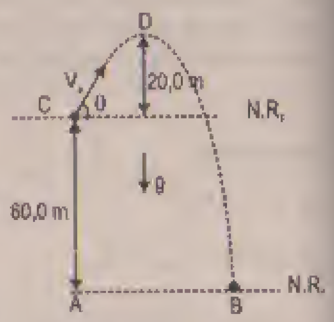


Figura P8.12

Resolución : 12

$g = 9{,}81\ m/s^2$ $\qquad m = 0{,}5\ kg$

$v_0 \cos\theta = 30{,}0\ m/s$

Parte (a) $E_{MC} = E_{MD}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m\,(v_0 \cdot \operatorname{sen}\theta)^2 + 0 = mg(h) \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}(0{,}5)[v_0 \operatorname{sen}\theta]^2 = (0{,}5)(9{,}81)(20)$$

$$\therefore \quad v_{oy} = v_0 \operatorname{sen}\theta = \sqrt{2(20)(0{,}5)(9{,}81)} = 14{,}00\ m/s$$

Parte (b) $W_{peso} = W_{F\,conserv} = -\Delta U$

$$\Rightarrow \quad W_{peso} = E_{pi} - E_{pf} = E_{pD} - E_{p(B)}$$

$$\therefore \quad W_{peso} = mg\,(60) - 0 = (0{,}5)(9{,}81)(60) = 294{,}3\ J$$

Parte (c) $E_{MC} = E_{MB}$

$$\Rightarrow \quad E_{kc} + U_c = E_{kB} + 0$$

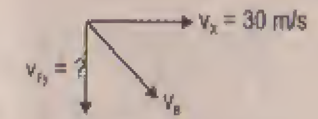
$$\frac{1}{2}(m)\,v_0^2 + m(g)(60) = \frac{1}{2} m\, v_B^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{v_0^2}{2} + (9{,}81)(60) = \frac{1}{2}\,v_B^2$$

pero: $\quad v_0^2 = (14)^2 + (30)^2$

$$\Rightarrow \quad 2\left[\frac{14^2 + (30)^2}{2} + (9{,}81)(60)\right] = v_B^2 \qquad \therefore \quad v_B^2 = 2\,273{,}2\ m^2/s^2$$

Luego las componentes serán:



Sabemos que: $\quad v_B^2 = 900 + v_{By}^2$

$$\Rightarrow \quad v_{By}^2 = 2\,273{,}2 - 900$$

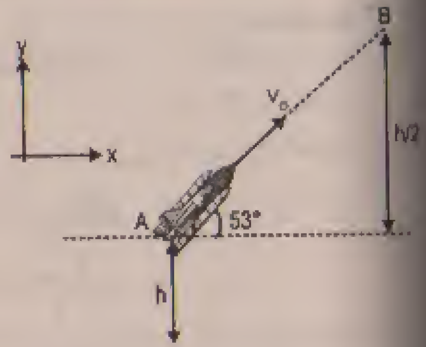
$$\therefore \quad v_{By}^2 = 37{,}06\ m/s$$

$$\vec{V}_x = 30\,\hat{i}\ \ m/s$$

$$\vec{V}_y = \vec{V}_{yB} = -37{,}06\ \hat{j}\ \ m/s$$

13. Desde una altura h un cohete despega a un ángulo de 53° con la horizontal con una velocidad v_0. a) Utilice métodos de energía para determinar su velocidad cuando su altura es h/2. b) A partir del hecho de que $v_x = v_{x0}$ = constante (puesto que $a_x = 0$) y con los resultados del inciso a), encuentre las componentes x e y de la velocidad cuando la altitud del cohete es h/2.

Resolución :



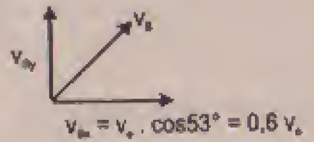
Parte (a)

$E_{MA} = E_{MB}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m v_o + 0 = mg\,\frac{(h)}{2} + \frac{1}{2}\, m\, v_B^2$$

$$\therefore \quad v_B = \sqrt{v_o^2 - gh} \ \text{m/s}$$

Parte (b)



$$\Rightarrow \quad (0{,}6\, v_o)^2 + v_{By}^2 = v_o^2 - 2gh$$

$$\Rightarrow \quad v_{By}^2 = 0{,}64\, v_o^2 - 2gh \qquad \therefore \quad v_{By} = \sqrt{-(0{,}64 v_o^2 + 2gh)}$$

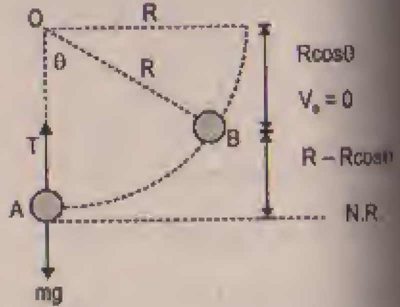
14. Una bola de 1,0 kg se une a un hilo de pescar de 10 lb (44,5 N). La bola se suelta desde el reposo en la posición horizontal (θ = 90°). ¿A qué ángulo θ (medido desde la vertical) se rompe el hilo?

Resolución :

m = 1 kg

T = 44,5 N

Considerar: g = 9,81 m/s²



Por movimiento circular:

$$T - mg = m\frac{v_A^2}{R} \quad \Rightarrow (44{,}5 - 9{,}81)(R) = v_A^2$$

$$\therefore \quad v_A = \sqrt{34{,}69\, R}$$

Por conservación de energía: $E_{MA} = E_{MB}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}\, m v_A^2 = mg\,(R - R\cos\theta)$$

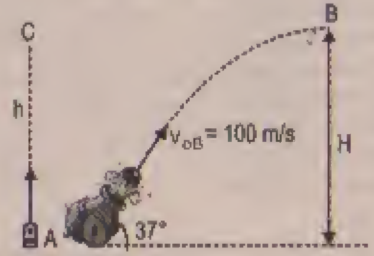
$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(34{,}69\, R) = g(R)\,[1 - \cos\theta]$$

$$\Rightarrow \quad \cos\theta = 1 - \frac{34{,}69}{2(9{,}81)} \qquad \therefore \quad \cos\theta = 0{,}77$$

En consecuencia: $\theta = \text{arc cos}\,(0{,}77) = \cos^{-1}(0{,}77)$

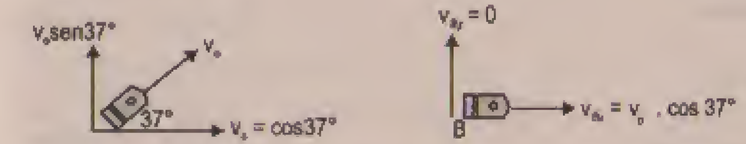
15. Una bala de cañón de 20,0 kg se dispara desde un cañón a una velocidad de orificio de 1 000 m/s y a un ángulo de 37,0° con la horizontal. Una segunda bala se dispara con un ángulo de 90,0°. Utilice la conservación de la energía mecánica para encontrar, para cada bala, a) la altura máxima alcanzada, y b) la energía mecánica total en la altura máxima.

Resolución :



Considerar:
g = 9,81 m/s²

Parte (a)



$$E_{MA} = E_{MB}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(m)\, v_A^2 = mgH + \frac{1}{2} m (v_{Bx})^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} v_A^2 = gH + \frac{1}{2}(v_{Bx})^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{(1000)^2}{2} - \frac{1}{2}\left(1\,000 \, . \frac{4}{5}\right)^2 = (9{,}81)(H)$$

luego: $H = \dfrac{(1000)^2}{(9{,}81)}\,[2 - 16/25] \approx 18{,}35$ km (altura de la bala inclinada)

Hallando la altura de la bala vertical: $E_{MA} = E_{MC}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m\, v_A^2 = mgh \quad \Rightarrow \quad h = \frac{v_A^2}{2g} = \frac{(1000)^2}{2(9{,}81)} \approx 50{,}97 \text{ km}$$

Parte (b)

$$E_{MB} = mgH + \frac{1}{2}mv_B^2 = (20)(9,81)(18,35 \times 10^3) + \frac{1}{2}(20)(1000)^2(16/25)$$

$$\therefore \quad E_{MB} = 10^7 \text{ joules}$$

$$E_{MC} = mgh = (20)(10)(50,97 \times 10^3)$$

$$\therefore \quad E_{MC} = 10\ 193\ 679 \text{ joules}$$

16. Una bola de masa m gira en un círculo vertical de radio R. La bola tiene una velocidad v_0 en su punto más alto. Considere la energía potencial cero en el punto más bajo y use el ángulo θ medido respecto de la vertical, como se muestra en la figura P8.16. a) Obtenga una expresión para la velocidad v en cualquier tiempo como una función de R, θ, v_0 y g. b) ¿Qué velocidad mínima v_0 es necesaria para mantener la bola moviéndose en un círculo? c) ¿La ecuación que se obtuvo en el inciso a) explica el resultado encontrado en la parte b)? Explique.

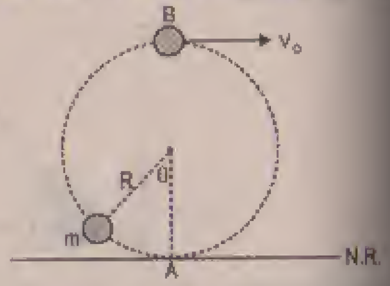
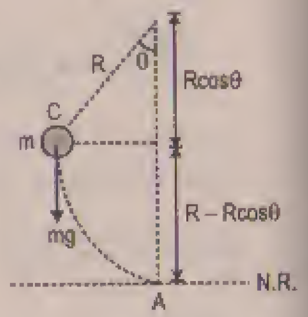


Figura P8.16

Resolución :

Parte (a)



$$E_{MB} = E_{MA}$$

$$\frac{1}{2}mv_o^2 + mg\,(2R) = \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\therefore \quad v_a = \sqrt{v_o^2 + 4gR} \text{ m/s}$$

Por conservación de energía: $E_{MC} = E_{MA}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 + mgR\,(1 - \cos\theta) = \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\Rightarrow \quad v^2 + 2gR\,(1 - \cos\theta) = v_o^2 + 4gR \quad \therefore \quad v = \sqrt{v_o^2 + 2gR + \cos\theta}$$

Parte (b)

$v_{mínima} \Rightarrow$ v en el punto más alto tiene que ser cero

$$\Rightarrow \quad E_{MA} = E_{MB}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_A^2 = mg\,(2R) \qquad \therefore \quad v_{mínima} = \sqrt{4gR} = v_A$$

Como $\quad v_o = 0 \quad \Rightarrow \quad v_{mínima} = \sqrt{4gR}$

Lo cual cumple

17. La figura P8.17 muestra dos masas que están conectadas entre sí por medio de una cuerda ligera que pasa sobre una polea sin fricción y sin masa. La masa de 5,0 kg se suelta desde el reposo. Utilizando la ley de la conservación de la energía, a) determine la velocidad de la masa de 3,0 kg cuando la masa de 5,0 kg golpea el suelo. b) Encuentre la altura máxima a la cual sube la masa de 3,0 kg.

17A. La figura P8.17 muestra dos masas que están conectadas entre sí por medio de una cuerda ligera que pasa sobre una polea sin fricción y sin masa. La masa m_1 se suelta desde el reposo. Utilizando la ley de la conservación de la energía, a) determine la velocidad de la masa de m_2 cuando m_1 golpea el suelo. b) Encuentre la altura máxima a la cual sube m_2.

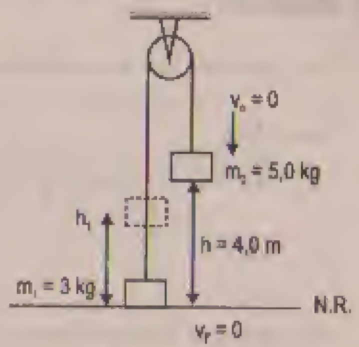


Figura P8.17

Resolución :

Considerar: g = 9,81 m/s²

$$W_{total(m_2)} = \Delta E_k = W_{tensión} - \Delta U$$

$$\Rightarrow \quad \Delta U = W_{tensión} \quad \Rightarrow \quad 0 - mgh = -T(d)$$

$$\Rightarrow \quad W_{tensión} = mgh \quad ; \quad \text{luego:} \quad T = m_2 g$$

Por otro lado: $\quad W_{total\,(m_1)} = \Delta E_{k\,(m1)}$

$$\Rightarrow \quad T(h_1) - m_1 g h_1 = \frac{1}{2}m_1 v_{f_1}^2 \quad \Rightarrow \quad m_2 \cdot gh_1 - m_1 g h_1 = \frac{1}{2}m_1 v_{f_1}^2$$

$$\therefore \quad v_{f_1} = \sqrt{2gh_1\left(m_2 - m_1\right)/m_1}$$

Reemplazando: $\quad v_{F(m_1)} = \sqrt{\dfrac{2(9,81)(h_1)(2)}{3}} \quad \ldots (1)$

Sin embargo: $\quad W_{total\,(M1)} = \Delta E_{K\,total} = -\Delta U + W_{tensión}$

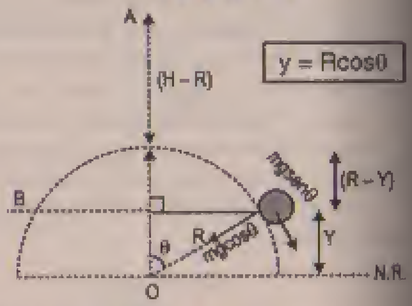
$$W_{tensión} = m_1 g h_1 = m_2 g h \quad \therefore \quad h_1 = \frac{h \cdot m_2}{m_1} = 6,67 \text{ m}$$

Por lo tanto: $\quad v_{f(m1)} = \sqrt{\dfrac{2(9,81)(6,67)(2)}{3}} \approx 9,34$ m/s

18. Un niño se desliza por la resbaladilla sin fricción mostrada en la figura P8.18. En términos de R y H, ¿a qué altura h perderá contacto con la sección de radio R?

Figura P8.18

Resolución :



Por conservación de la energía:

$E_{MA} = E_{MB}$

$\Rightarrow \quad (H - R + R - R\cos\theta)\, gm = \frac{1}{2} m\, v_B^2$

$\Rightarrow \quad 2g\,(H - R\cos\theta) = v_B^2 \quad \dots (\alpha)$

Por otro lado cuando pierde contacto se cumple en ese momento:

$$mg\cos\theta = m\frac{v_B^2}{R} \quad \Rightarrow \quad v_B^2 = Rg\cos\theta$$

Luego: $\quad 2g(H - R\cos\theta) = Rg\cos\theta$

$\Rightarrow \quad 2H - 2R\cos\theta = R\cos\theta \qquad \therefore \qquad \cos\theta = \frac{2H}{3R}$

En consecuencia: $\quad y = R\cos\theta = R \cdot \frac{2H}{3R} = \frac{2}{3}H$

CAMBIOS EN LA ENERGÍA MECÁNICA CUANDO ESTÁN PRESENTES FUERZAS NO CONSERVATIVAS

19. Un bloque de 5,0 kg se pone en movimiento ascendente en un plano inclinado con una velocidad inicial de 8,0 m/s (Fig. P8.19). El bloque se detiene después de recorrer 3,0 m a lo largo del plano, el cual está inclinado a un ángulo de 30° con la horizontal. Determine a) el cambio en la energía cinética del bloque, b) el cambio en su energía potencial, c) la fuerza de fricción ejercida sobre él (supuesta constante), y d) el coeficiente de fricción cinético.

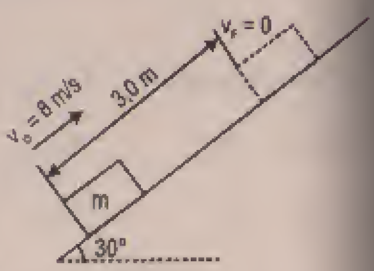


Figura P8.19

Resolución :

Considerar: $\quad g = 9{,}81\ m/s^2$
$\quad m = 5\ kg$

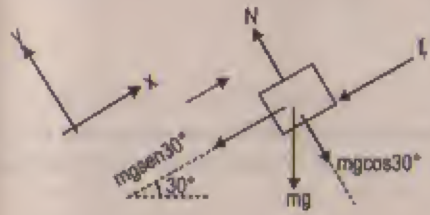
Parte (a) $\quad W_{bloque} = W_{peso} = \Delta E_k$

$\Rightarrow \quad \Delta E_k = \frac{1}{2} m\, v_f^2 - \frac{1}{2} m\, v_i^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta E_k = -\frac{1}{2}(5)(8)^2 = -160$ joules

Parte (b) $\quad W_{peso} = W_{F.conserv} = -\Delta U = \Delta E_k$

$\Rightarrow \quad \Delta U = 160$ joules

Parte (c)



$W_{peso} + W_{fricción} = \Delta E_k$

$-73{,}56 + f_f d = -160$ joules

$\therefore \quad f_f = \frac{86{,}44}{3} = 28{,}8$ N

Parte (d)

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow \quad N = mg\cos 30° = 5(9{,}81)\left(\sqrt{3}/2\right) = 42{,}48\ N$$

$$\Rightarrow \quad f_f = \mu . N = \mu . mg\cos 30° \;\therefore \quad \mu = \frac{f_f}{N} = \frac{28{,}8}{42{,}48} = 0{,}68$$

20. Un bloque de 3,0 kg empieza a moverse a una altura h = 60 cm sobre un plano que tiene un ángulo de inclinación de 30°, como se puede ver en la figura P8.20. Después de alcanzar la parte inferior del plano, el bloque se desliza por una superficie horizontal. Si el coeficiente de fricción en ambas superficies es μ = 0,20, ¿qué distancia se desliza el bloque sobre la superficie horizontal antes de detenerse? (*Sugerencia*: divida la trayectoria en dos partes de línea recta).

20A. Un bloque de masa m empieza a moverse a una altura h sobre un plano que tiene un ángulo de inclinación θ como se puede ver en la figura P8.20. Después de alcanzar la parte inferior del plano, el bloque se desliza por una superficie horizontal. Si el coeficiente de fricción en ambas superficies es μ_c ¿qué distancia se desliza el bloque sobre la superficie horizontal antes de detenerse? (*Sugerencia*: divida la trayectoria en dos partes de línea recta.)

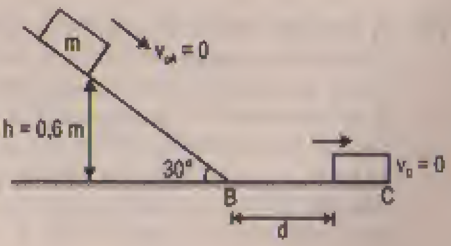


Figura P8.20

Resolución :

Datos: $g = 9{,}81$ m/s^2 ; $m = 3{,}0$ kg

$\mu = 0{,}20$; $v_c = 0$

$E_{MA} = E_{MB}$

$$\Rightarrow \quad mgh = \frac{1}{2}m.v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9{,}81)(0{,}6)}$$

$$\therefore \quad v_B = 3{,}43 \text{ m/s}$$

$W_{(b\to c)} = \Delta E_k$

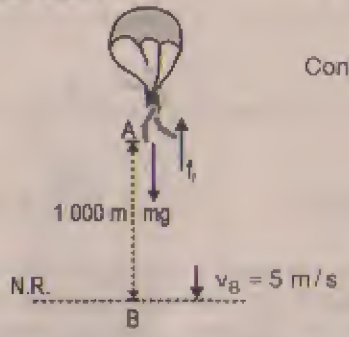
$$\Rightarrow \quad -f_r(d) = \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\Rightarrow \quad \mu(mg)(d) = \frac{1}{2}mv_B^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{v_B^2}{2(g)\mu} = \frac{2(g)(h)}{2g.\mu}$$

$$\therefore \quad d = 3 \text{ m}$$

21. Un paracaidista de 50 kg de masa salta desde un avión a una altura de 1 000 m y llega al suelo con una velocidad de 5,00 m/s. ¿Cuánta energía perdió por la fricción del aire durante este salto?

Resolución :



Considerar: $g = 9{,}81$ m/s^2

$m = 50$ kg

$E_{MB} - E_{MA} = \Delta E_k$ (fuerzas no conserv.) $= W_{fricción}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m\,V_b^2 - mgh = \frac{1}{2}(50)(25) - 50(9{,}81)(1\,000) = -489{,}9 \text{ kJ}$$

22. A partir del reposo en el punto A de la figura P8.22 una cuenta de 0,500 kg se desliza sobre un alambre curvo. El segmento de A a B no tiene fricción y el segmento de B a C es rugoso. a) Encuentre la velocidad de la cuenta en B. b) Si la cuenta se detiene en C, encuentre la energía perdida debido a la fricción conforme se mueve de B a C.

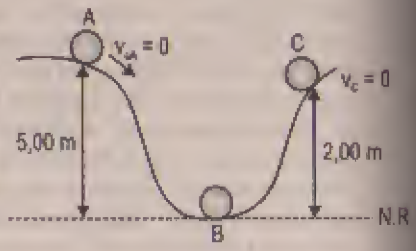


Figura P8.22

Resolución :

Datos: $m = 0{,}5$ kg

$g = 9{,}81$ m/s^2

Parte (a) $E_{MA} = E_{MB}$

$$\Rightarrow \quad mgh = \frac{1}{2}mv_b^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2(9{,}81)(5)} \approx 9{,}9 \text{ m/s}$$

Parte (b) $\Delta E_M = E_{MC} - E_{MB} = W_{fricción}$

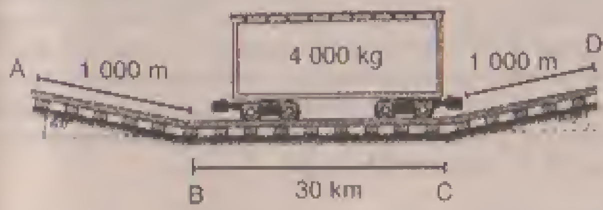
$$\Rightarrow \quad \Delta E_M = mg(2) - \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\Rightarrow \quad \Delta E_M = (0{,}5)(9{,}81)(2) - \frac{1}{2}(0{,}5)(2)(9{,}81)(5)$$

$$\therefore \quad \Delta E_M = -14{,}72 \text{ joules}$$

23. En la primera década de 1800 el ingeniero francés Hector Horeau propuso un diseño para un túnel a través del canal inglés. Los vagones del ferrocarril podrían rodar libremente por el túnel hasta agotar su energía cinética, y después una máquina de vapor los impulsaría el resto del recorrido. Suponga que el túnel de 32,0 km de largo se diseñó con una pendiente de 6,0° para el primer tramo de 1,00 km en cada extremo y siguiendo plano el resto del tramo. Considere que el coeficiente de fricción por rodamiento es 0,1 (un valor pequeño). a) ¿Cuál es el cambio en la energía potencial de un vagón de ferrocarril de 4 000 kg cuando rueda hacia abajo por la pendiente? b) Si el vagón parte del reposo, ¿cuál es su velocidad cuando llega al tramo nivelado? c) ¿Qué distancia recorre dentro del túnel antes de detenerse? d) ¿Era factible este diseño?

Resolución :



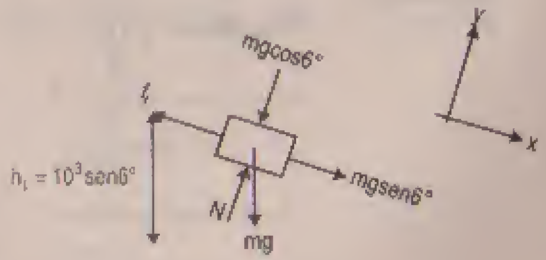
$g = 9{,}81$ m/s^2

sen6° = 0,105

cos6° = 0,994

$\mu = 0{,}1$

Parte (a)



$$\Delta E_M = W_{fricción} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad E_{MB} - E_{MA} = W_{fricción} = -f_r\,d$$

$$\Rightarrow \quad E_{kf} - U_{Pf} - E_{ki} + U_{Pi} = -f_r\,d$$

$\Rightarrow \quad \Delta E_k - \Delta U = -(1\ 000)\ (mg\cos 6°)(\mu) = -10^3\ (0,1)(4\times 10^3)(9,81)(0,994)$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_B^2\ - mgh = -10^3\ (0,1)(9,81)(0,994) = -975$

$\Rightarrow \quad v_B^2 = \left[-975 + (9,81)(10^3)(0,105)\right]2 = 110,1$

$\therefore \quad v_B = 10,49\ m/s$

El cambio en la energía potencial

$U_{Pf} - U_{Pi} = 0 - (4\ 000)(9,81)(10^3)(0,105)$

$\therefore \quad \Delta U = -4\ 120\ kJ$

Parte (b) $v_B = 10,49\ m/s$

Parte (c) $W_{fricción\ (B\to C)} = \Delta E_k \qquad \Rightarrow \quad -f_f\ (d) = \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}m\,v_B^2$

$\Rightarrow \quad (0,1)(4\times 10^3)(9,81)(3\times 10^4) = \frac{1}{2}(4\times 10^3)v_C^2 - \frac{1}{2}(4\times 10^3)(110,04)$

$\Rightarrow \quad v_C^2 = 2(0,1)(9,81)(3\times 10^4) + (110,04) \quad v_c = 242,84\ m/s$

Entonces: $E_{MD} - E_{MC} = W_{fricción} \qquad \Rightarrow \quad mgh - \frac{1}{2}mv_C^2 = -\mu.mg\cos 6°d_2$

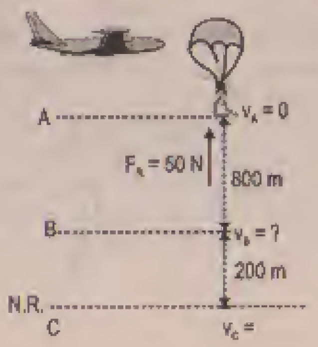
$\Rightarrow \quad (9,81)(d_2\ \text{sen}6°) - \frac{(242,84)^2}{2} = -(0,1)(9,81)(0,994)d_2$

$\therefore \quad d_2 = 14,7\ km$

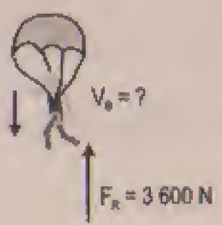
No era factible este diseño

24. Una paracaidista de 80,0 kg salta de un avión a una altura de 1 000 m y abre el paracaídas a una altura de 200 m. a) Suponiendo que la fuerza retardadora total sobre la paracaidista es constante e igual a 50,0 N con el paracaídas cerrado y constante y de 3 600 N con el paracaídas abierto, ¿cuál es su velocidad cuando aterriza? Explique. b) ¿Piensa usted que la paracaidista saldrá lastimada? Explique c) ¿A qué altura debe abrirse el paracaídas de manera que la velocidad de la paracaidista al llegar al suelo sea de 5,00 m/s? d) ¿Qué tan realista es la suposición de que la fuerza retardadora total es constante? Explique.

Resolución :



$m_p = 80\ kg$
$g = 9,81\ m/s^2$



Parte (a)

N.ref(b) $\qquad E_{MB} - E_{MA} = W_{FR}$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_B{}^2 - mgh = -50(h)$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(80)v_B{}^2 - (80)(9,81)(800) = -50(800)$

$\therefore \quad v_B{}^2 = 14\ 696 \quad \Rightarrow \quad v_B = 121,23\ m/s$

Ahora: nos piden $v_c = ?$

$\Rightarrow \quad E_{MC} - E_{MB} = W_{FR}$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m\,v_c{}^2 - [mgh + \frac{1}{2}m\,v_B{}^2] = -3\ 600(800)$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(80)v_c{}^2 - (80)(9,81)(200) - \frac{1}{2}(80)(14\ 696) = -3\ 600(200)$

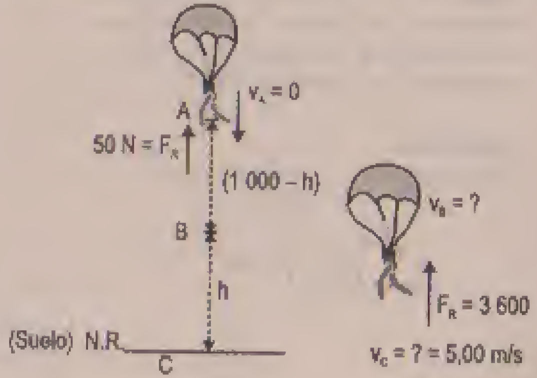
$\therefore \quad v_c = v_{aterrizaje} = 24,9\ m/s$

Conclusión:

La paracaidista al llegar al suelo con una velocidad de 24,9 m/s llegará con una fuerza neta o total de módulo = 2 815,2 N es decir que en ese mínimo diferencial de tiempo, al hacer contacto con el suelo la reacción normal del piso sobre sus pies de la paracaidista será en módulo igual a 2 815,2 lo que quiere decir que se ejercerá sobre su humanidad una masa de 287 kg, podría lastimarse seriamente al aterrizar.

Parte (c)

$v_B = ?$
$F_f = 3\ 600$
$v_c = ? = 5,00\ m/s$



N.R (tomamos a B)

$E_{MB} - E_{MA} = W_{FR}$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_B{}^2 - mg\ (1\ 000 - h) = -50\ (1\ 000 - h)$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(80)v_B{}^2 = -50(1\ 000 - h) + (80)(9,81)(1\ 000 - h)$

$\therefore \quad v_B{}^2 = \frac{(1\ 000 - h)\,[734,8]\,2}{40}$

Por dato $v_c = 5{,}00$ m/s

$$\Rightarrow \quad E_{MC} - E_{MB} = W_{FR}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_c^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 - mgh = -3\,600\,(h)$$

$$\Rightarrow \quad 40(25) - \frac{1}{2}(80)\,\frac{(1\,000-h)\,(1)(734{,}8)}{20} - (80)(9{,}81)h = -3\,600\,h$$

Desarrollando:

$$4\,284{,}8\,h = 1\,469{,}6 \times 10^3 - 1\,000 \quad \therefore\ h = 342{,}75\text{ m}$$

Luego el paracaídas debe de abrirse a una altura de aproximadamente 342.75 m sobre encima del suelo para que llegue con una velocidad de 5 m/s

Parte (d)

F_R es constante $\Rightarrow M_{CONSTANTE}$ y a = constante, pero M depende de la ρ, y del volumen quiere decir que el volumen no cambia en el tiempo lo cual es absurdo ya que el volumen del sistema ≠ cte.

25. El coeficiente de fricción entre la masa de 3,0 kg y la superficie de la figura P8.25 es 0,40. El sistema parte del reposo. ¿Cuál es la velocidad de la masa de 5,0 kg cuando ha caído 1,5 m?

25A. El coeficiente de fricción entre la masa m_1 y la superficie de la figura P8.25 es μ. El sistema parte del reposo. ¿Cuál es la velocidad de m_2 cuando ha bajado una distancia *h*?

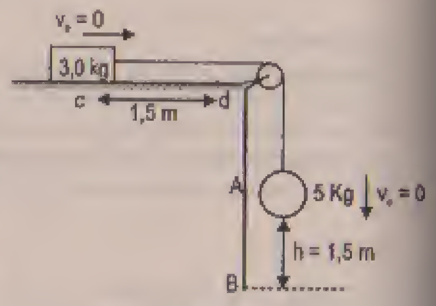
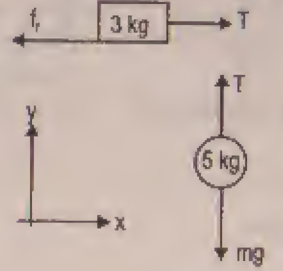


Figura P8.25

Resolución :

Considerar: $g = 9{,}81$ m/s²
$\mu = 0{,}40$



$$T - f_r = 3a \qquad \ldots (1)$$

$$f_r = \mu(N) = \mu.mg = (0{,}4)(3)(9{,}81)$$

$$mg - T = 5a \qquad \ldots (2)$$

$$(1) + (2) \quad mg - f_r = 8a$$

$$\Rightarrow \quad (5)(9{,}81) - (0{,}4)(3)(9{,}81) = 37{,}278 = 8a$$

$$a = 4{,}66\text{ m/s}^2$$

De (2): $\quad 5(9{,}81) - T = 5(4{,}66) \quad \therefore\ T = 25{,}75$ N

Por teorema de la energía: $E_{MB} - E_{MA} = W_{F\ externas} = W_{tensión}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m\,v_B^2 - mgh = -T(h)$$

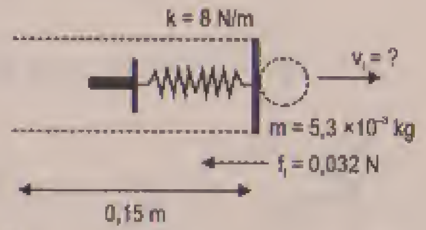
$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(5)(v_B^2) - 5(9{,}81)(1{,}5) = -25{,}75\,(1{,}5)$$

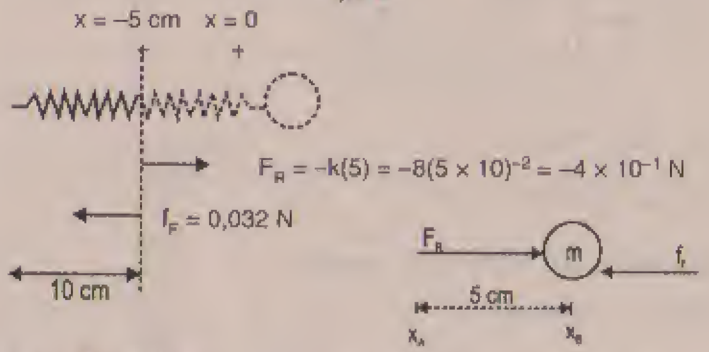
$$\Rightarrow \quad v_B^2 = \frac{1{,}5}{5}\,[5(9{,}81) - 25{,}75] \times 2$$

$$\therefore\ v_B \approx 13{,}98\text{ m/s}$$

26. Una pistola de juguete usa un resorte para disparar una esfera de hule blando de 5,3 g. La constante de resorte es 8,0 N/m, y el cañón de la pistola mide 15 cm de largo, y hay una fuerza de fricción constante de 0,032 N entre el cañón y el proyectil. ¿Con qué velocidad sale disparado el proyectil del cañón si el resorte se comprime 5,0 cm?

Resolución :





$$E_{MB} - E_{MA} = W_{fricción}$$

$$\frac{1}{2}m\,v_B^2 - \frac{1}{2}kx^2 = -f_r\,(5 \times 10^{-2}) = -0{,}032\,(5 \times 10^{-2})$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(5{,}3 \times 10^{-3})\,v_B^2 = \frac{1}{2}(8)(5 \times 10^{-2})^2 - (0{,}032)(5 \times 10^{-2})$$

luego: $$\frac{1}{2}(5{,}3 \times 10^{-3})\,.\,v_B^2 = 0{,}84 \times 10^{-2} \Rightarrow \quad v_B^2 = \frac{(0{,}84 \times 10^{-2}) \times 2}{5{,}3 \times 10^{-3}}$$

$$\therefore \quad v_B = v_{salida\ de\ la\ bala} = 3{,}17\text{ m/s}$$

27. Un bloque se desliza hacia abajo por una pista curva sin fricción y después sube por un plano inclinado, como se puede ver en la figura P8.27. El coeficiente de fricción cinético entre el bloque y la pendiente es μ_f. Con métodos de energía demuestre que la altura máxima alcanzada por el bloque es

$$y_{máx} = \frac{h}{1+\mu_f \cot(\theta)}$$

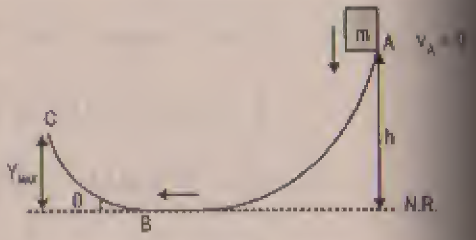


Figura P8-27

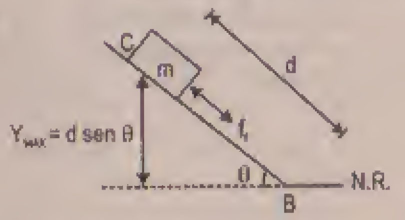
Resolución:

Por demostrar: $$Y_{máx} = \frac{h}{1+\mu_f \cot(\theta)}$$

$E_{MA} = E_{MB}$

$$\Rightarrow \quad mgh = \frac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{2gh}$$

luego:



$f_f = \mu_f \cdot N = \mu_f \cdot mg \cos\theta$

$$E_{MC} - E_{MB} = W_{fricción}$$

$$\Rightarrow \quad mg\,Y_{máx} - \frac{1}{2} m v_B^2 = -f_f \cdot d$$

$$\Rightarrow \quad mg\, d\,\text{sen}\theta - \frac{1}{2} m\,(2gh) = -\mu_f \cdot mg\cos\theta\, d$$

$$\Rightarrow \quad d\,\text{sen}\theta + \mu_f \cdot \cos\theta \cdot d = h$$

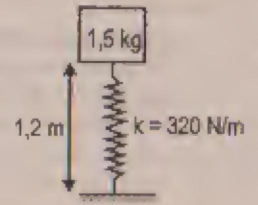
$$\therefore \quad d\,[\text{sen}\theta + \mu_f \cdot \cos\theta] = h \quad \Rightarrow \quad d = \frac{h}{\text{sen}\,\theta + \mu_f \cdot \cos\theta}$$

pero $Y_{máx} = d\,\text{sen}\theta$

$$\Rightarrow \quad Y_{máx} = \left(\frac{h}{\text{sen}\,\theta + \mu_f \cdot \cos\theta}\right)\text{sen}\,\theta \quad \therefore \quad Y_{máx} = \frac{h}{1+\mu . \cot\theta} \text{ . l.q.q.d.}$$

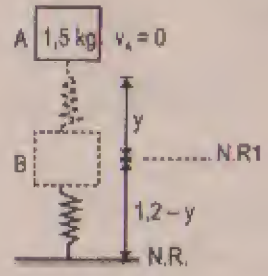
28. Una masa de 1,5 kg se sostiene 1,2m arriba de un resorte no comprimido sin masa que tiene una constante de 320 N/m y después se deja caer sobre el resorte. a) ¿Cuánto se comprime el resorte? b) El mismo experimento se repite en la Luna, donde g = 1,63 m/s². c) Repita el inciso a), pero esta vez suponga que una resistencia del aire constante de 0,70 N actúa sobre la masa durante la caída.

Resolución:

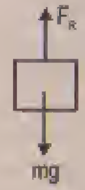


Considerar:
$g = 9{,}81$ m/s²

Parte (a)



D.C.L. (bloque)



$$E_{MA} = E_{MB} = U_{P\,elástica}$$

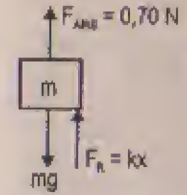
$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m v_A^2 + mg\,y = \frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{1}{2} ky^2 \quad \Rightarrow \quad (1{,}5)(9{,}81)y = \frac{1}{2}(320)\,y^2$$

$$\therefore \quad y = \frac{2(1{,}5)(9{,}81)}{320} = 0{,}092 \text{ m}$$

Parte (b) $g = 1{,}63$ m/s²

$$\Rightarrow \quad y = \frac{2(1{,}5)(1{,}63)}{320} = 0{,}0153 \text{ m}$$

Parte (c)



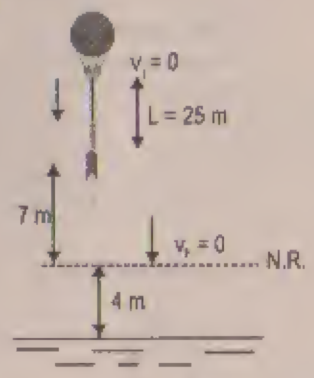
$$\Rightarrow \quad E_{MB} - E_{MA} = W_{F\,aire} = -0{,}70\,(y)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} ky^2 - mgy = -0{,}70\,y$$

$$\therefore \quad y = \frac{14{,}015}{160} = 0{,}088 \text{ m}$$

29. En el peligroso "deporte" de salto de cuerda a gran altura un estudiante salta desde un globo aerostático con una cuerda elástica de diseño especial amarrada a sus tobillos. La longitud de la cuerda sin estirarse es de 25,0 m, el peso del estudiante es de 700 N y el globo está a 36,0 m sobre la superficie de un río. Calcule la fuerza constante requerida de la cuerda si el estudiante se va a detener en forma segura 4,00 m arriba del río.

Resolución :



peso de la persona = 700 N
longitud de la cuerda = 25 m
considerar: g = 9,81 m/s²

$$W_{TOTAL} = \Delta E_{K\ sistema} = \Delta E_{k(F.C)} + \Delta E_{k(F\ EXT)}$$

$$\Rightarrow \quad 0 = -\Delta U + W_{F.ext} \Rightarrow \quad W_{F.ext} = \Delta U = E_{pi} - E_{pf}$$

$$\Rightarrow \quad -F(7) = 0 - 700\ (32) \quad \therefore \quad F = 3\ 200\ \text{N}$$

30. Una masa de 3,0 kg parte del reposo y se desliza por una pendiente sin fricción de 30° una distancia *d* y hace contacto con un resorte no deformado de masa despreciable, como muestra la figura P8.30. La masa se desliza 0,20 m adicionales cuando alcanza momentáneamente el reposo y comprime el resorte (k = 400 N/m). Encuentre la separación inicial *d* entre la masa y el resorte.

30A. Una masa *m* parte del reposo y se desliza por una pendiente sin fricción con un ángulo θ, una distancia *d* y hace contacto con un resorte no deformado de masa despreciable, como muestra la figura P8.30. La masa se desliza una distancia *x* adicional cuando alcanza momentáneamente el reposo y comprime el resorte (constante de fuerza *k*). Encuentre la separación inicial *d* entre la masa y el resorte.

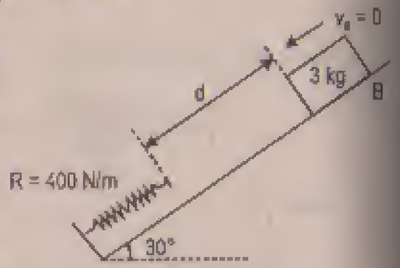
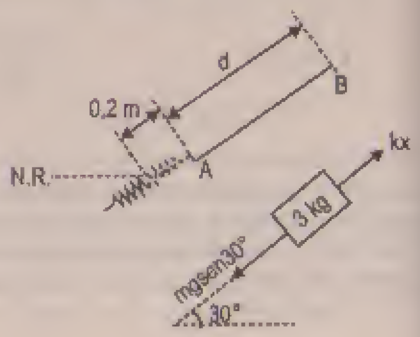


Figura P8.30

Resolución :
g = 9,81 m/s²
m = 3,0 kg



$$E_{MB} = E_{MA} = U_{P.elástica}$$

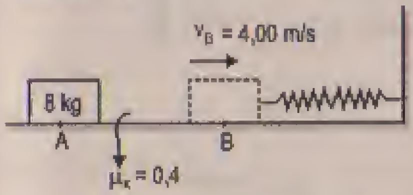
$$mg\ (d + 0,2) = \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}kx^2$$

$$\Rightarrow \quad (3,0)(9,81)(d) = \frac{1}{2}(400)(0,2)^2$$

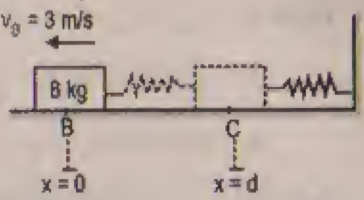
$$\therefore \quad d = 0,272\ \text{m}$$

31. Un bloque de 8,00 kg se mueve sobre una superficie horizontal rugosa y choca con un resorte, como se puede ver en la figura 8.12. La velocidad del bloque *justo antes* del choque es de 4,00 m/s. Conforme el bloque rebota hacia la izquierda con el resorte descomprimido, su velocidad cuando se separa del resorte es de 3,00 m/s. Si el coeficiente de fricción cinético entre el bloque y la superficie es 0,400, determine, a) la energía perdida debido a la fricción mientras el bloque está en contacto con el resorte, y b) la distancia máxima que se comprime el resorte.

Resolución :



Parte (a)



$$E_{MC} - E_{MB} = W_{fricción}\ \text{(ida)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}kd^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = \Delta E_M = W_{fricción} \qquad ...(1)$$

Además: $$E_{MB} - E_{MC} = \Delta E_M = W_{fricción} \quad \text{(vuelta)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}kd^2 = W_{fricción} \qquad ...(2)$$

Sumando: (1) y (2)

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(8)\ [(3)^2 - (4)^2] = 2\ W_{fricción} = 2\ \Delta E_M = \text{pérdida de la energía total debida a la fricción (ida + vuelta)}$$

$$\therefore \quad \Delta E_M = -28,0\ \text{J}$$

Parte (b) Sabemos que $\Delta E_{M\ ida} = W_{fricción}$

$$\Rightarrow \quad -\frac{28}{2} = -\mu\ mg(d) = -(0,4)(8)(9,81)(d)$$

$$\therefore \quad d = 0,446\ \text{m}$$

32. Un palo saltador para niños (Fig. P8.32) almacena energía en un resorte ($k = 2,5 \times 10^4$ N/m). En la posición A (x_1 = -0,10 m) la compresión del resorte es un máximo y el niño está momentáneamente en reposo. En la posición B (x = 0) el resorte está en su posición de equilibrio y el niño se mueve hacia arriba. En la posición *C*, el niño está otra vez en reposo en la parte más alta del salto. Si se considera que la masa combinada del niño y el palo es de 25 kg, a) calcule la energía total del sistema si las dos energías potenciales son cero en *x* = 0, b) determine x_2, c) calcule la velocidad del niño en *x* = 0, d) encuentre el valor de *x* para el cual la energía cinética del sistema es un máximo, y e) obtenga la máxima velocidad hacia arriba del niño.

Figura P8.32

Resolución :

Datos: $k = 2{,}5 \times 10^4$ N/m ; $x_1 = -0{,}1$ m ; $m = 25$ kg

Parte (a)

$$E_M = E_k + E_p$$

$$E_{M1} = E_{M2}$$

$$\Rightarrow \quad mg\,x_1 = \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}(2{,}5 \times 10^4)(0{,}1)^2$$

$$\therefore \quad E_M = 125 \text{ joules}$$

Parte (b) $E_{M4} = E_{M3}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_4^2 + mg\,x_2 = \frac{1}{2}k\,.\,(x_2)^2$$

$$\Rightarrow \quad (25)(9{,}81)x_2 = \frac{1}{2}(2{,}5 \times 10^4)x_2^2 \quad \therefore \quad x_2 = 0{,}02 \text{ m}$$

Parte (c) En $x = 0$ la velocidad del niño = 0

Parte (d)

$$\frac{1}{2}k\,.\,(x_{máx})^2 = \frac{1}{2}mv_{máx}^2 = m.g\,h_{máx} = mg\,x_{máx}$$

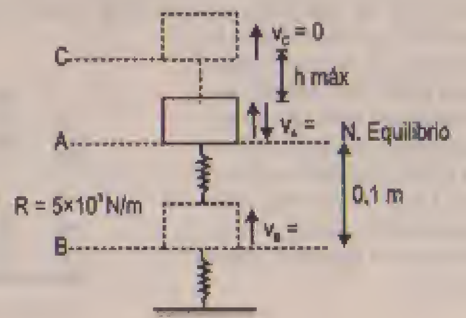
$$\Rightarrow \quad x_{máx} = \frac{2mg}{k} = \frac{2(25)(9{,}81)}{2{,}5\times10^4} = 0{,}02 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m\,(v_{máx})^2 = m.g\,x_{máx} \therefore \quad v_{máx} = \sqrt{2g\,x_{máx}} = 0{,}392 \text{ m/s}$$

33. Un bloque de 0,250 kg de masa se sitúa en la parte superior de un resorte vertical de constante k = 5 000 N/m y empuja hacia abajo, comprimiendo el resorte 0,100 m. Después de que se suelta, el bloque se mueve hacia arriba y luego se separa del resorte. ¿A qué altura máxima sobre el punto de separación llega el bloque?

33A. Un bloque de masa *m* se sitúa en la parte superior de un resorte vertical de constante *k* y empuja hacia abajo, comprimiendo el resorte una distancia *d*. Después de que se suelta, el bloque se mueve hacia arriba y luego se separa del resorte. ¿A qué altura máxima *h* sobre el punto de separación llega el bloque?

Resolución :



Considerar:
$g = 9{,}81$ m/s²

$$E_{MA} = E_{MB} \text{ (subida del bloque)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m\,v_A^2 + mgh = \frac{1}{2}kx^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(0{,}25)v_A^2 + (0{,}25)(9{,}81)(0{,}1) = \frac{1}{2}(5 \times 10^3)(0{,}1)^2$$

$$\therefore \quad v_A = 14{,}07 \text{ m/s}$$

Luego: $E_{MC} = E_{MA}$

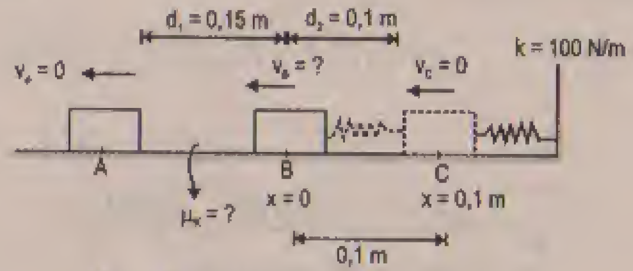
$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_C^2 + mg\,h_{máx} = \frac{1}{2}m\,v_A^2$$

$$\therefore \quad h_{máx} = \frac{v_A^2}{2g} = \frac{(14{,}07)^2}{2(9{,}81)}$$

En consecuencia: $h_{máx} = 10{,}1$ m

34. Un bloque de 2,0 kg de masa se mantiene en reposo mientras comprime 10 cm un resorte sin masa horizontal (k = 100 N/m). Cuando el bloque se suelta, se desplaza 0,25 m sobre una superficie horizontal rugosa antes de detenerse. Calcule el coeficiente de fricción cinética entre la superficie y el bloque.

Resolución :



$$E_{MA} - E_{MB} = W_{fricción}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_B^2 - 0 = -(\mu_k)(m)(g)(d)$$

$$\Rightarrow \quad v_B^2 = 2\mu_k\,gd_1 \qquad \ldots (\alpha)$$

Además: $E_{MB} - E_{MC} = W_{fricción}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}\,mv_B^2 - \frac{1}{2}kx^2 = -\mu_k mg(0{,}1) \qquad \ldots (\beta)$$

(α) en (β): tenemos que:

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m\,(2\mu_k)(g)(0{,}15) - \frac{1}{2}(100)(0{,}1)^2 = -\mu_k\,.\,(2)(9{,}81)(0{,}1)$$

$$\therefore \quad \mu_k = 0{,}102$$

35. En la figura P8.35 se ve un bloque de 10,0 kg que se suelta desde el punto A. La pista no ofrece fricción excepto en la parte *BC*, de 6,00 m de longitud. El bloque se mueve hacia abajo por la pista, golpea un resorte de constante de fuerza $k = 2\ 250$ N/m y lo comprime 0,300 m a partir de su posición de equilibrio antes de quedar momentáneamente en reposo. Determine el coeficiente de fricción cinético entre la superficie *BC* y el bloque.

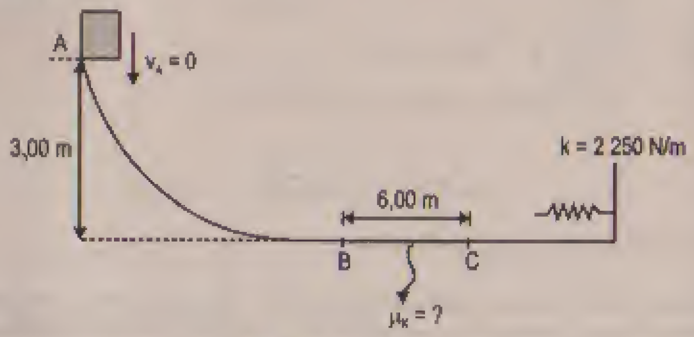


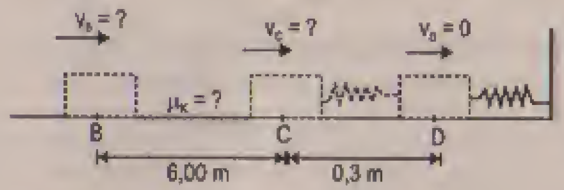
Figura P8.35

Resolución :

m = 10 kg ; g = 9,81 m/s² ; k = 2 250 N/m

Por conservación de energía: $E_{MA} = E_{MB}$

$$\Rightarrow \quad mgh = \frac{1}{2}mv_b^2 \qquad \therefore\ v_b = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9,81)(3)} = 7,67 \text{ m/s}$$



$$E_{MC} = E_{MD}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_c^2 = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow \quad v_c^2 = \frac{kx^2}{m} = \frac{(2250)(0,3)^2}{(10)} = 20,25$$

Luego: en B → C

$$\Delta E_M = W_{fricción}$$

$$\Rightarrow \quad E_{MC} - E_{MB} = W_{fricción} = -\mu_k\ mg\ (\overline{BC})$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_c^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = -\mu_k\ (mg)(6)$$

Entonces: reemplazando: $\frac{1}{2}(10)\ [20,25 - 58,86] = -\mu_k\ (10)(9,81)(6)$

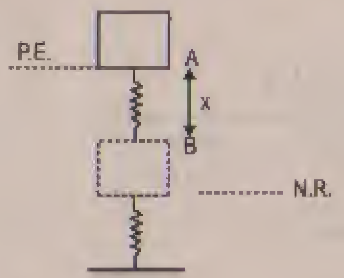
$$\Rightarrow \quad 5 - (-38,61) = -\mu_k\ (588,6)$$

$$\therefore \quad \mu_k = \frac{193,05}{588,6} = 0,328$$

36. Se deja caer una masa de 120 g que está unida al extremo de un resorte vertical no deformado ($k = 40$ N/m). a) ¿Cuál es su velocidad máxima? b) ¿Qué distancia desciende antes de quedar en reposo momentáneamente?

36A. Se deja caer una masa *m* que está unida al extremo de un resorte vertical no deformado con una constante de fuerza *k*. a) ¿Cuál es su velocidad máxima? b) ¿Qué distancia desciende antes de quedar en reposo momentáneamente?

Resolución :



m = 0,12 kg

k = 40 N/m

g = 9,81 m/s²

Parte (a)

$$E_{MB} = E_{MA}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_A^2 = m.gx \quad \Rightarrow \quad v_A^2 = \frac{km^2}{m} \ \dots (1)$$

Parte (b) $\frac{1}{2}kx^2 = m.gx$

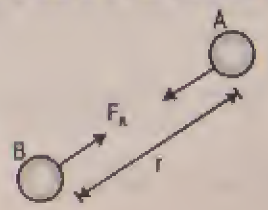
$$\therefore \quad x = \frac{2mg}{k} = \frac{2(0,12)(9,81)}{40} = 0,06 \text{ m}$$

luego: $$v_{A(subida)} = \frac{(40)(0,06)^2}{0,12} = 1,2 \text{ m/s} \ \ \text{(parte a)}$$

RELACIÓN ENTRE FUERZAS CONSERVATIVAS Y ENERGÍA POTENCIAL

37. La energía potencial de un sistema de dos partículas separadas por una distancia r es $U(r) = \frac{A}{r}$, donde A es una constante. encuentre la fuerza radial **F**, en términos de A y r.

Resolución :



$$U(r) = \frac{A}{r} \quad \Rightarrow \quad \frac{dU}{dr} = -A\left(\frac{1}{r^2}\right)$$

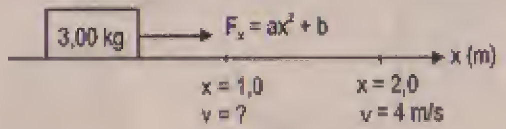
Pero: $\dfrac{dU}{dr} = -Fr \;\Rightarrow\; -A\left(\dfrac{1}{r^2}\right) = -Fr$

$$\therefore \quad F(r) = \frac{A}{r^2}$$

38. Sobre un bloque de 3,00 kg que se mueve por el eje x actúa una fuerza aislada qu varía con la posición del bloque de acuerdo con la ecuación $F_x = ax^2 + b$, don a = 5,00 N/m² y b = −2,50 N. En x = 1,0 m, el bloque se mueve hacia la derecha c 4,0 m/s. Determine su velocidad en x = 2,0 m.

Resolución :

$a = 5{,}00\ N/m^2$
$b = -2{,}50\ N$



Por teorema del trabajo y la energía:

$$\Rightarrow \quad W_{TOTAL} = \Delta E_k$$

$$\Rightarrow \quad \int_1^2 F_x dx = \frac{1}{2}(m)v_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

Reemplazando: $\displaystyle\int_1^2 5{,}00x^2dx + \int_1^2 -2{,}50dx = \frac{1}{2}(3)\left[16 - v_i^2\right]$

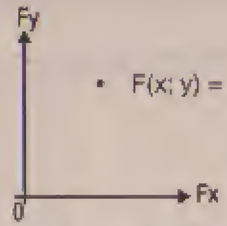
$$\Rightarrow \quad \frac{500}{3}x^3\Big|_1^2 - 2{,}50\,x\Big|_1^2 = \frac{3}{2}\left(16 - v_i^2\right) \quad \therefore \quad v_i = 3{,}14\ m/s$$

39. Una función energía potencial para una fuerza bidimensional es de la forma $U = 3x^3y - 7x$. Encuentre la fuerza que actúa en el punto (x,y).

Resolución :

$\dfrac{d(U(x;y))}{dx} = -F_x \;\Rightarrow\; \vec{F}(x) = (7 - 9x^2)\,\hat{i}$

$\dfrac{d(U(x;y))}{dy} = -F_y \;\Rightarrow\; \vec{F}(y) = (-3x^3)\,\hat{j}$



$\therefore \quad \vec{F} = (7 - 9x^2)\,\hat{i} - 3x^3\,\hat{j}$

$U(x;y) = 3x^3y - 7x$

DIAGRAMAS DE ENERGÍA Y EL EQUILIBRIO DE UN SISTEMA

40. Para la curva de energía potencial que se muestra en la figura P8.40, a) determine si la fuerza F_x es positiva, negativa o cero en los cinco puntos señalados. b) Muestre los puntos de equilibrio estable, inestable y neutro. c) Dibuje la curva de F_x contra x en x = 0 a x = 8,0 m.

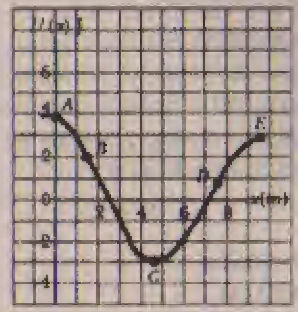


Figura P8.40

Resolución :

Parte (a) En A: $\dfrac{dU}{dx} = < 0 \;\Rightarrow\; F(x) > 0$

En B: $\dfrac{dU}{dx} < 0 \;\Rightarrow\; F(x) > 0$

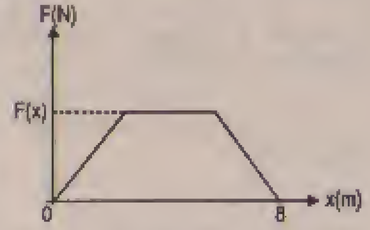
En C: $\dfrac{dU}{dx} = 0 \;\Rightarrow\; F(x) = cte$

En D: $\dfrac{dU}{dx} > 0 \;\Rightarrow\; F(x) < 0$

En E: $\dfrac{dU}{dx} > 0 \;\Rightarrow\; F(x) < 0$

Parte (b) Equilibrio estable = C ; Equilibrio inestable = A, E
Equilibrio neutro = B,D

Parte (c) x = 0 ;
x = 8 m



41. Una partícula de masa *m* se suspende entre dos resortes idénticos sobre la parte superior de una mesa horizontal sin fricción, como se muestra en la figura P8.41. Los dos resortes tienen constante k. a) Si la partícula se jala una distancia x a lo largo de una dirección perpendicular a la configuración inicial de los resortes, demuestre que su energía potencial debida a los resortes es

$$U(x) = kx^2 + 2kL - \left(L - \sqrt{x^2 + L^2}\right)$$

Sugerencia: Véase el problema 78 del capítulo 7.) b) Grafique U(x) contra x e identifique todos los puntos de equilibrio. Suponga que L = 1,20 m y k = 40,0 N/m. c) Si la partícula se jala 0,500 m hacia la derecha y después se suelta, ¿cuál es su velocidad cuando llega a x = 0?

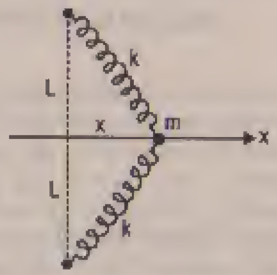
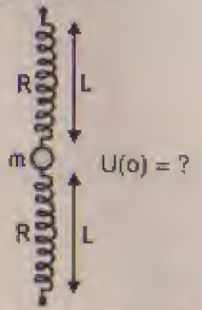


Figura P8.40

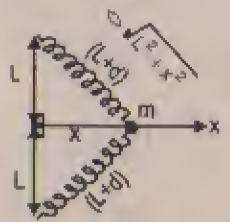
Resolución :

Parte (a)

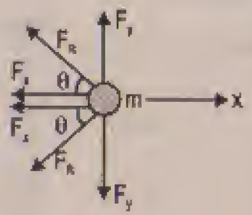
Inicialmente



Luego



D.C.L. (m)



Sabemos que: $(L)^2 + (x)^2 = (L + d)^2 \Rightarrow d = \sqrt{L^2 + x^2} - L$

Además: $\cos\theta = \dfrac{x}{\sqrt{L^2 + x^2}}$

Entonces:

$$+F_{R\,total} = 2F_x\cos\theta = -2\,[k.d]\cos\theta = -2k\left[\sqrt{L^2 + x^2} - L\right]\frac{x}{\sqrt{L^2 + x^2}}$$

$$\therefore \quad \vec{F}_{R\,total} = [-2kx + 2kLx/\sqrt{L^2 + x^2}\,]\,\hat{i}$$

Sabemos que: $\dfrac{dU}{dx} = -Fx$ pero: $x_f = \sqrt{L^2 + x^2} - L$

$$\Rightarrow \int_0^{x_f} dU = +\int_0^{x_f} 2kx\,dx - \int_0^{x_f}\frac{2kLx\,dx}{\sqrt{L^2 + x^2}}$$

cambio de variable:

$\sqrt{L^2 + x^2} = U \Rightarrow 2xdx = 2UdU$

$$\Rightarrow U(x) - U(0) = \frac{2kx^2}{2}\Bigg|_0^{x_f} - 2kLx\Bigg|_0^{x_f}$$

$$\therefore \quad U(x) = kx^2\Bigg|_0^{\sqrt{L^2+x^2}-L} - 2kLx\Bigg|_0^{\sqrt{L^2+x^2}-L}$$

En consecuencia: $U(x) = kx^2 + 2kL\left[L - \sqrt{x^2 + L^2}\right]$

Parte (b) L = 1,2 ; k = 40N/m

$$\Rightarrow U(x) = 40x^2 + 96\left[1{,}2 - \sqrt{x^2 + 1{,}44}\right]$$

Parte (c)

L = 1,2 m k = 40 N/m

$U_i = 0$

$$U_f = U(0{,}5) = 40(0{,}5)^2 + 2(40)(1{,}2)\left[1{,}2 - \sqrt{(0{,}5)^2 + (1{,}2)^2}\right]$$

$\Rightarrow U(0{,}5) = 0{,}4$ joules

Luego: por conservación de energía

$$-\Delta U = \Delta E_k$$

$$\Rightarrow -(U_f - U_i) = \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$\Rightarrow -(-0{,}4) = \frac{1}{2}mv_f^2 \Rightarrow v_f = \sqrt{(0{,}8)/m}\ \text{m/s}$$

42. Un tubo hueco tiene uno o dos pesos pegados a su superficie interior, como se ilustra en la figura P8.42. Caracterice cada configuración como de equilibrio estable, inestable o neutro. Explique cada una de sus elecciones.

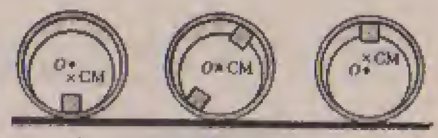


Figura P8.42

Resolución :

- El gráfico (a) se considera que la masa se encuentra en "equilibrio estable" puesto que la energía mecánica es igual a cero.
- En el gráfico (b) la masa se encuentra en "equilibrio neutro" en vista que su energía mecánica, además de ser diferente de cero, tiene energía potencial que varía conforme la masa varía de posición.
- En el gráfico (c) la masa se encuentra en "equilibrio inestable" en vista que llega a tener una energía potencial máxima.

43. Una partícula de masa m = 5,00 kg se suelta desde un punto A sobre la vereda sin fricción mostrada en la figura P8.43. Determine, a) la velocidad de la partícula en los puntos B y C, y b) el trabajo neto realizado por la fuerza de la gravedad al mover la partícula de A a C.

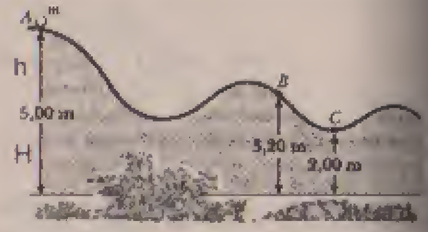


Figura P8.43

Resolución:

g = 9,81 m/s²

Parte (a)

$$E_{MA} = E_{MB}$$

$$\Rightarrow \quad mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9,81)(1,8)}$$

$$\therefore \quad v_B \approx 5,94 \text{ m/s}$$

$$E_{MA} = E_{MC}$$

$$\Rightarrow \quad mg\,(h + H) = \frac{1}{2}mv_C^2 \quad \Rightarrow \quad v_C = \sqrt{2g(H+h)} = \sqrt{2(9,81)(1,8+1,2)}$$

$$\therefore \quad v_C = 7,67 \text{ m/s}$$

Parte (b)

$$W_{A\to C} = W_{A\to B} + W_{B\to C} = \Delta E_k$$

$$\Rightarrow \quad W_{A\to B} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}(5)(2)(9,81)(1,8)$$

$$\therefore \quad W_{A\to B} = 88,29 \text{ joules}$$

Luego: $\quad W_{B\to C} = \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2$

$$\Rightarrow \quad W_{B\to C} = \frac{1}{2}(5)\,[2(9,81)(3) - 2(9,81)(1,8)] = 58,86 \text{ joules}$$

En consecuencia: $\quad W_{A\to C}$ = 88 29 + 58,86 = 147,15 joules

EQUIVALENCIA MASA - ENERGÍA

44. Encuentre la equivalencia de energía de, a) un electrón de 9,11 × 10⁻³¹ kg de masa, b) un átomo de uranio de 4,0 × 10⁻²⁵ kg de masa, c) un sujetador de papeles de 2,0 g de masa y d) la Tierra, de 5,99 × 10²⁴ kg de masa.

Resolución:

Parte (a) $\quad E_{(e-)} = (9,11 \times 10^{-31}\text{ kg})(9 \times 10^{16}) = 81,99 \times 10^{-15}$ joules

Parte (b) $\quad E_{(u)} = (4 \times 10^{-25}\text{ kg})(9 \times 10^{16}) = 36 \times 10^{-9}$ joules

Parte (c) $\quad E_{(p)} = (2 \times 10^{-3}\text{ kg})(9 \times 10^{16}) = 18 \times 10^{13}$ joules

Parte (d) $\quad E_{(T)} = (5,99 \times 10^{24}\text{ kg})(9 \times 10^{16}) = 54 \times 10^{40}$ joules

45. La expresión para la energía cinética de una partícula que se mueve con velocidad v está dada por la ecuación 7.20, la cual puede escribirse como $K = \gamma mc^2 - mc^2$, donde $\gamma = [1 - (v/c)^2]^{-1/2}$. El término γmc^2 es la energía total de la partícula, y el término mc^2 es su energía en reposo. Un protón se mueve con una velocidad de 0,990 c, donde c es la velocidad de la luz. Encuentre, a) su energía en reposo, b) su energía total, y c) su energía cinética.

Resolución:

$$K = r\,mc^2 - mc^2 \qquad \gamma = \left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right]^{-1/2} \qquad c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$v_{p+} = 0,990\text{ c} \qquad m_{p+} = 1,67 \times 10^{-27}\text{ kg}$$

Parte (a) $\quad$ Energía en reposo = $(1,67 \times 10^{-27})(9 \times 10^{16}) = 15 \times 10^{-11}$ joules

Parte (b) $\quad$ Energía total = $\left[1 - \left(\frac{0,990c}{c}\right)^2\right]^{-1/2} [15 \times 10^{-11}] - [15 \times 10^{-11}]$

$$\Rightarrow \quad E_{total} = \frac{15 \times 10^{-11}}{\sqrt{0,0199}} - 15 \times 10^{-11} = 92,1 \times 10^{-11} \text{ joules}$$

Parte (c) $\quad E_k = \frac{1}{2}(1,67 \times 10^{-27})(9 \times 10^{16}) = 7,5 \times 10^{-11}$ joules

PROBLEMAS ADICIONALES

46. Una partícula de 200 g se suelta desde el reposo en el punto A a lo largo del diámetro horizontal en el interior de un tazón hemisférico sin fricción de radio R = 30,0 cm (figura P8.46). Calcule, a) su energía potencial gravitacional en el punto A respecto del punto B, b) su energía cinética en el punto B, c) su velocidad en el punto B, y d) su energía cinética y energía potencial en el punto C.

Figura P8.46

Resolución:

m = 0,2 kg ; $\quad$ R = 0,3 m ; $\quad$ g = 9,81 m/s²

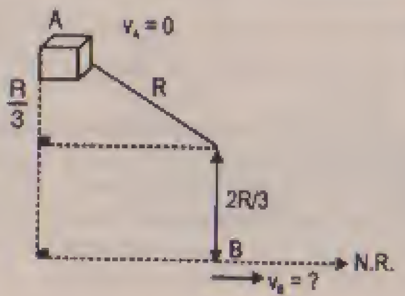
Parte (a)

$$E_{MA} = E_{MB}$$

$$\Rightarrow \quad E_{MA} = E_{PA} = mg\,R$$

$$= (0{,}2)(9{,}81)(0{,}3)$$

$$\approx 0{,}59 \text{ joules}$$



Parte (b) $E_{MA} = E_{MB} = \frac{1}{2} m\,v_B^2$

$$\Rightarrow \quad m.gR = \frac{1}{2} m\,v_B^2 \qquad \therefore \quad v_B = \sqrt{2gR} = \sqrt{2(9{,}81)(0{,}3)}$$

$$\Rightarrow \quad v_B \approx 2{,}43 \text{ m/s}$$

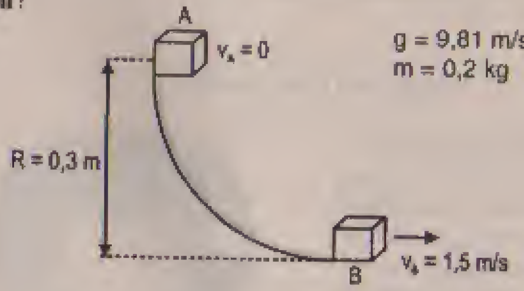
Parte (c) $E_{KB} = E_{MA} = U_{PA} \qquad \therefore \quad E_{KB} = 0{,}59$ joules

Parte (d) $E_{KC} + E_{PC} = E_{MC} = mg\left(\frac{2R}{3}\right) = (0{,}2)(9{,}81)(0{,}3)\left(\frac{2}{3}\right)$

$$\therefore \quad E_{MC} = 0{,}3924 \text{ joules}$$

47. La partícula descrita en el problema 46 (figura P8.46) se suelta desde el reposo en A, y la superficie del tazón es rugosa. La velocidad de la partícula *B* es de 1,50 m/s. a) ¿Cuál es la energía cinética en *B*? b) ¿Cuánta energía se pierde debido a la fricción cuando la partícula se mueve de *A* a *B*? c) ¿Es posible determinar μ, de alguna manera sencilla, a partir de estos resultados? Explique.

Resolución :



$g = 9{,}81$ m/s²
$m = 0{,}2$ kg

Parte (a) $E_{KB} = E_{MB} = mg\,(0{,}3) = \frac{1}{2}(m)v_b^2 = \frac{1}{2}(0{,}2)(1{,}5)^2$

$$\therefore \quad E_{KB} = 0{,}225 \text{ joules}$$

Parte (b) $E_{MB} - E_{MA} = \Delta E_M =$ Energía perdida debido a la fricción

$$\Rightarrow \quad \Delta E_M = E_{KB} - E_{PA} = 0{,}225 - (0{,}2)(9{,}81)(0{,}3)$$

$$\therefore \quad \Delta E_M = -0{,}3636 \text{ joules}$$

Parte (c) Sabemos que:

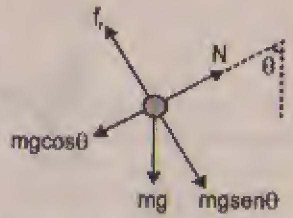
$$\Delta E_M = W_{fricción} \qquad d = R.\theta$$

$$\Rightarrow \quad \Delta E_M - f_r\,(d)$$

$$\Rightarrow \quad -\Delta E_M = -f_r\,(d) \quad \Rightarrow \quad f_r = \frac{\Delta E_M}{R\theta}$$

pero: $f_r = \mu.N$

Además:



$$N - mg\cos\theta = m\,\frac{v^2}{R}$$

$$\therefore \quad N = mg\cos\theta + m\,\frac{v^2}{R}$$

Como "N" varía con la posición de la partícula entonces f_r también variará; por consiguiente μ variará concluimos que "μ" no se puede determinar.

48. El juguete de un niño se compone de una pieza de plástico unida a un resorte (Fig. P8.48), el resorte se comprime 2,0 cm y el juguete se mueve. Si la masa de éste es 100 g y se eleva a una altura máxima de 60 cm, calcule la constante de fuerza del resorte.

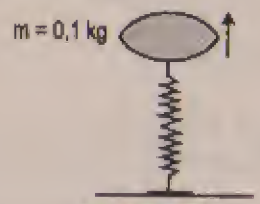
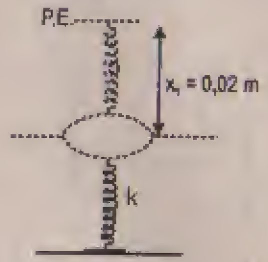


Figura P8.48

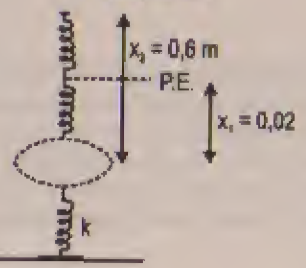
Resolución :

$m = 0{,}1$ kg ; $g = 9{,}81$ m/s²

Inicialmente



Finalmente



Inicialmente: $\quad mg(x_1) = \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}mv_i^2$

Finalmente: $\quad \frac{1}{2}mv_i^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}kx_2^2$

$$\Rightarrow \quad mgx_1 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}kx_2^2$$

$$\Rightarrow \quad mgx_1 = \frac{1}{2}k\,(x_1 + x_2)(x_2 - x_1)$$

$$\therefore \quad k = \frac{2m(g)(x_1)}{(x_2 - x_1)(x_2 + x_1)} = \frac{2(0{,}1)(9{,}81)(0{,}02)}{(0{,}6 - 0{,}02)(0{,}6 + 0{,}02)} = 0{,}1\ \text{N/m}$$

49. Una niña se desliza sin fricción desde una altura h por la resbaladilla curva de una alberca (Fig. P8.49). La niña se lanza a la alberca desde una altura $h/5$. Determine su altura máxima en el aire y en función de h y θ.

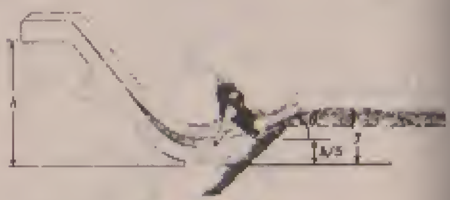


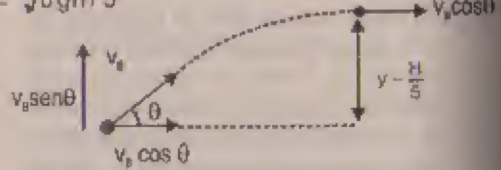
Figura P8.49

Resolución :

$E_{MA} = E_{MB}$

$$\Rightarrow \quad mg\left(h - \frac{h}{5}\right) = \frac{1}{2}mv_B^2 \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{8gh/5}$$

$E_{MB} = E_{MC}$



Por mov. de proyectiles:

$$0 = (v_B\,\text{sen}\theta)^2 - 2g(y - h/5)$$

$$\Rightarrow \quad 2gy - 2g\frac{h}{5} = v_B^2 \,.\, \text{sen}^2\theta = \frac{8gh}{5}\,\text{sen}^2\theta$$

$$\Rightarrow \quad 2gy = \frac{8gh}{5}\,\text{sen}^2\theta + \frac{2gh}{5} = \frac{h}{5}\,(4\text{sen}^2\theta + 1)$$

$$\therefore \quad y = (4\text{sen}^2\theta + 1)$$

50. Una partícula de masa m parte del reposo y se desliza hacia abajo por un tramo sin fricción, como el de la figura P8.50. Abandona el tramo en forma horizontal, y golpea el suelo, como se indica en el dibujo. Determine h.

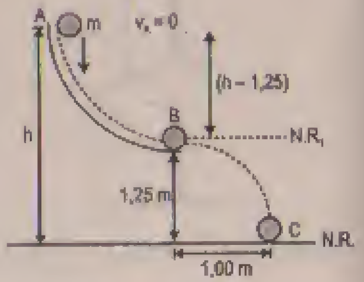


Figura P8.50

Resolución :

$g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$

$E_{MA} = E_{MB}$

$$\Rightarrow \quad mg\,(h - 1.25) = \frac{1}{2}mv_B^2 \quad \Rightarrow \quad v_B^2 = 2g\,(h - 1.25) \qquad \dots (1)$$

Por mov. proyectiles:

$$v_{bxt} = 1{,}00 \qquad 1{,}25 = \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad 1{,}25 = \frac{1}{2}(9{,}81)\left[\frac{1}{v_B}\right]^2 \quad \dots (2)$$

$$\text{(1) en (2):} \qquad 1{,}25 = \frac{1}{2}(9{,}81)\left[\frac{1}{2g(h - 1{,}25)}\right] \qquad \therefore \quad h = 1{,}45\ \text{m}$$

51. Las masas de la jabalina, el disco y la bala son 0,80 kg, 2.0 kg y 7,2 kg, respectivamente, y los lanzamientos récord en los deportes de pista que usan estos objetos son aproximadamente 89 m, 69 m y 21 m, respectivamente. Ignore la resistencia del aire y: a) calcule las energías cinéticas iniciales mínimas que producen estos lanzamientos, y b) encuentre la fuerza promedio ejercida sobre cada objeto durante el lanzamiento, suponiendo que la fuerza actúa a lo largo de una distancia de 2.0 m. c) ¿Sus resultados señalan que la resistencia del aire es un factor importante?

Resolución :

Sabemos que en un movimiento de proyectiles se cumple que:

$$t_{vuelo} = \frac{2v\text{sen}\theta}{g}$$

$$D_x = v\cos\theta \times t_{vuelo} = \frac{2v\cos\theta \,.\, v\text{sen}\theta}{g} = \frac{v^2.\text{sen}2\theta}{g}$$

$$\Rightarrow \quad v^2 = \frac{D_x \,.\, g}{\text{sen}2\theta} \qquad \therefore \quad \boxed{v_{min}^2 = \frac{D_x \,.\, g}{(1)}} \quad ; \quad \text{sen}2\theta \text{ es máximo} = 1$$

Luego:

$$E_{k\ \text{mínima jabalina}} = \frac{1}{2}(0{,}8)(89)(9{,}81) = 349\ \text{J}$$

$$E_{k\ \text{mínima disco}} = \frac{1}{2}(2)(69)(9{,}81) = 676\ \text{J}$$

$$E_{k\ \text{mínima bala}} = \frac{1}{2}(7.2)(21)(9{,}81) = 741\ \text{J}$$

Parte (b)

Sabemos que por el teorema del trabajo y la energía se cumple que:

$$F_{promedio} \,.\, d = W = \Delta E_k$$

$$\Rightarrow \quad F_{promedio} = \frac{1}{2}m.\frac{v^2}{d} = \frac{E_k}{d}$$

Luego: $F_{\text{promedio (jabalina)}} = \dfrac{349}{2} = 174\ \text{N}$

$$F_{\text{promedio (disco)}} = \frac{676}{2} = 338\ \text{N}$$

$$F_{\text{promedio (bala)}} = \frac{741}{2} = 370\ \text{N}$$

52. Una bola que tiene una masa *m* se conecta mediante una cuerda de longitud *L* a un punto pivote y se mantiene fija en una posición vertical. Una fuerza constante del viento de magnitud *F* sopla de izquierda a derecha, como muestra la figura P8.52. a) Si la bola se suelta desde el reposo, demuestre que la altura máxima *H* que alcanza, cuando se mide desde su altura inicial, es:

$$H = \frac{2L}{1+(mg/F)}$$

Suponga que la cuerda no se rompe en el proceso y verifique que la fórmula anterior es válida tanto para $0 \le H \le L$ como para $L \le H \le 2L$. b) Calcule H usando los valores m = 2,00 kg, L = 2,00 m y F = 14,7 N. c) Con estos mismos valores determine la altura de *equilibrio* de la bola. d) ¿La altura de equilibrio puede ser alguna vez más grande que L? Explique.

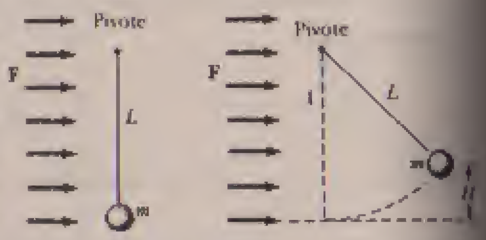
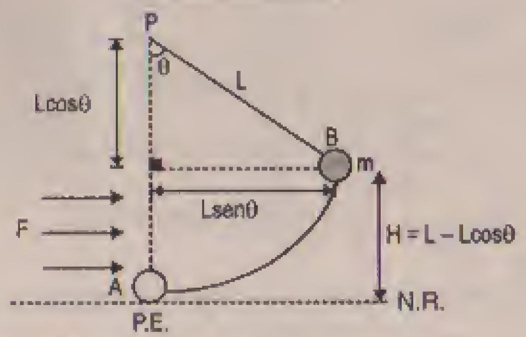


Figura P8.52

Resolución :52

Parte (a) Por demostrar: $\boxed{H = \dfrac{2L}{1+\left(\dfrac{mg}{F}\right)^2}}$

Sea:



Del gráfico:

$H = L - L\cos\theta$

Entonces: $W_{total} = \Delta E_{K\,total} = \Delta E_{K\,F.const} + \Delta E_{K\,F\,ext}$

$\Rightarrow \quad \Delta U = \Delta E_{K\,F.EXT} = W_{F\,EXT}$

$\Rightarrow \quad mgH = FL\operatorname{sen}\theta$

$\Rightarrow \quad mgL\,(1-\cos\theta) = F.L\operatorname{sen}\theta$

desarrollando: $\dfrac{1-\cos\theta}{\operatorname{sen}\theta} = \dfrac{F}{mg} \Rightarrow \csc\theta - \operatorname{ctg}\theta = \dfrac{F}{mg}$ ... (1)

Por Trigonometría: sabemos que: $\csc^2\theta - \operatorname{ctg}^2\theta = 1$

$\Rightarrow \quad (\csc\theta - \operatorname{ctg}\theta)(\csc\theta + \operatorname{ctg}\theta) = 1 \quad \therefore \quad \csc\theta + \operatorname{ctg}\theta = \dfrac{mg}{F}$ ... (2)

(1) + (2): $2\csc\theta = \dfrac{F}{mg} + \dfrac{mg}{F} \Rightarrow 2\csc\theta = \dfrac{F^2+(mg)^2}{F\,mg}$

$$\therefore \quad \operatorname{sen}\theta = \frac{2Fmg}{F^2+(mg)^2}$$

como: $mgH = FL\operatorname{sen}\theta \Rightarrow H = \dfrac{FL}{mg}\left[\dfrac{2F\,mg}{F^2+(mg)^2}\right]$

$$\therefore \quad H = \frac{2F^2L}{F^2+(mg)^2} = \frac{2L}{1+\left(\dfrac{mg}{F}\right)^2} \quad \text{l.q.q.d.}$$

Parte (b)

H = ? cuando: m = 2 kg; L = 2 m ; F = 14,7 N

$$\Rightarrow \quad H = \frac{2(2)}{1+\left(\dfrac{2(9{,}81)}{14{,}7}\right)^2} \quad \Rightarrow \quad H = 1{,}44\ \text{m}$$

Parte (c)

Supongamos: por hipótesis: H > L

$$\Rightarrow \quad \frac{2L}{1+\left[\dfrac{mg}{F}\right]^2} > L \Rightarrow \frac{2F^2}{F^2+(mg)^2} > 1 \Rightarrow \frac{F^2-(mg)^2}{F^2+(mg)^2} > 0$$

Como $F^2 + (mg)^2 > 0 \Rightarrow F^2 - (mg)^2 > 0 \quad \therefore \quad (F-mg)(F+mg) > 0$

En consecuencia: para que H > L se tiene que cumplir: F > mg

53. Pruebe que las siguientes fuerzas son conservativas y encuentre el cambio en la energía potencial correspondiente a cada una, considerando $x_i = 0$ y $x_f = x$: a) $F_x = ax + bx^2$, b) $F_x = Ae^{\alpha x}$. (a, b, A y α son constantes).

Resolución :53

Datos: $x_i = 0 \quad x_f = x$

Parte (a)

Por demostrar: $F_x = ax + bx^2$ es conservativa

$$-\Delta U = \int F(x)\,dx$$

pero: "F" conservativa

$$\Rightarrow \qquad \frac{dU}{dx} = -F(x) \quad \Rightarrow \quad dU = -F(x)dx$$

$$\Rightarrow \qquad \int_0^{x_f} dU = \int_0^{x_f} axdx + \int_0^{x_f} bx^2dx$$

$$\Rightarrow \qquad U(x) - U(0) = -\left(\frac{a}{2}x^2 + \frac{b}{3}x^3\right)\Bigg|_0^{x_f}$$

$$\therefore \quad \Delta U = -\left[\frac{a}{2}x^2 + \frac{b}{3}x^3\right]$$

Parte (b) $\qquad F_x = A.e^{\alpha x}$ es conservativa

$$\Rightarrow \quad -\Delta U = \int F(x)\,dx$$

Como "F" es conservativa:

$$\Rightarrow \quad \frac{dU}{dx} = -Fx \qquad \Rightarrow \quad dU = -F(x)\,dx$$

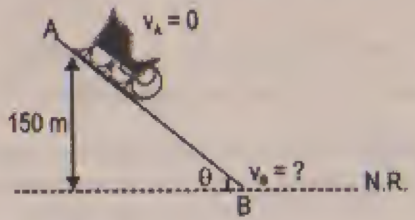
$$\Rightarrow \quad \int_0^{x_f} dU = -\int_0^{x_f} A.e^{\alpha x}dx$$

Luego: $\quad U(x_f) - U(0) = -\frac{A}{\alpha}\,.\,e^{\alpha x}\Big|_0^{x_f}$

$$\therefore \quad \Delta U = -\frac{A}{\alpha}.e^{\alpha x}$$

54. Un trineo de dos rastras baja por una pista de hielo parte desde un punto de la misma que está a una distancia vertical de 150 m sobre el nivel del suelo. Si se ignora la fricción, ¿cuál es su velocidad en el pie de la colina?

Resolución:



$g = 9{,}81\ m/s^2$

Por conservación de energía: $\quad E_{MA} = E_{MB}$

$$\Rightarrow \quad mgh = \frac{1}{2}m\,v_B^2 \quad \Rightarrow \quad v_B^2 = 2gh = 2(9{,}81)(150)$$

$$\therefore \quad v_B \approx 54{,}25\ m/s$$

55. Un bloque de 2,00 kg situado sobre una pendiente rugosa se conecta a un resorte de masa despreciable que tiene una constante de resorte de 100 N/m (figura P8.55). El bloque se suelta desde el reposo cuando el resorte no está deformado, y la polea no presenta fricción. El bloque se mueve 20,0 cm hacia debajo de la pendiente antes de detenerse. Encuentre el coeficiente de fricción cinético entre el bloque y la pendiente.

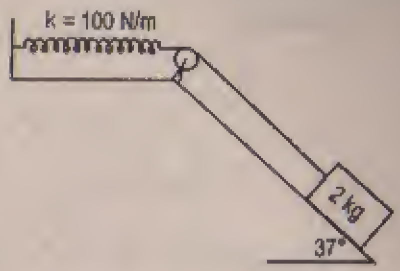
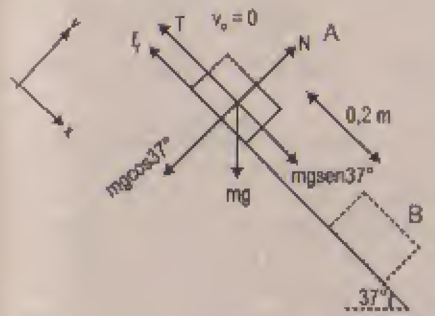


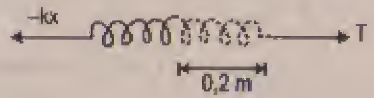
Figura P8.55

Resolución:

$\mu = ?\ ;\ g = 9{,}81\ m/s^2$



$v_B = 0$



$\Rightarrow \quad T = kx$

Por el Teorema del trabajo y la energía: $\quad W_{TOTAL} = \Delta E_k$

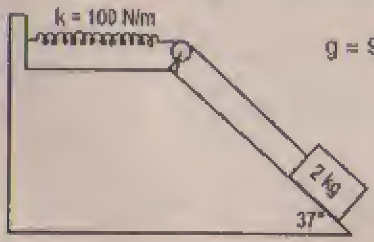
$$\Rightarrow \quad mg\ sen37\ (x) - \frac{1}{2}kx^2 - f_r\,.\,x = 0$$

$$\Rightarrow \quad (2)(9{,}81)(0{,}6)(0{,}2) - \frac{1}{2}(100)(0{,}2)^2 = (\mu)(2)(9{,}81)(0{,}2)(0{,}8)$$

$$\Rightarrow \quad 2{,}3544 - 2 = \mu\ (3{,}1392) \qquad \therefore \quad \mu = 0{,}113$$

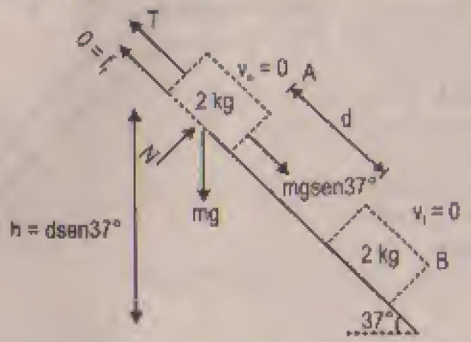
56. Suponga que la pendiente no presenta fricción en el sistema descrito en el problema 55 (figura P8.55). El bloque que se suelta desde el reposo con el resorte inicialmente no deformado. a) ¿Qué distancia baja por la pendiente antes de detenerse? b) ¿Cuál es su aceleración en su punto más bajo? ¿La aceleración es constante? c) Describa las transformaciones de energía que ocurren durante el descenso.

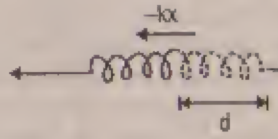
Resolución:



$g = 9{,}81\ m/s^2$

Parte (a)





$\therefore\ T = k\,.\,d$

$$E_{MB} - E_{MA} = W_{FRICCIÓN}$$

$$\Rightarrow\ \frac{1}{2}k(d)^2 - mgh = -f_r(d) = 0 \ \Rightarrow\ \frac{1}{2}k(d)^2 - mgdsen37° = -(\mu)(mg\cos 37°)\,d = 0$$

$$\therefore\ \frac{1}{2}k\,(d^2) = mgdsen37° \qquad \therefore\ d = \frac{2mg\,sen\,37°}{k}$$

$$\Rightarrow\ d = \frac{(2)(2)(9{,}81)(0{,}6)}{100} = 0{,}235\ m$$

Parte (b)

Por cinemática: $v_f^2 = v_i^2 + 2(a)(d)\ \Rightarrow\ 0 = 0 + 2ad$

$\therefore\ a = 0$

Luego: sabemos que: $mgsen37° - kx = m(a)$

$$\therefore\ a = g\,sen\,37° - \frac{k(x)}{m} \qquad \therefore\ a \neq cte$$

Parte (c)

Inicialmente cuando tiene $v_o = 0$, es decir se encuentra en reposo tiene energía mecánica = energía potencial con respecto a un nivel de referencia respecto del peso. Conforme el bloque se desliza y el resorte se deforma, su energía potencial disminuye para paulatinamente convertirse en $E_k + U_{PE}$ hasta que finalmente cuando alcanza la distancia máxima (o desplazamiento) se convierte en $E_{PE} = E_M$.

57. Una bola gira en un círculo vertical en el extremo de una cuerda. Si la energía total de la bola permanece constante, muestre que la tensión en la cuerda en el punto inferior es mayor que la tensión en el punto superior en seis veces el peso de la bola.

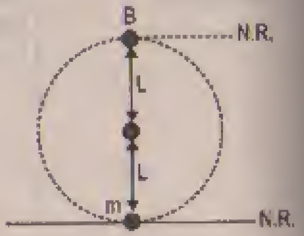
Resolución :

Supongamos que la bola gira inicialmente en A con:

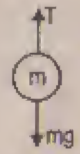
velocidad inicial = v_A, hasta B con $v_B = 0$

$$\Rightarrow\ E_{MA} = E_{MB}$$

$$\Rightarrow\ \frac{1}{2}m\,v_A^2 = mg\,(2L) \ \Rightarrow\ v_A^2 = 4gL\ ...\ (1)$$



Por movimiento circular:



$$T - mg = m\frac{v_A^2}{L}\ ...\ (2)$$

Entonces: (1) en (2)

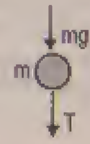
$$T = mg + \frac{4mgL}{L} = 5\,mg \qquad \therefore\ T_{PUNTO\ BAJO} = 5\,mg$$

Ahora:

Si la bala parte de B con v_B y llega a el punto A con $v_A = 0$ entonces: $E_{MA} = E_{MB}$

$$\frac{1}{2}m\,v_B^2 - mg\,(2L) = 0 \ \Rightarrow\ v_B^2 = 4gL$$

Por mov. circular:



$$\Rightarrow\ mg + T = m\frac{v_B^2}{L} \ \Rightarrow\ T = \frac{m}{L}(4gL) - mg$$

$$\therefore\ T = 3mg\ \text{alto}$$

$$\therefore\ T_{bajo} > T_{alto}$$

58. Un péndulo integrado por una cuerda de longitud L y una esfera oscila en un plano vertical. La cuerda golpea una clavija localizada a una distancia d debajo del punto de suspensión (Fig. P8.58). a) Demuestre que si el péndulo se suelta desde una altura debajo de la clavija regresará a su altura después de golpearla. b) Demuestre que si el péndulo se suelta desde la posición horizontal ($\theta = 90°$) y oscila en un círculo completo centrado en la clavija, entonces el valor mínimo de d debe ser $3L/5$.

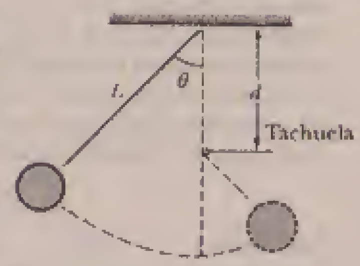


Figura P8.58

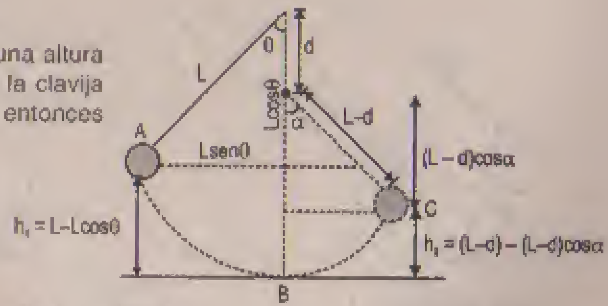
Resolución :

Parte (a)

Si el péndulo se suelta de una altura h_1, entonces al chocar con la clavija regresará a su mima altura, entonces se tiene que cumplir que:

$$E_{MA} = E_{MB} = E_{MC}$$

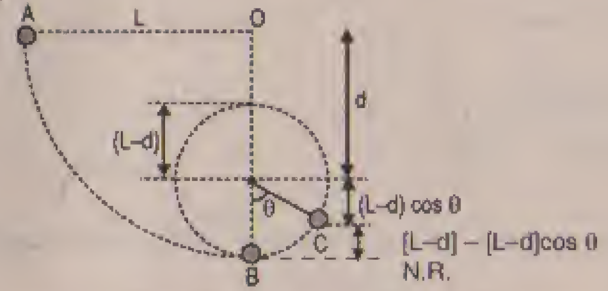
$$mgh_1 = \frac{1}{2}mv_B^2 = mgh_2$$



$$\Rightarrow\ mg\,[L - L\cos\theta] = mg\,[L - d - (L - d)\cos\alpha]$$

Esto quiere decir que: $\cos\alpha = \cos\theta - d$ se tiene que cumplir

Parte (b)



59. Un bloque de 20.0 kg se conecta a otro bloque de 30,0 kg por medio de una cuerda que pasa por una polea sin fricción. el bloque de 30,0 kg está conectado a un resorte que tiene una masa despreciable y una constante de fuerza de 250 N/m, como en la figura P8.59. el resorte no está deformado cuando el sistema está en las condiciones indicadas en la figura, y la pendiente no presenta fricción. El bloque de 20,0 kg se jala 20,0 cm hacia debajo de la pendiente (de manera que el bloque de 30,0 kg asciende a una altura de 40,0 cm sobre el suelo) y se suelta desde el reposo. Encuentre la velocidad de cada bloque cuando el de 30,0 kg está a 20,0 cm sobre el suelo (es decir, cuando el resorte no está deformado).

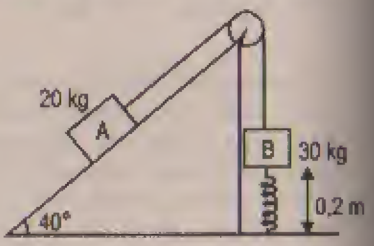
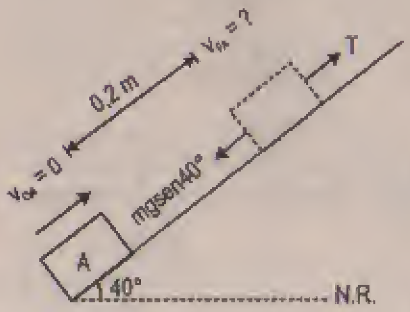
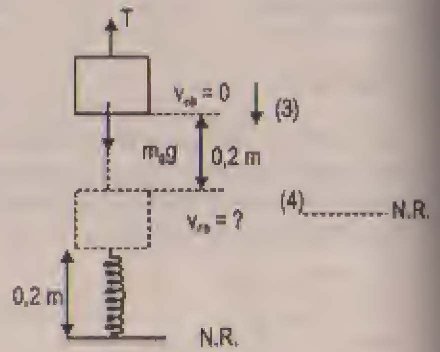


Figura P8.59

Resolución :

Considerar: $g = 9{,}81\ m/s^2$
$sen40° = 0{,}648$
$cos40° = 0{,}762$
$k = 250\ N/m$





Para el bloque «A»

$$W_{total} = \Delta E_{K\ total} = -\Delta U + W_{tensión}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta E_{K\ sistema} = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = -\Delta U + W_{tensión}$$

Luego: $T\,(0{,}2) = m_1 \cdot g\,(0{,}2)\ sen\ 40°$

$$\Rightarrow \quad T = (9{,}81)\,(20)\,(0{,}648) \qquad \therefore \quad T = 127{,}14\ N$$

Por otro lado para el bloque «B»:

$$W_{total} = \Delta E_{K\ sistema}$$

$$\Rightarrow \quad W_{FR} + W_{peso} + W_{tensión} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_f^2$$

$$\Rightarrow \quad -\Delta U_{resorte} - \Delta U_{peso} - T(0{,}2) = \frac{1}{2}(30+20)\,v_f^2$$

$$\Rightarrow \quad -\left[-\frac{1}{2}250(0{,}2)^2 - 0\right] - \left[-(m_2)(9{,}81)(0{,}2)\right] - (127{,}14)(0{,}2) = \frac{1}{2}(50)\,v_f^2$$

$$\Rightarrow \quad 5 + 58{,}86 - 25{,}428 = 25v_f^2$$

Luego: $63{,}86 - 25{,}428 = 25v_f^2$

Entonces: $\sqrt{\dfrac{38{,}432}{25}} = v_f^2$

$$\therefore \quad v_f = 1{,}239 = 1{,}24\ m/s$$

60. Considere una bola que gira en un plano vertical con velocidad $v_0 = \sqrt{gR}$ en el punto superior del círculo, como en la figura P8.60. ¿A qué ángulo θ debe cortarse la cuerda de manera que la bola pase por el centro del círculo?

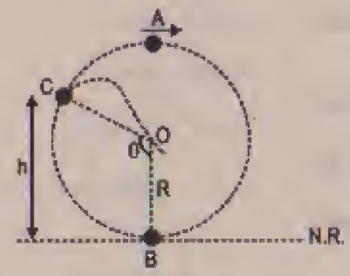


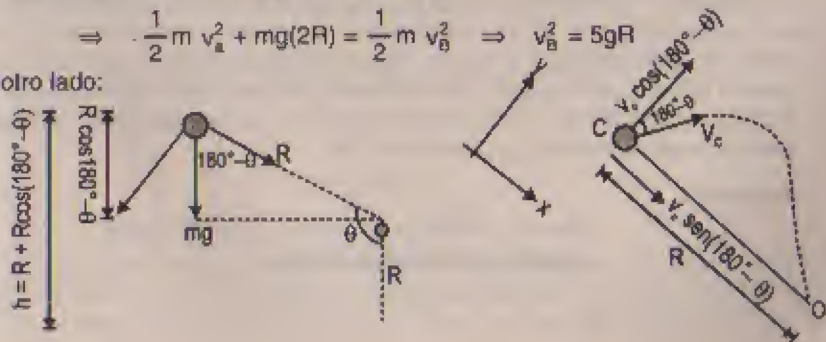
Figura P8.60

Resolución :

Por conservación de la energía: $E_{MA} = E_{MB}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m\,v_A^2 + mg(2R) = \frac{1}{2}m\,v_B^2 \quad \Rightarrow \quad v_B^2 = 5gR$$

Por otro lado:



$E_{MB} = E_{MC}$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m\, v_B^2 = mgh + \frac{1}{2} m\, v_C^2$

$\Rightarrow \quad v_B^2 = 2gR\,[1 + \cos(180° - \theta)] + v_C^2 \qquad \therefore \quad v_C^2 = 3gR + 2gR\cos\theta$

Asimismo por movimiento de proyectiles:

$$R = v_C\, \mathrm{sen}(180° - \theta) \times t$$

$$y(t) = v_C \cos(180° - \theta) \times t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad t_{vuelo} = \frac{2 v_c \cos(180° - \theta)}{g}$$

$$\Rightarrow \quad R = \frac{v_C \mathrm{sen}\theta \left[2 v_c \cos(180° - \theta)\right]}{g} \qquad \therefore \quad V_c^2 = \frac{-gR}{2\,\mathrm{sen}\theta \,.\, \cos\theta}$$

Luego igualando: $\quad v_C^2 = 3gR + 2gR\cos\theta = \dfrac{-gR}{2\,\mathrm{sen}\theta.\cos\theta}$

$\Rightarrow \quad 2\mathrm{sen}\theta \,.\, \cos\theta\, [3 + 2\cos\theta] = -1$

$\Rightarrow \quad 6\mathrm{sen}\theta \,.\, \cos\theta + 4\cos^2\theta \,.\, \mathrm{sen}\theta = -1$

$2\mathrm{sen}\theta \,.\, \cos\theta\, [3 + 2\cos\theta] = -1$

luego: $\quad 2\mathrm{sen}\theta \,.\, \cos\theta = 1 \quad \vee \quad 3 + 2\cos\theta = -1 \quad \ldots (\alpha)$

$2\mathrm{sen}\theta \,.\, \cos\theta = -1 \quad \vee \quad 3 + 2\cos\theta = 1 \quad \ldots (\beta)$

De (α)

$\mathrm{Sen}\theta \,.\, \cos\theta = ½ \qquad \cos\theta = -2 \qquad \therefore \quad$ no cumple

De (β)

$\mathrm{Sen}\theta \,.\, \cos\theta = -1/2 \qquad \cos\theta = -1 \qquad \therefore \quad \mathrm{sen}\theta = 1/2$ (cumple)

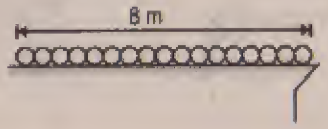
Luego:

$$\text{Si } \mathrm{sen}\theta = ½ \quad \Rightarrow \quad \theta = \frac{\pi}{6};\ \frac{5\pi}{6}$$

$\therefore \quad \theta = 5\pi/6$ ya que $\theta > 90°$

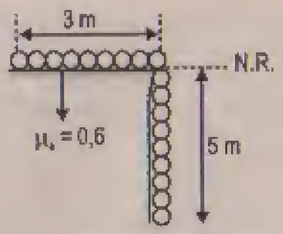
61. Una cadena uniforme de 8,0 m de longitud se encuentra inicialmente estirada sobre una mesa horizontal. a) Si el coeficiente de fricción estática entre la cadena y la mesa es 0,60, demuestre que la cadena empieza a deslizarse fuera de la mesa cuando 5,0 m de ella cuelgan sobre el borde. b) Determine la velocidad de la cadena cuando la totalidad de la misma ha caído de la mesa, si el coeficiente de fricción cinético entre la cadena y la mesa es 0,40.

Resolución :



$g = 9{,}81$ m/s²

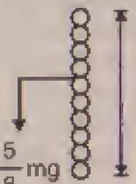
Parte (a)



Inicialmente:

$$f_{le} = \mu_e . N = (0{,}6)(mg)$$

Después:



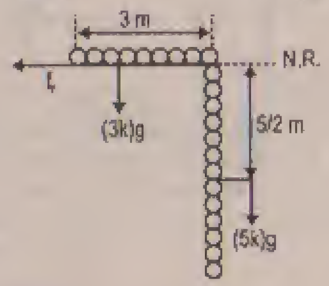
$$0{,}625\, mg = \frac{5}{8} mg$$

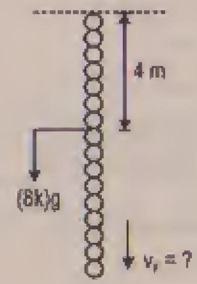
como $F_{peso} > F_{fricción}$, entonces la cadena deslizará después que haya caído 5 m, en consecuencia romperá la fuerza de fricción estática.

Parte (b)

Como M_{CADENA} es proporcional a su longitud, entonces:

INICIAL $\qquad M_{TOTAL} = 8k \qquad$ FINAL





$$E_{M\,final} - E_{M\,inicial} = W_{fricción}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(8k)v_f^2 - (8k)g(4) + (5k)g\left(\frac{5}{2}\right) = -(0{,}6)(3k)g(3/2)$$

$$\Rightarrow \quad 4v_f^2 = 32g - \frac{25\,g}{2} - 2{,}7\ g$$

$$\Rightarrow \quad v_f^2 = 164{,}808/4$$

$$\therefore \quad v_f = 6{,}42 \text{ m/s}$$

62. Jane, cuya masa es de 50,0 kg, necesita columpiarse encima de un río (de ancho *D*) lleno de cocodrilos para salvar a Tarzán del peligro. Pero debe hacerlo con una fuerza horizontal constante del viento **F** sobre una liana de longitud *L* y que forma

inicialmente un ángulo θ con la vertical (Fig. P8.62). Si se considera $D = 50{,}0$ m, $F = 110$ N, $L = 40{,}0$ m y $\theta = 50{,}0°$, a) ¿con qué velocidad mínima debe iniciar Jane su movimiento para llevar al otro lado? b) Una vez que se completa el rescate, Tarzán y Jane deben columpiarse de regreso sobre el río. ¿Con qué velocidad mínima deben empezar su movimiento? Suponga que Tarzán tiene una masa de 80,0 kg.

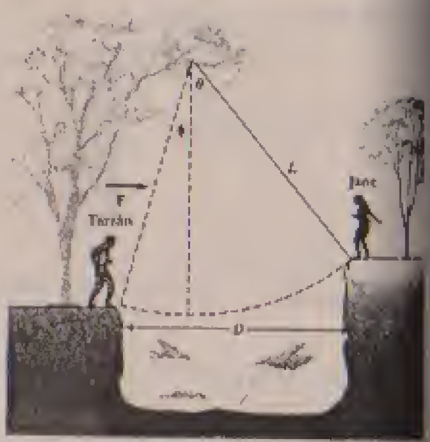


Figura P8.62

Resolución:

$g = 9{,}81\ m/s^2$; $m_J = 50$ kg ; $m_T = 80$ kg

Parte (a)

Datos: $D = 50$ m

$F = 110$ N

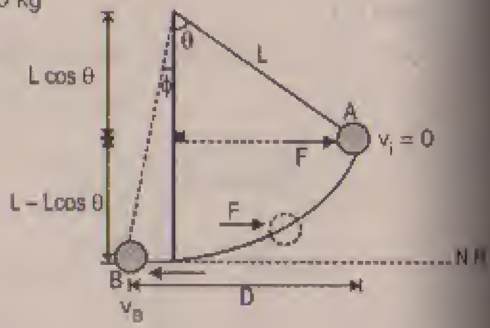
$L = 40{,}0$ m

$\theta = 50°$

$V_{Jane} = ?$

$\text{sen}50° = 0{,}771$

$\cos 50° \approx 0{,}637$



Por el teorema del trabajo y la energía:

$$W_{total\ Jane} = \Delta E_{k\ total}$$

$$\Rightarrow \quad W_{peso} + W_F = \frac{1}{2} m_J v_B^2 \quad \Rightarrow \quad -\Delta U - F(D) = \frac{1}{2}(m_J) v_B^2$$

$$\Rightarrow \quad m_J\, g\, [L - L\cos\theta] - F(D) = \frac{1}{2} m_J v_b^2$$

$$\Rightarrow \quad (50)(9{,}81)(40)[1 - (0{,}637)] - (110)(50) = \frac{1}{2}(50) v_B^2$$

$$\therefore \quad v_B \approx 8{,}05 \text{ m/s}$$

Parte (b)

$$W_{total\ del\ sistema} = W_{(J+T)} = \Delta E_{K\ total}$$

$$\Rightarrow \quad W_{peso} + W_F = (m_J + m_T)[L - L\cos\theta] + F(D) = \frac{1}{2}(m_J + m_T) v_m^2$$

$$\Rightarrow \quad (130)(9{,}81)(40)[1 - 0{,}637] + 110(50) = \frac{1}{2}(130) v_m^2 \quad \therefore \quad v_m \approx 19{,}2 \text{ m/s}$$

63. Una partícula de 3,50 kg se mueve a lo largo de la dirección x bajo la influencia de una fuerza descrita por la función energía potencial $U = (4{,}70\ J/m)\,|x|$, donde x es la posición de la partícula en metros medida desde el origen, como se ve en la figura P8.63. La energía total de la partícula es 15,0 J. a) Determine la distancia que recorre desde el origen antes de invertir la dirección. b) Encuentre su velocidad máxima.

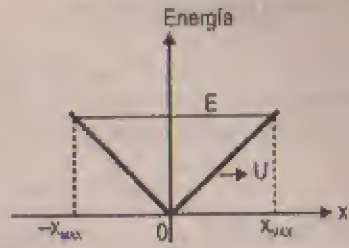


Figura P8.63

Resolución:

$m_p = 3{,}5$ kg ; $U = 4{,}70\ J/m\,|x|$; $E = 15$ J

Parte (a): Según el gráfico:

$$\text{Energía} = E_k + E_p = \text{constante} = 15 \text{ J}$$

$$\Rightarrow \quad \text{Si } E_{p\ max} \quad \Rightarrow \quad E_k \text{ es mínima} = 0$$

$$\Rightarrow \quad 4{,}70\,|x_{máx}| = 15 \quad \therefore \quad x_{máx} = \text{distancia que recorre} = 3{,}19 \text{ m}$$

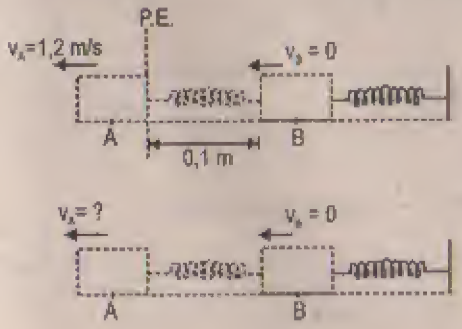
Parte (b) Si E_p es mínima $\Rightarrow E_p = 0 \quad \therefore \quad E_k = \text{máxima}$

$$\text{Luego:} \quad E_k = E \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}(3{,}5) v_{máx}^2 = 15 \quad \therefore \quad v_{máx} \approx 2{,}93 \text{ m/s}$$

64. Un bloque de 5,0 kg con la libertad de moverse sobre una superficie horizontal sin fricción está unido a un resorte. Éste se comprime 0,10 m a partir del equilibrio y se suelta. La velocidad del bloque es 1,2 m/s cuando pasa por la posición de equilibrio del resorte. El mismo experimento se repite después pero esta vez con una superficie para la cual $\mu_k = 0{,}30$. Determine la velocidad del bloque en la posición de equilibrio del resorte.

Resolución:

$g = 9{,}81\ m/s^2$



Sin fuerza de fricción

$\mu_k = 0{,}3$

Con fuerza de fricción

Sin la fuerza de fricción:

$$E_{MA} = E_{MB} \Rightarrow \frac{1}{2} m\, v_A^2 = \frac{1}{2} k\,(x)^2 \Rightarrow k = 720 \text{ N/m}$$

Con la fuerza de fricción: $E_{MA} - E_{MB} = W_{fricción}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m\, v_A^2 - \frac{1}{2} kx^2 = -(\mu_k)(mg)(0{,}1)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(5)v_A^2 - \frac{1}{2}(720)(0{,}1)^2 = -(0{,}3)(5)(9{,}81)(0{,}1)$$

$$\therefore\ v_A = 0{,}923 \text{ m/s}$$

65. Un bloque de 0,500 kg de masa se empuja contra un resorte horizontal de mas despreciable, y lo comprime una distancia Δx (figura P8.65). La constante del resor te es 450 N/m. Cuando se suelta, el bloque se desplaza por una superficie horizon tal sin fricción hasta el punto *B*, el fondo de una pista circular vertical de radio R = 1,00 m y continúa moviéndose hacia arriba sobre la pista. La velocidad del bloque en el fondo de la pista es v_B = 12 m/s y el bloque experimenta una fuerza friccionante promedio de 7,00 N mientras se desliza ascendiendo por la pista. a) ¿Cuál es el valor de Δx? b) ¿Cuál es la velocidad del bloque en la parte superior de la pista? c) ¿El bloque alcanza la parte superior de la pista, o cae antes de llegar a ella?

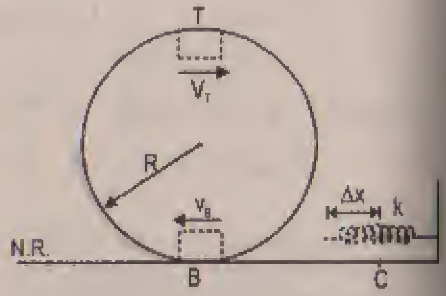


Figura P8.65

Resolución :65

$M_{BLOQUE} = 0{,}5$ kg; $k = 450$ N/m
$R = 1$ m ; $v_B = 12$ m/s
$f_r = 7{,}00$ N ; $v_t = ?$

Parte (a) $E_{MB} = E_{MC} \Rightarrow \frac{1}{2} m\, v_B^2 = \frac{1}{2} k\,(\Delta x + 1)^2$

Luego: $1 + \Delta x = \frac{v_B}{\sqrt{k}} = \frac{12}{\sqrt{450}}$ $\therefore\ \Delta x = 0{,}43$ m

Parte (b) $E_{MT} - E_{MB} = W_{fricción}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m\, v_T^2 + mg(2R) - \frac{1}{2} m v_B^2 = -f_r(d) = -7(\pi)$$

$$\Rightarrow v_T^2 = v_B^2 - 4gR - (14)(2)(\pi)$$

$$\therefore\ v_T = 4{,}1 \text{ m/s}$$

Parte (c)

Por otro lado por M.C.U. $v_T = \sqrt{g.R} \approx 3{,}13$

Como v_T (encontrado en B) > 3,13 el bloque alcanza la parte superior de la pista

66. Dos resortes sin masa idénticos, ambos de constante k = 200 N/m, están fijos en los extremos opuestos de una pista plana. Un bloque de 5,00 kg se empuja contra el resorte izquierdo, comprimiéndolo 0,150 m. El bloque (inicialmente en reposo) se suelta después, como se muestra en la figura P8.66a. Toda la pista es sin fricción *excepto* en la sección entre *A* y *B*. Dado que el coeficiente de fricción cinético entre el bloque y la pista a lo largo de *AB* es μ_c = 0,080, y dado que la longitud de AB es 0,250 m, a) encuentre la compresión máxima del resorte de la derecha (Fig. P8.66b). b) Calcule dónde se detiene el bloque, cuando se mide a partir de A (Fig. P8.66c).

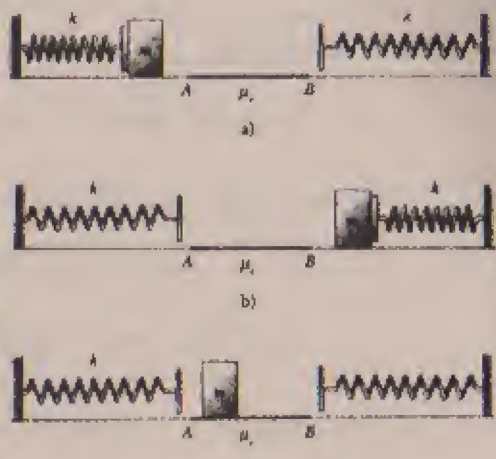
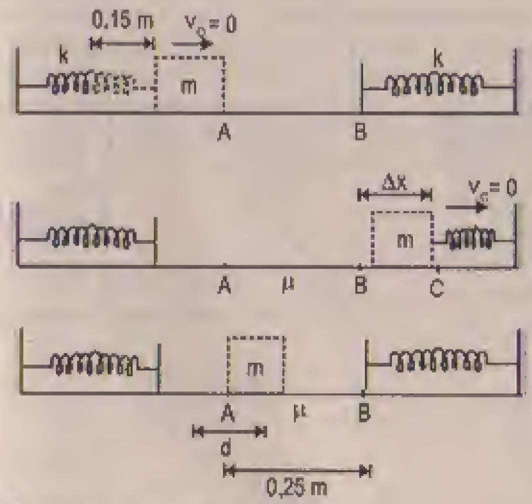


Figura P8.66

Resolución :

m = 5kg ; m = 0,08
g = 9,81 m/s² ; k = 200 N/m



(a)

(b)

(c)

Parte (a) $E_{MB} - E_{MA} = W_{fricción}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} k(\Delta x)^2 - \frac{1}{2} k(0{,}15)^2 = -f_r\,(\overline{AB})$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(200)[(\Delta x)^2 - (0,15)^2] = -(0,08)(5)(9,81)(0,25)$$

$$\Rightarrow \quad (0,15)^2 - \frac{(0,08)(5)(9,81)(0,25)}{100} = (\Delta x)^2$$

$$\therefore \quad \Delta x = 0,113 \text{ m}$$

Parte (b) $E_{MC} = E_{MB}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}k\,(\Delta x)^2 = \frac{1}{2}m\,v_B^2 \;\Rightarrow\; v_B = \Delta x\sqrt{\frac{k}{m}} \approx 0,715 \text{ m/s}$$

Por otro lado: $E_{MA} - E_{MB} = W_{fricción}$

$$\Rightarrow \quad 0 - \frac{1}{2}mv_B^2 = -f_{fricción}\,(d)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(5)\,(0,715)^2 = (0,08)\,(9,81)(5)(d)$$

$$\therefore \quad d = 0,326 \text{ m}$$

como AB = 0,250 m $\Rightarrow$ el bloque se detiene a 0,076 m

67. Dos bloques, uno de 50 kg y el otro de 100 kg, se conectan entre sí por medio de una cuerda, como se ve en la figura P8.67. La polea no presenta fricción y su masa es despreciable. El coeficiente de fricción cinético entre el bloque de 50 kg y la pendiente es $\mu_c = 0,25$. Determine el cambio en la energía cinética del bloque de 50 kg cuando se mueve de *C* a *D*, una distancia de 20 m.

67A. Dos bloques, uno de masa m_1 y otro de masa m_2, se conectan entre sí por medio de una cuerda, como se ve en la figura P8.67. La polea no presenta fricción y su masa es despreciable. El coeficiente de fricción cinético entre m_1 y la pendiente es μ_c. Determine el cambio en la energía cinética de m_1 cuando se mueve de *C* a *D*, una distancia *d*.

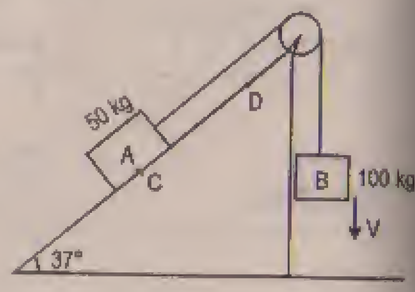


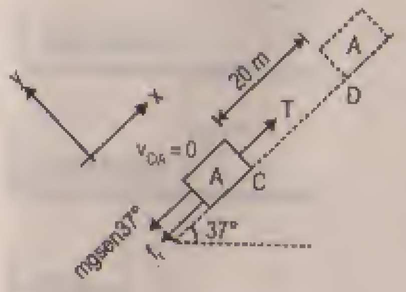
Figura P8.67

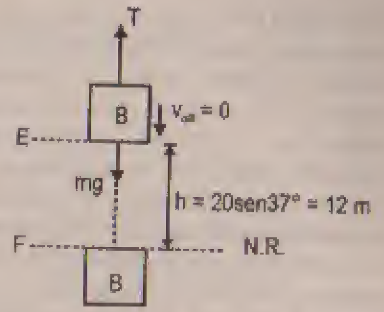
Resolución :

$\mu_f = 0,25$; $g = 9,81$ m/s²

CD = 20 m ; $f_r = \mu.N = \mu.mg\cos 37 = (0,25)\left(\frac{4}{5}\right)(9,81)\,(50)$

$f_r = 98,1$ N





$$W_{total}\,A = \Delta E_k$$

$$\Rightarrow \quad \Delta E_{k\ sistema}\,(A) = \Delta E_{k\ F.conserv} + \Delta E_{k\ F.no\ conserv.} + \Delta E_{k\ ext}$$

$$0 = -\Delta U_g + W_{fricción} = \Delta E_{k\ tensión}$$

Luego: $\Delta U_g - W_{fricción} = \Delta E_k$

$$\Rightarrow \quad m_A \cdot gh - f_r\,(d) = \Delta E_k$$

$$\Rightarrow \quad (50)(9,81)(20\text{sen}37°) - (98,1)(20) = \Delta E_k$$

$$\Rightarrow \quad 5\,836 - 1\,962 = \Delta E_k$$

$$\therefore \quad \Delta E_k = 39,2 \text{ kJ}$$

68. Un juego de billar romano para niños lanza canicas de 100 g con un lanzador accionado por un resorte (Fig. P8.68). El tablero del juego está inclinado 8° sobre la horizontal. Encuentre la constante de fuerza *k* del resorte que dará a la canica una velocidad de 80 cm/s cuando el lanzador se suelta desde el reposo con el resorte comprimido 5,0 cm a partir de su posición de equilibrio. Suponga que la masa del lanzador y los efectos de fricción son despreciables.

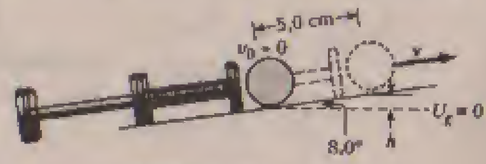
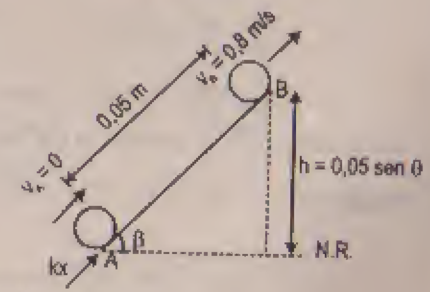


Figura P8.68

Resolución :

$g = 9,81$ m/s² ; sen8° ≈ 0,141

cosθ ≈ 0,989 ; m = 0,1 kg



$E_{MA} = E_{MB}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}k\,(0,05)^2 = \frac{1}{2}(0,1)(0,8)^2 + (0,1)(9,81)\,(0,05)(0,141)$$

$$\therefore \quad k = 31,1 \text{ N/m}$$

69. Una masa de 1,0 kg se desliza hacia la derecha sobre una superficie que tiene un coeficiente de fricción $\mu = 0,25$ (Fig. P8.69). La masa tiene una velocidad de $v_i = 3,0$ m/s cuando hace contacto con un resorte que tiene una constante $k = 50$ N/m. La masa se detiene después de que el resorte se ha comprimido una distancia *d*. Mediante el resorte se obliga luego a la masa a moverse hacia la izquierda más allá de la posición de equilibrio. Por último, la masa se detiene a una distancia *D* a la izquierda del resorte no deformado. Encuentre a) la distancia comprimida *d*, b) la velocidad v en la posición no deformada cuando el sistema se mueve a la izquierda, y c) la distancia *D* donde la masa se detiene.

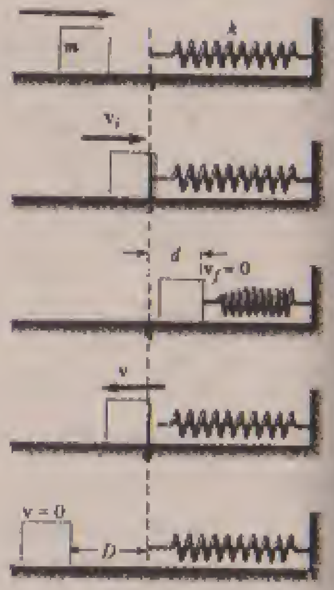


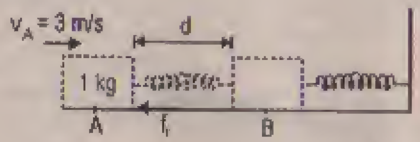
Figura P8.69

Resolución :

k = 50 N/m $\qquad \mu_f = 0.25$

m = 1 kg $\qquad g = 9,81$ m/s^2

Parte (a)



$f_r = \mu\, mg = (0,25)(1)(9,81)$

$$E_{MB} - E_{MA} = W_{fricción}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}k\,(d)^2 - \frac{1}{2}mv_A^{\ 2} = -(0,25)(1)(9,81)(d)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(50)\,d^2 + (0,25)(9,81)(d) - \frac{1}{2}(1)(3)^2 = 0$$

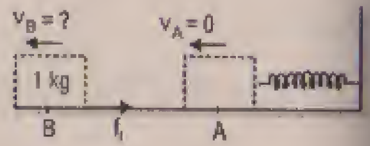
Desarrollando la ecuación de segundo grado resulta que:

$$d = 0,38 \text{ m}$$

Parte (b)

$$E_{MB} - E_{MA} = W_{fricción}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m\;(v_b)^2 - \frac{1}{2}k(d)^2 = -f_r\,(d)$$



$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(1)(v_B)^2 - \frac{1}{2}(50)(0,38)^2 = -(0,25)(1)(9,81)(0,38)$$

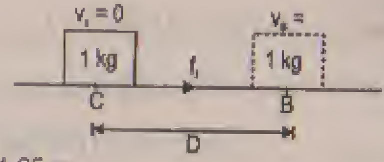
$$\therefore \quad v_B = 3,01 \text{ m/s}$$

Parte (c)

$$E_{MC} - E_{MB} = W_{fricción}$$

$$0 - \frac{1}{2}mv_B^{\ 2} = -f_r\,(D)$$

$$\Rightarrow \quad D = \frac{mv_B^2}{2f_r} \qquad \therefore \quad D = 1,85 \text{ m}$$



70. Un objeto de masa *m* cuelga de la parte superior de un carro mediante una cuerda de longitud *L*, como muestra la figura P8.70a. El carro y el objeto se mueven inicialmente hacia la derecha a velocidad constante v_0. El carro se detiene después de chocar y atorarse con el parachoques, como en la figura P8.70b, y el objeto suspendido se balancea y forma un ángulo θ. A) Demuestre que la velocidad del carro es

$v_0 = \sqrt{2gL(1-\cos\theta)}$. b) Si L = 1,2 m y $\theta = 35°$, encuentre la velocidad inicial del carro. (*Sugerencia*: La fuerza ejercida por la cuerda sobre el objeto no efectúa trabajo).

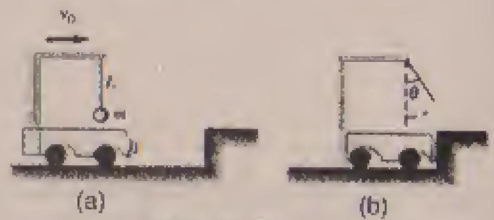


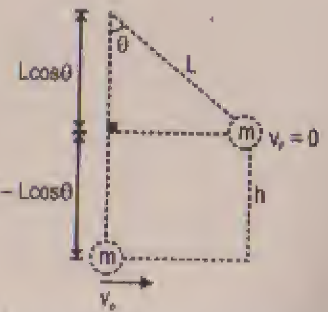
Figura P8.70

Resolución :

Parte (a)

Observador con respecto a tierra (N.R)

$$E_{M\,inicial\ del\ objeto} = \frac{1}{2}mv_0^{\ 2}$$



Cuando choca el objeto pierde E_k, sin embargo la posición final del objeto con respecto al nivel de referencia en tierra es:

$\Rightarrow$ La energía cinética final = 0. Sin embargo la E_k inicial se transforma en energía potencial.

En consecuencia: Por conservación de la energía mecánica:

$$E_{M\,inicial} = E_{M\,final}$$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_o^2 = mgh = mg\,[L - L\cos\theta]$

$$\therefore \quad v_o = \sqrt{2gL(1-\cos\theta)} \qquad \text{l.q.q.d.}$$

Parte (b) $L = 1{,}2$ m ; $\theta = 35°$

Sabemos que: $\cos 35° = 0{,}823$

Entonces: $v_o = \sqrt{2(9{,}81)(1{,}2)\left[1-(0{,}823)\right]} \qquad \therefore \quad v_o \approx 2{,}04$ m/s

Capítulo 9

MOMENTO LINEAL Y CHOQUES

MOMENTO LINEAL Y SU CONSERVACIÓN

IMPULSO Y MOMENTO

1. Una partícula de 3,0 kg tiene una velocidad de $(3{,}0\hat{i} - 4{,}0\hat{j})$ m/s. Encuentre sus componentes de momento *x* e *y* y la magnitud de su momento total.

Resolución :

m = 3 kg

$\vec{V} = (3\hat{i} - 4\hat{j})$ m/s

$\vec{P}_x = 3\vec{V}_x = (3)(3\hat{i}) = 9\hat{i}$ kg.m/s

$\vec{P}_y = 3\vec{V}_y = 3(-4\hat{j}) = -12\hat{j}$ kg.m/s

$\Rightarrow \quad P = \sqrt{(9)^2 + (-12)^2} = \sqrt{225} = 15$ kg.m/s

2. Una bola de boliche de 7,00 kg se mueve en línea recta a 3,00 m/s. ¿Qué tan rápido debe moverse una bola de ping–pong de 2,45 g en una línea recta de manera que las dos bolas tengan el mismo momento?

Resolución :

Boliche: (7 kg) $\rightarrow \quad v_b = 3$ m/s

Ping-pong ( ) $\rightarrow \quad v = ?$

$\vec{P}_{boliche} = \vec{P}_{ping\ pong}$

$\Rightarrow \quad 3 \times (7) = v \times (2{,}45 \times 10^{-3}) \qquad \therefore \quad v_{ping\ pong} = 8{,}6 \times 10^3$ m/s

3. Un niño bota una gran pelota sobre una acera. El impulso lineal entregado por la acera a la pelota es 2,00 N.s durante 1 / 800 s de contacto. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza promedio ejercida por la acera sobre la pelota?

Resolución :

Sabemos que: $I = \Delta P = F_{prom} \cdot \Delta t$

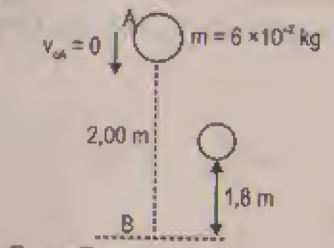
$\Rightarrow \quad F_{promedio} = \dfrac{I}{\Delta t}$

Por dato: $I = 2{,}00$ N.s $\quad \Delta t = 1/800$ s

Luego: $\quad F_{promedio} = \dfrac{2{,}00}{\frac{1}{800}}$ N.s $= 1\,600$ N

4. Una gran pelota con una masa de 60 g se deja caer desde una altura de 2,0 m. Rebota hasta una altura de 1,8 m. ¿Cuál es el cambio en su momento lineal durante el choque con el piso?

Resolución :



Considerar $g = 9{,}81$ m/s²

$E_{MA} = E_{MB}$

$\Rightarrow \quad m.gh = \dfrac{1}{2} m\, v_B^2 \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9{,}81)(2)}$

$\therefore \quad v_B = 6{,}26$ m/s

$P_{inicial} = (6 \times 10^{-2}\text{ kg}) \times (0) = 0$

$P_{final} = (6 \times 10^{-2})(6{,}26) = 0{,}38$ kg.m/s $\qquad \therefore \quad \Delta P = 0{,}38$ kg.m/s

5. La fuerza F_x que actúa sobre una partícula de 2,0 kg varía en el tiempo, como se muestra en la figura P9.5. Encuentre a) el impulso de la fuerza, b) la velocidad final de la partícula si inicialmente está en reposo, c) su velocidad final si al principio se mueve a lo largo del eje x con una velocidad de −2,0 m/s, y d) la fuerza promedio ejercida sobre la partícula en el espacio de tiempo $t_i = 0$ a $t_f = 5{,}0$ s.

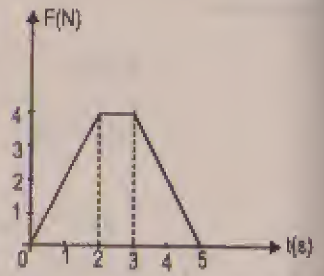


Figura P9.5

Resolución :

Parte (a)

Impulso = Área de la curva = $\int_0^5 F_x\, .dt$

$\Rightarrow \quad$ Impulso $= \left(\dfrac{5+1}{2}\right)(4) = 12$ kg.m/s

Parte (b)

$I = \Delta P = P_{final} - P_{inicial} \quad \Rightarrow \quad 12 = 2\, v_{final}$

$\therefore \quad v_{final} = 6$ m/s

Parte (c)

$v_f = ? \qquad v_i = -2{,}0$ m/s

$\Rightarrow \quad I = P_{final} - P_{inicial} \quad \Rightarrow \quad 12 = 2\, v_f - 2(-2)$

$\therefore \quad v_{final} = 4$ m/s

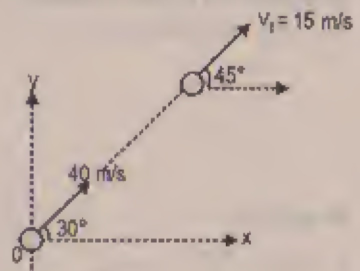
Parte (d) $\quad F_{prom} \times \Delta t = I$

$\Rightarrow \quad F_{promedio} = \dfrac{12}{5} = 2{,}4$ N

6. En un juego de softbol de lanzamientos lentos, una pelota de softbol de 0,200 kg cruza el plato a una velocidad de 15,0 m/s y a un ángulo de 45,0° debajo de la horizontal. La pelota fue golpeada a 40,0 m/s, 30,0° sobre la horizontal. a) Determine el impulso aplicado a la pelota. b) Si la fuerza sobre la pelota aumenta linealmente durante 4,00 ms, se mantiene constante durante 20,0 ms y luego disminuye hasta cero linealmente en otros 4,00 ms, encuentre la fuerza máxima sobre la pelota.

Resolución :

$m_{pelota} = 0{,}2$ kg



Parte (a) $\quad \vec{I} = \Delta\vec{P}$

$= (15)(0{,}2) - (4{,}0)(0{,}2)$

$= -5$ kg.m/s

Parte (b) $\quad F_{promedio} = \dfrac{\overrightarrow{\Delta P}}{\Delta t} = \dfrac{5}{20-4} = \dfrac{5}{16} = 0{,}3125$ N

7. Una curva fuerza–tiempo estimada para una pelota de beisbol golpeada por un bate se muestra en la figura P9.7. A partir de esta curva, encuentre, a) el impulso dado a la pelota, b) la fuerza ejercida sobre la pelota, y c) la fuerza máxima ejercida sobre la misma.

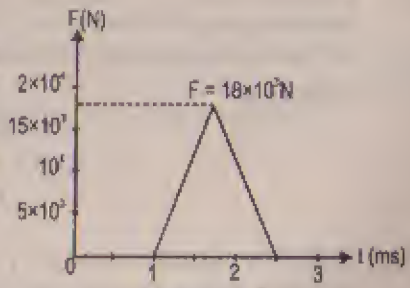


Figura P9.7

Resolución :

Parte (a)

Impulso $= \int_1^{2{,}5} F.dt$ = Área de la curva

$$\Rightarrow \quad \text{Impulso} = \text{Área del triángulo} = \frac{(1,5)(18\times10^3)}{2}\times10^{-3}$$

$$\therefore \quad \text{Impulso} = 13,5 \text{ kg.m/s}$$

Parte (b) Sabemos que: $I = \vec{F}\,\Delta t$

$$\Rightarrow \quad 13,5 \text{ kg.}\frac{m}{s} = \vec{F}\,(2,5-1)\times10^{-3}$$

$$\therefore \quad F = \frac{(13,5)\times10^3}{1,5} = 9,00\times10^3 \text{ N}$$

Parte (c)
La fuerza máxima ejercida por la misma, es el máximo punto alcanzado en la gráf
que es de 18×10^3 N

$$\therefore \quad F_{máx} = 18\,000 \text{ N}$$

8. Una manguera de jardín se mantiene de la manera indicada en la figura P9.8. ¿Qué fuerza es necesaria para mantener la boquilla estacionaria si la tasa de descarga es 0,60 kg/s con una velocidad de 25 m/s?

Figura P9.8

Resolución :

$$F = (0,6)\,\frac{kg}{s}\times 25 \text{ m/s} \qquad \therefore \quad F_{necesaria} = 15 \text{ N}$$

9. Una ametralladora dispara balas de 35,0 g a una velocidad de 750,0 m/s. Si el arm puede disparar 200 balas/min, ¿cuál es la fuerza promedio que el tirador debe eje- cer para evitar que la ametralladora se mueva?

Resolución :

$$\text{Impulso} = \Delta P = F_{prom}\,.\,\Delta t$$

$$\Rightarrow \quad (200\times35\times10^{-3})(750) = F_{promedio}$$

$$\therefore \quad F_{promedio} = 5\,250 \text{ N}$$

10. a) Si el momento de un objeto se duplica en magnitud, ¿qué ocurre con su energí cinética? b) Si la energía cinética de un objeto se triplica, ¿qué sucede con su mo- mento?

Resolución :

Parte (a): Sea: inicialmente $P = m.v \Rightarrow E_{K\,inicial} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}P.v$

Si "P" se duplica $\Rightarrow E_{K\,inicial} = \frac{1}{2}(2P)\,v \qquad \therefore \quad E_{K\,final} = P.v$

Luego: $E_{K\,final} = 2\,E_{K\,inicial}$

En consecuencia la energía cinética se duplica.

Parte (b): Inicialmente

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}P.v \Rightarrow P = \frac{2E_K}{v}$$

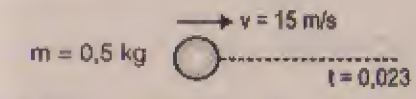
Si "E_K" se triplica $\Rightarrow E_{K\,final} = 3E_{K\,inicial} = 3\,\frac{1}{2}(P.v)$

$$\Rightarrow \quad P = \frac{2}{3}\,\frac{E_K}{v} = \frac{1}{3}(P_{inicial})$$

$\therefore$ El momento final disminuye en 2/3

11. Un balón de futbol de 0,50 kg se lanza con una velocidad de 15 m/s. Un receptor estacionario atrapa la pelota y la detiene en 0,020 s. a) ¿Cuál es el impulso dado al balón? b) ¿Cuál es la fuerza promedio ejercida sobre el receptor?

Resolución :



Parte (a) $\quad \text{Impulso} = \Delta P = P_{final} - P_{inicial}$

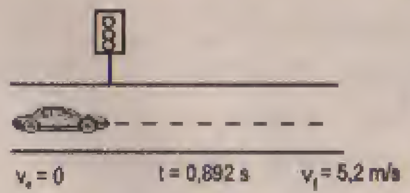
$$\Rightarrow \quad I = 0-(0,5)(15) = -7,5\,\hat{i} \text{ kg.m/s}$$

Parte (b) $\quad \vec{F}_{promedio} = \dfrac{\text{Impulso}}{\Delta t} = -\dfrac{7,5}{0,02}$

$$\therefore \quad |\vec{F}_{promedio}| = 375 \text{ N}$$

12. Un auto se detiene frente a un semáforo. Cuando la luz vuelve a verde, el auto se acelera, aumentando su velocidad de cero a 5,20 m/s en 0,832 s. ¿Qué impulso lineal y fuerza promedio experimenta un pasajero de 70,0 kg en el auto?

Resolución :



$m_{pasajero} = 70,0$ kg

Parte (a) $\quad \text{Impulso} = \Delta P = P_{final} - P_{inicial}$

$$\Rightarrow \quad \text{Impulso} = 70\,(5,2) - 70(0) = 364 \text{ kg.m/s}$$

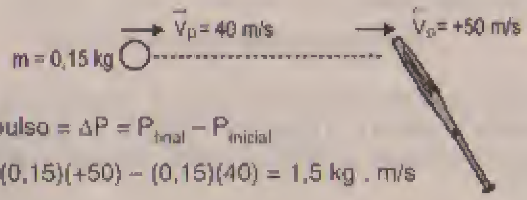
Luego la fuerza promedio será

$$F_{promedio} = \frac{1}{\Delta t} \cdot I = \left(\frac{1}{0{,}832\ s}\right)(364)$$

$$\therefore\quad F_{promedio} = 437{,}5\ N$$

13. Una pelota de beisbol de 0,15 kg se lanza con una velocidad de 40 m/s. Luego es bateada directamente hacia el lanzador con una velocidad de 50 m/s. a) ¿Cuál es el impulso que recibe la pelota? b) Encuentre la fuerza promedio ejercida por el bat sobre la pelota si los dos están en contacto durante $2{,}0 \times 10^{-3}$ s. Compare este valor con el peso de la pelota y determine si es válida o no la aproximación del impulso en esta situación.

Resolución :



Parte (a) Impulso = $\Delta P = P_{final} - P_{inicial}$

$\Rightarrow\quad I = (0{,}15)(+50) - (0{,}15)(40) = 1{,}5$ kg . m/s

Parte (b) $I = F_{promedio} \cdot \Delta t$

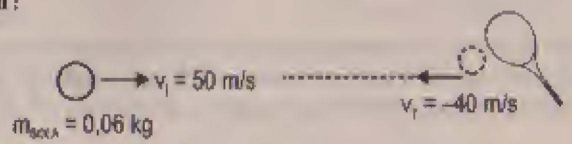
$$\Rightarrow\quad F_{promedio} = \frac{I}{\Delta t} = \frac{1{,}5}{2{,}0\times10^{-3}s} = 750\ N$$

Peso del balón: (0,15)(9,8) = 1,47 N

$\therefore$ F >> peso luego, es válido la aproximación del impulso

14. Un jugador de tenis recibe un tiro con la bola (0,060 kg) que viaja horizontalmente a 50 m/s y lo regresa con la bola moviéndose horizontalmente a 40 m/s con la dirección opuesta. ¿Cuál es el impulso dado a la bola por la raqueta?

Resolución :



Solución: Impulso = $\Delta P = P_{final} - P_{inicial}$

$\Rightarrow\quad P_{final} = (0{,}06)(-40) = -2{,}4$ kg . m/s

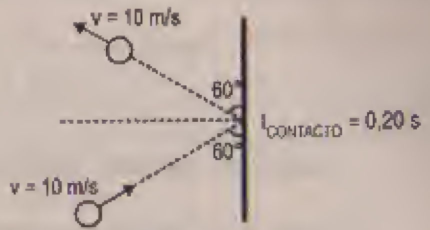
$P_{inical} = (0{,}06)(50) = 3$ kg.m/s

En consecuencia: Impulso = –2,4 – 3 = –5,4 kg.m/s

15. Una bola de acero de 3,0 kg golpea una pared con una velocidad de 10 m/s a un ángulo de 60° con la superficie. Rebota con la misma velocidad y ángulo (Fig. P9.15)

Si la bola está en contacto con la pared durante 0,20 s, ¿cuál es la fuerza promedio ejercida por la pared sobre la bola?

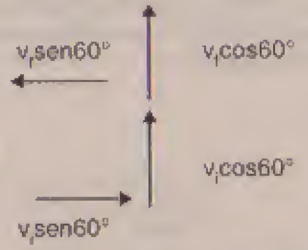
15A. Una bola de acero de masa m golpea una pared con una velocidad de v a un ángulo θ con la superficie. Rebota con la misma velocidad y ángulo (Fig. P9.15). Si la bola está en contacto con la pared durante un tiempo t, ¿cuál es la fuerza promedio ejercida por la pared sobre la bola?



Masa del acero = 3 kg

Figura P9.15

Resolución :



Sabemos que $P_{fy} - P_{iy} = (v_i\cos60° - v_i\cos60°)(3\ kg) = 0$

Así también: $P_{fx} - P_{ix} = \vec{F}\ \ \Delta t$

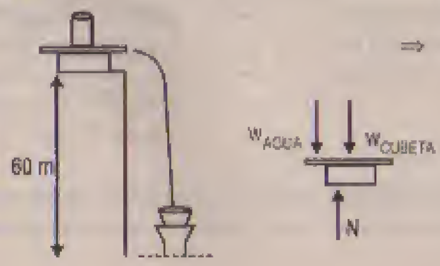
$\Rightarrow\quad (-v_i\,\text{sen}60° - v_i\,\text{sen}60°)(3) = F_{prom}\,(0{,}20)$

$$\therefore\quad F_{promedio} = \frac{\left(-10\,\frac{\sqrt{3}}{2} - 10\,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(3)}{0{,}20} = 259{,}8 = 260\ N$$

(hacia la izquierda)

16. Desde una altura de 60 m y a una tasa de 0,25 litros/s cae agua sin salpicar dentro de una cubeta de 0,75 kg que está sobre una balanza. Si la cubeta originalmente está vacía, ¿cuánto registra la balanza después de 3,0 s?

Resolución :



0,25 kg → 1 s

$\Rightarrow$ 0,75 kg → 3 s

$g = 9{,}81\ m/s^2$

A una altura de 60 m cae 0,25 litros/s = 0,25 kg/s, entonces como cae sin salpicar sobre la cubeta, que se conserva la cantidad de movimiento; en consecuencia

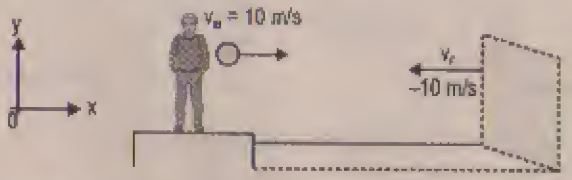
$\Sigma F = 0$ luego: $w_{agua} + w_{cubeta} = N$

$$\therefore \quad N = (0{,}75)(9{,}8) + (0{,}75)(9{,}8) \approx 14{,}7 \text{ N}$$

COLISIONES: CHOQUES ELÁSTICOS E INELÁSTICOS EN UNA DIMENSIÓN

17. Un hombre de 79,5 kg parado sobre un estanque congelado cercano a un muro sostiene una bola de 0,500 kg. Lanza la bola al muro con una velocidad 10,0 m/s (en relación con el suelo) y atrapa la bola después de que ésta rebota en el muro. a) ¿A qué velocidad se mueve después de atrapar la bola? (Ignore el movimiento de proyectil de la bola y suponga que ésta no pierde energía en su choque con el muro). b) ¿Cuántas veces tiene que seguir este proceso el hombre antes de que su velocidad llegue a 1,00 m/s respecto del suelo?

Resolución :



$m_{bola} = 0{,}5$ kg
$m_{persona} = 79{,}5$ kg

Parte (a) $\vec{P}_{inicial} = \vec{P}_{final}$

$$-(0{,}5)(10) = (80)\,v_f \quad \therefore \quad \vec{V}_f = -0{,}0625\ \hat{i}\ \text{m/s}$$

Parte (b) $-n\,(0{,}5)(10) = -80 \quad \Rightarrow \quad n = 16$ veces

18. Dos bloques de masa M y $3M$ se colocan sobre una superficie horizontal sin fricción. Un resorte ligero se une a uno de ellos, y los bloques son empujados juntos, con el resorte entre ellos (Fig. P9.18). Una cuerda que los mantiene unidos se quema y después de eso el bloque de masa $3M$ se mueve hacia la derecha con una velocidad de 2,00 m/s. ¿Cuál es la velocidad del bloque de masa M?

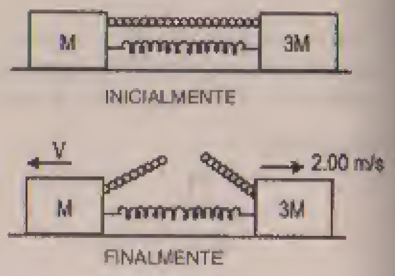


Figura P9.18

Resolución :

Como no actúan fuerzas externas sobre el sistema, solamente internas y conservativas entonces la cantidad de movimiento del sistema se conserva en todo instante. Luego

$P_{inicial} = 0 \quad \wedge \quad P_{final} = M(v) + 3M(2)$

$\Rightarrow \quad P_{inicial} = P_{final} = 0 = M(v) + 3M(2)$

$\therefore$ Velocidad de M = 6 m/s (hacia la izquierda) ó $-6\,\hat{i}$ m/s

19. Una astronauta de 60,0 kg camina en el espacio alejada de la nave espacial cuando la línea que la mantiene unida a la nave se rompe. Ella puede lanzar su tanque de oxígeno de 10,0 kg de manera que éste se aleje de la nave espacial con una velocidad de 12,0 m/s para impulsarse a sí misma de regreso a la nave (Fig. P9.19). Suponiendo que inicia su movimiento desde el reposo (respecto de la nave), determine la distancia máxima a la cual puede estar del vehículo espacial cuando la línea se rompe e incluso regresar en menos de 60,0 s (es decir, el tiempo que puede estar sin respirar).

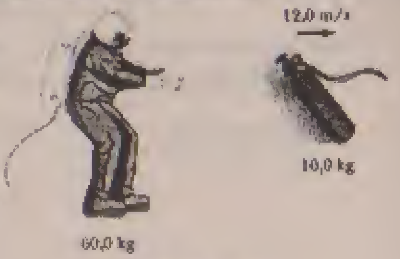


Figura P9.19

Resolución :

La cantidad de movimiento se conserva

$\Rightarrow \quad P_{inicial} = P_{final}$

$\Rightarrow \quad 60(0) + 10(12) = (60 + 10)\,v_{regreso}$

$\Rightarrow \quad \therefore \quad v_{regreso} = 2$ m/s

Luego $\qquad D_{máx} = (2)(60) = 120$ m

20. Carros de aire idénticos (m = 200 g) están equipados con resortes idénticos (k = 3 000 N/m). Los carros, que se mueven uno hacia el otro con velocidades de 3,00 m/s sobre una pista de aire horizontal, chocan y comprimen los resortes (Fig. P9.20). Encuentre la compresión máxima de cada resorte.

20A. Carros de aire idénticos, cada uno de masa m están equipados con resortes idénticos cada uno con una constante de fuerza k. Los carros, que se mueven uno hacia el otro con velocidades v sobre una pista de aire horizontal, chocan y comprimen los resortes (Fig. P9.20). Encuentre la compresión máxima de cada resorte.

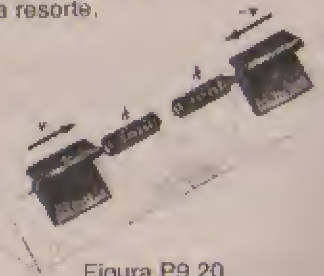
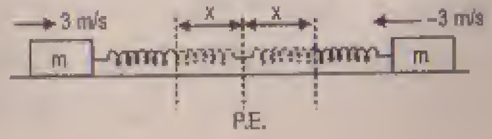


Figura P9.20

Resolución :

k = 3 000 N/m ; m = 0,2 kg ; |v| = 3 m/s

Vista de canto



Como no actúan fuerzas externas, entonces se conserva la cantidad de movimiento en la colisión elástica y por lo tanto también la energía del sistema. Luego:

$$P_{inicial} = P_{final} \Rightarrow (0{,}2)(3) - 0{,}2(3) = 0{,}2\ v_1 + 0{,}2\ v_2$$

$$\therefore\ v_1 = -v_2$$

Por otro lado:
Por conservación de energía:

$$\frac{1}{2}(0{,}2)(3)^2 + \frac{1}{2}(0{,}2)(-3)^2 = \frac{1}{2}(0{,}2)v_1^2 + \frac{1}{2}(0{,}2)(-v_1)^2 + \frac{1}{2}k(x)^2 + \frac{1}{2}k(x)^2$$

pero la compresión máxima de cada resorte va a ser cuando las velocidades finales de cada bloque sean iguales a cero.

Por consiguiente: $$0{,}9 + 0{,}9 = 0 + 0 + \frac{1}{2}(3\,000)(x)^2 + \frac{1}{2}(3\,000)x^2$$

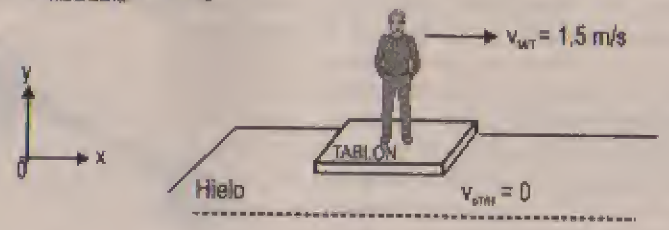
$$1{,}8 = (1{,}500)x^2$$

$$\Rightarrow\quad x = \sqrt{\frac{1{,}8}{1\,500}\times\frac{1}{2}} \approx 0{,}0245\ \text{m}$$

21. Una muchacha de 45,0 kg está parada sobre un tablón que tiene una masa de 150 kg. El tablón, originalmente en reposo, puede deslizarse libremente sobre un lago congelado, el cual es una superficie de soporte plana y sin fricción. La muchacha empieza a caminar a lo largo del tablón a una velocidad constante de 1,5 m/s en relación con el tablón. a) ¿Cuál es su velocidad en relación con la superficie del hielo? b) ¿Cuál es la velocidad del tablón respecto de la superficie de hielo?

Resolución :

$m_{tablón} = 150$ kg
$m_{muchacha} = 45$ kg



Parte (a) Sabemos que: $\vec{V}_{T/H} + \vec{V}_{M/T} = \vec{V}_{M/H}$

$$\therefore\quad \vec{V}_{M/H} = \vec{V}_{T/H} + \vec{V}_{M/T}$$

Luego: $P_{inicial} = 0 = P_{final}$

$$\Rightarrow\quad 0 = \vec{V}_{M/H}(45) + (\vec{V}_{M/H} - \vec{V}_{M/T})(150) \Rightarrow 150(1{,}5) = 195\,\vec{V}_{M/H}$$

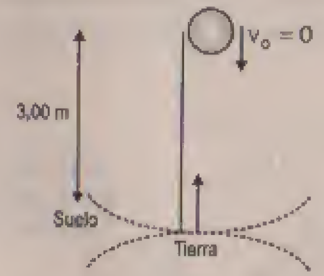
$$\therefore\quad \vec{V}_{M/H} = 1{,}15\ \text{m/s}$$

Parte (b) $\vec{V}_{T/H} = \vec{V}_{M/H} - \vec{V}_{M/T}$

$$\Rightarrow\quad \vec{V}_{T/H} = 1{,}15 - 1{,}5 = -0{,}35\ \text{m/s}$$

22. Una bola de boliche de 7,00 kg inicialmente en reposo se deja caer desde una altura de 3,00 m. a) ¿Cuál es la velocidad de la Tierra aproximándose a la bola justo antes de que ésta golpee el suelo? Utilice $5{,}98 \times 10^{24}$ kg como la masa de la Tierra. b) Con su respuesta del inciso a) justifique, no se toma en cuenta el movimiento de la Tierra cuando se trabaja con los movimientos de objetos terrestres.

Resolución :



$m_{boliche} = 7{,}00$ kg

$m_{Tierra} = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg

Parte (a)
Fuerza de atracción de los cuerpos, es decir la fuerza gravitacional es una fuerza interna dentro del sistema, por consiguiente se conserva la cantidad de movimiento.
Luego: $P_{inicial} = P_{final}$

Previamente: $v_{1\,boliche} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9{,}8)(3)} \approx 7{,}67$ m/s
(por conservación de energía)

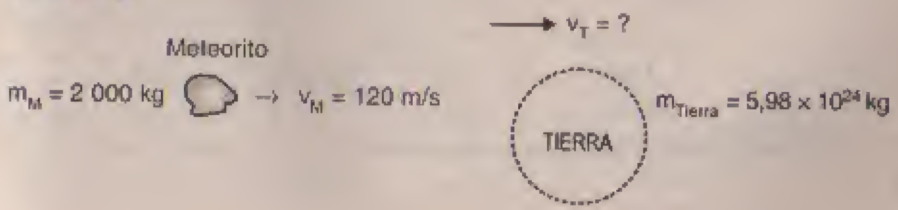
Luego: $0 = 7{,}67(7) - v_T\,(5{,}98 \times 10^{24})$

$$\therefore\quad v_{Tierra} = 8{,}98 \times 10^{-24}\ \text{m/s}$$

Parte (b)
Efectivamente, ya que la velocidad de la tierra al ser una cantidad infinitamente pequeña, prácticamente para minimizar los cálculos se considera despreciable.

23. Un meteorito de 2 000 kg tiene una velocidad de 120 m/s justo antes de chocar de frente con la Tierra. Determine la velocidad de retroceso de la Tierra ($5{,}98 \times 10^{24}$ kg de masa).

Resolución :



Como es una colisión perfectamente inelástica se cumple que

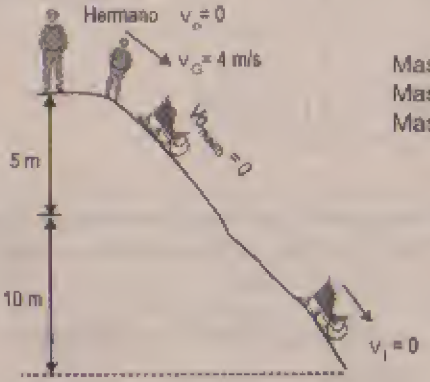
$$P_{inicial} = P_{final}$$

$$\Rightarrow \quad (120)(2\,000) + 0 = (2\,000 + 5{,}98 \times 10^{24})v_f$$

$$\therefore \quad v_f \approx v_T = 25 \times 10^{-18} \text{ m/s}$$

24. Gayle corre a una velocidad de 4,0 m/s y se lanza sobre un trineo que está inicialmente en reposo sobre la cima de una colina cubierta de nieve sin fricción. Después de que ella y el trineo han descendido una distancia vertical de 5,0 m, su hermano, que está inicialmente en reposo, se monta detrás de ella y juntos continúan bajando por la colina. ¿Cuál es su velocidad al final de la pendiente si el descenso vertical total es de 15,0 m? La masa de Gayle es de 50,0 kg, la del trineo de 5,0 kg y la de su hermano de 30,0 kg.

Resolución :



Masa de Gayle = 50 kg
Masa del trineo = 5 kg
Masa del hermano = 30 kg

La cantidad de movimiento se conserva entonces:

$$P_{inicial} = P_{final}$$

$$\Rightarrow \quad (4)(50) + 0 + 0 = (85)\,v_{fx} \quad \Rightarrow \quad v_{F\,total} = \frac{200}{85} = 2{,}35 \text{ m/s}$$

25. Una bala de 10,0 g es detenida por un bloque de madera (m = 5,00 kg). La velocidad de la combinación bala más madera inmediatamente después del choque es 0,600 m/s. ¿Cuál fue la velocidad original de la bala?

Resolución :

Choque perfectamente inelástico, entonces:

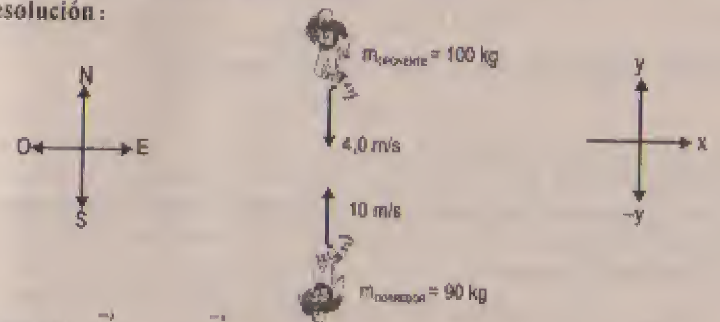
$$m_B\,v_i + 0 = (m_{bloque} + m_{bala})\,v_f$$

$$\Rightarrow \quad 10^{-2}\,.v_{i\,bala} = (10^{-2} + 5)(0{,}6)$$

$$\therefore \quad v_{i\,bala} = 300{,}6 \text{ m/s}$$

26. Un corredor rápido de fútbol americano de 90 kg que se desplaza hacia el norte con una velocidad de 10 m/s es derribado por un oponente de 120 kg que corre hacia el sur con una velocidad de 4,0 m/s. Si el choque es perfectamente inelástico y de frente, a) calcule la velocidad y dirección de los jugadores justo después del derribe y b) determine la energía perdida como consecuencia del choque. Explique dónde queda la energía faltante.

Resolución :



Parte (a) $\quad \vec{P}_{inicial\,y} = \vec{P}_{final\,y}$

$$\Rightarrow \quad 10\,\hat{j}\,(90) - 40\,\hat{j}\,(120) = 210\vec{V}_f$$

$$\Rightarrow \quad v_f = +2{,}00\,\hat{j} \text{ m/s (se dirige hacia el norte)}$$

Parte (b) $\quad E_{inicial\,cinética} = \dfrac{1}{2}(90)(10)^2 + \dfrac{1}{2}(120)(4)^2$

$$\Rightarrow \quad E_{inicial} = 5\,460 \text{ J}$$

$$E_{final} = \frac{1}{2}(210)(2)^2 = 420 \text{ J}$$

Por lo tanto

La energía que se "pierde" durante la colisión, que es de 5 040 J, se transforma en energía térmica al interactuar los cuerpos quedando adherida en ellos.

27. Un auto de 1 200 kg que viaja inicialmente con una velocidad de 25,0 m/s con rumbo al este choca con la parte trasera de una camioneta de 9 000 kg que se mueve en la misma dirección a 20,0 m/s (Fig. P9.27). La velocidad del auto justo después del choque es de 18,0 m/s en dirección este. a) ¿Cuál es la velocidad de la camioneta justo después del choque? b) ¿Cuánta energía mecánica se pierde en el choque? Explique qué pasa con la energía perdida.

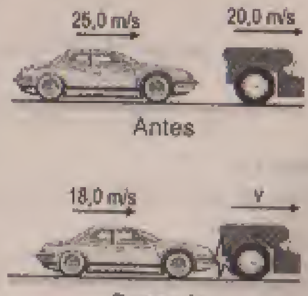


Figura P9.27

Resolución :

Inicialmente:	$\vec{25}$ m/s	$\vec{20,0}$ m/s
Finalmente:	$\vec{18}$ m/s	$\vec{V}$

Parte (a) $P_{inicial} = P_{final}$

$\Rightarrow \quad 25(1\,200) + 20(9\,000) = 18(1\,200) + 9\,000\ v_{f\,camión}$

$\therefore \quad v_{f\,camión} = 20,93$ m/s

Parte (b) $E_{M\,inicial\,del\,sistema} = E_{K\,total\,inicial}$

$\Rightarrow \quad E_{M\,inicial} = \dfrac{1}{2}(1\,200)(25)^2 + \dfrac{1}{2}(9\,000)(20)^2 = 2\,175 \times 10^3$ joules

$E_{M\,inicial} = E_{K\,total\,final}$

$\Rightarrow \quad E_{M\,final} = \dfrac{1}{2}(1\,200)(18)^2 + \dfrac{1}{2}(9\,000)(20,93)^2$

$\therefore \quad E_{M\,final} = 2165,7 \times 10^3$ joules

Luego la energía perdida será:

$(2\,175 - 2\,165,7) \times 10^3 = 9,3 \times 10^3$ joules

esta energía que se "pierde" se transforma en térmica

28. Un vagón de ferrocarril de $2,5 \times 10^4$ kg de masa que se mueve con una velocidad de 4,0 m/s choca y se conecta con otros tres vagones de ferrocarril acoplados, cada uno de la misma masa que el primero y moviéndose en la misma dirección con una velocidad de 2,0 m/s. a) ¿Cuál es la velocidad de los cuatro vagones después del choque? b) ¿Cuánta energía se pierde en el choque?

Resolución :28

Parte (a)
Después del choque los 4 vagones se adhieren, entonces:

$P_{inicial} = P_{final}$

$\Rightarrow \quad 4,0 \times (2,5 \times 10^4\ kg) + 2,0(3)(2,5 \times 10^4\ kg) = 4\ v_{final}\ (2,5 \times 10^4\ kg)$

$\therefore \quad v_{final\,de\,trenes} = 2,5$ m/s

Parte (b)
Energía perdida será:

Energía inicial: $\dfrac{1}{2}(2,5 \times 10^4)(4)^2 + 3\left(\dfrac{1}{2}\right)(2,5 \times 10^4)(2)^2$

$\therefore$ Energía inicial $= 35 \times 10^4$ joules

Energía final: $4\left(\dfrac{1}{2}\right)(2,5 \times 10^4)(2,5)^2$

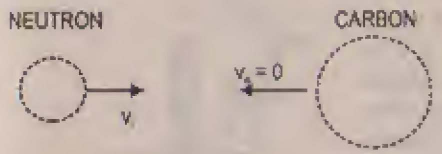
$\therefore$ Energía final $= 31,25 \times 10^4$ joules

Luego la energía que se pierde es:

$35 \times 10^4 - 31,25 \times 10^4 = 3,75 \times 10^4$ joules

29. Un neutrón en un reactor sufre un choque elástico frontal con el núcleo de un átomo de carbón inicialmente en reposo. a) ¿Qué fracción de la energía cinética del neutrón se transfiere al núcleo de carbón? b) Si la energía cinética inicial del neutrón es $1,6 \times 10^{-13}$ J, encuentre su energía cinética final y la energía cinética del núcleo de carbón después del choque. (La masa del núcleo de carbón es aproximadamente 12 veces la masa del neutrón).

Resolución :



Masa del núcleo del carbón $= 12$ masa del neutrón

Masa del neutrón $= 1,675 \times 10^{-27}$ kg

Parte (a) Sea la masa del neutrón = m

$\Rightarrow$ La masa del núcleo del carbón = 12 m

Por otro lado: $E_{K\,inicial\,neutrón} = 1,6 \times 10^{-13}$ J

$\Rightarrow \quad \dfrac{1}{2}mv_i^2 = 1,6 \times 10^{-13}$ J

$\therefore \quad v_i^2 = \dfrac{3,2}{m} \times 10^{-13}$ m²/s² ... (1)

Así también como es un choque elástico se cumple que:

$$v_{1\,final} = v_{final\,del\,núcleo\,neutrón} = \left(\frac{M_{neutrón} - M_{carbón}}{M_{núcleo} + M_{neutrón}}\right) . v_i \qquad ... (2)$$

$$v_{2\,final} = v_{final\,del\,núcleo\,del\,carbon} = \left(\frac{2 \,.\, M_{neutrón}}{M_{núcleo} + M_{neutrón}}\right) . v_i \qquad ... (3)$$

Reemplazando en (1): $v_i = \sqrt{\dfrac{3,2}{1,675} \times 10^{14}} = 1,38 \times 10^7$ m/s

Reemplazando en (2): $\vec{V}_{1\ final} = (1,38 \times 10^7)$

$$\therefore \quad \vec{V}_{1\ final} = \vec{V}_{neutrón} = -1,68 \times 10^7\,\hat{i}\ \ m/s$$

Reemplazando en (3):

$$v_{2\ final} = v_{final\ del\ núcleo\ del\ carbón} = \left(\frac{2.M}{M+12M}\right)138 \times 10^7$$

$$\therefore \quad \vec{V}_{2\ final} = 2 \times 10^6\ m/s$$

En consecuencia:

$$E_{K\ final\ del\ neutrón} = \frac{1}{2}\ (1,675 \times 10^{-27}\ kg)\ (-1,168 \times 10^7)^2$$

$$\therefore \quad E_{K\ final\ del\ neutrón} = 1,143 \times 10^{-13}\ joules$$

$$E_{K\ final\ del\ carbón} = \frac{1}{2}\ (12)(1,675 \times 10^{-27}\ kg)(2 \times 10^6)^2$$

$$\therefore \quad E_{K\ final\ del\ carbón} = 40,2 \times 10^{-15}\ joules$$

30. Una bola de masa *m* está suspendida por una cuerda de longitud *L* arriba de un bloque que descansa sobre uno de sus extremos, como se muestra en la figura P9.30. La bola se desplaza hacia atrás un ángulo θ y se suelta, en el ensayo A rebota elásticamente en el bloque. En el ensayo B una cinta adhesiva por los dos lados hace que la bola se fije al bloque en un choque totalmente inelástico. ¿En cuál caso es más probable que la bola derribe el bloque? Explique.

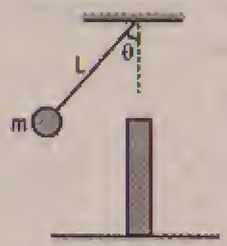
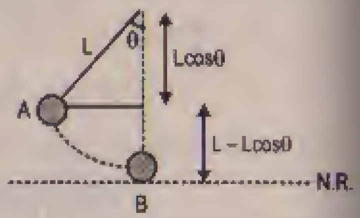


Figura P9.30

Resolución :

Ensayo "A":



Por conservación de energía:

$$E_{MA} = E_{MB} \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{2gh}$$

Por otro lado por haber un choque elástico:

Entonces se conserva la energía cinética, luego:

$$E_{K\,I} = E_{K\ final} = mgh = mgL\ (1 - \cos\theta) = W_{FC} \quad ...\ (1)$$

Ensayo "B":

Se produce un choque perfectamente inelástico, entonces se cumple:

$$\sqrt{2gh}\ .\ m = (M_{bloque} + m)\ v_{final}$$

$$\Rightarrow \quad v_{final} = \frac{m}{(M+m)}\sqrt{2gL(1-\cos\theta)}$$

Luego la energía final será:

$$mgL\ (1 - \cos\theta) - \frac{1}{2}\,(M + m)\left[\frac{m^2}{(M+m)^2}(2gL)(1-\cos\theta)\right]$$

$$\therefore \quad E_{K\ final} = mgL\ (1 - \cos\theta) - \frac{m^2}{(M+m)}\ g\ L(1 - \cos\theta)$$

Como la energía final en el ensayo "B" es menor que la energía final en el ensayo "A", puesto que hay pérdida de energía, entonces en "A" hay más probabilidad de que el bloque se rompa debido a que va a realizar mayor trabajo, entonces por consiguiente ejercerá mayor fuerza.

31. Un patinador de hielo de 75 kg que se mueve a 10 m/s choca contra un patinador estacionario de igual masa. Después del choque, los dos patinadores se mueven como uno solo a 5,0 m/s. La Fuerza promedio que un patinador humano puede experimentar sin romperse un hueso es de 4 500 N. Si el tiempo de impacto de 0,10 s, ¿se rompe algún hueso?

Resolución :

Según el problema se produce un choque perfectamente inelástico:

$$P_{final} - P_{inicial} = F\ .\ \Delta t$$

$$\Rightarrow \quad 150(5) - (75)(10) = F_{prom}\ (0,10)$$

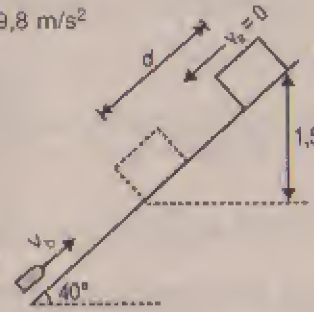
$$\therefore \quad F_{prom} = 0$$

Debido a que la fuerza promedio de impacto es cero y es menor que 4 500 N, en consecuencia no se romperá ningún hueso.

32. Un bloque 0,10 kg se suelta desde el reposo desde la parte superior de una pendiente sin fricción de 40,0°. Cuando ha descendido una distancia vertical de 1,5 m, una bala de 0,015 kg se dispara contra el bloque a lo largo de una trayectoria paralela a la pendiente y momentáneamente detiene el bloque. a) Encuentre la velocidad de la bala justo antes de hacer impacto. b) ¿Qué velocidad de la bala es necesaria para llevar el bloque hacia arriba de la pendiente hasta su posición inicial?

Resolución :

Considerar: $g = 9{,}8\ m/s^2$

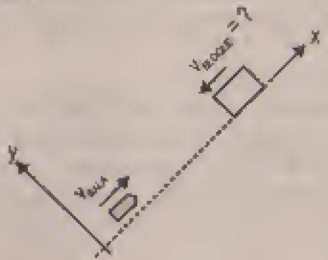


$m_{bloque} = 0{,}10\ kg$

$sen40° = 0{,}648$
$cos40° = 0{,}762$

$m_{bala} = 0{,}015\ kg$

Parte (a)



$$\vec{P}_{inicial\ x} = \vec{P}_{final\ x}$$

$$\Rightarrow \quad m_{bala} \cdot \vec{V}_{bala} - M_{bloque} \cdot \vec{V}_{bloque} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \vec{V}_{bala} = \frac{M_{bloque}}{m_{bala}} \cdot \vec{V}_{bloque}$$

Por otro lado:
Se conserva la energía en el bloque, entonces:

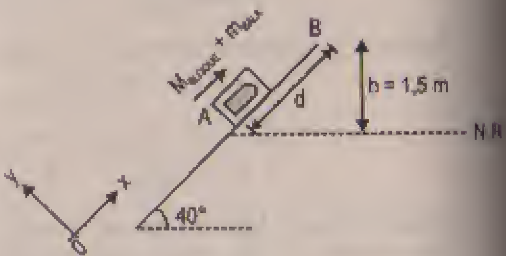
$$\frac{1}{2} m\, v^2_{bloque} = mgh \quad \Rightarrow \vec{V}_{bloque} = \sqrt{2(9{,}81)(1{,}5)}\ \hat{i}$$

Reemplazando: $\vec{V}_{bala} = \left(\dfrac{0{,}10}{0{,}015}\right)\sqrt{2(9{,}81)(1{,}5)} = 36{,}17\,\hat{i}\ m/s$

Parte (b)

Por conservación de energía

Sabemos que: $E_{KA} = E_{KB} + E_{PB}$



$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(M + m)\, v_i^2 = (m + M)\, gh$$

$$\therefore \quad v_{final} = \sqrt{2(g)h} = \sqrt{2(9{,}81)(1{,}5)} = 5{,}42\ m/s$$

Luego:

Por colisión perfectamente inelástica se cumple que:

$$\vec{P}_{inicial} = \vec{P}_{final}$$

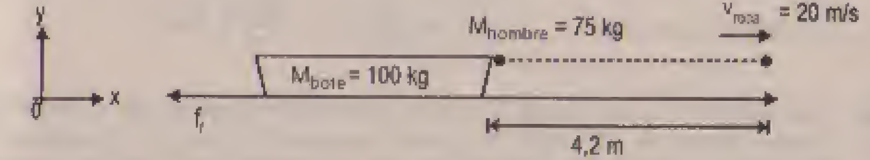
$$\Rightarrow \quad M_{bala}\, \vec{V}_{bala} - M_{bloque}\, \vec{V}_{bloque} = (M + m)\, \vec{V}_f$$

$$\Rightarrow \quad (0{,}015)\ \vec{V}_{bala} - (0{,}10)\sqrt{2g(1{,}5)} = (0{,}115)(5{,}42)$$

$$\therefore \quad \vec{V}_{bala} = \frac{(0{,}115)(5{,}42) + (0{,}10)\left(\sqrt{2(9{,}81)(1{,}5)}\right)}{0{,}015} = 77{,}69\ m/s$$

33. Un hombre de 75,0 kg permanece en un bote de remos de 100,0 kg en reposo en agua tranquila. Mira hacia la parte de atrás del bote y lanza una roca de 5,00 kg en esa dirección fuera de la embarcación a una velocidad de 20,0 m/s. El bote se mueve hacia delante y se detiene a 4,2 m de su posición original. Calcule, a) la velocidad de retroceso inicial del bote, b) la pérdida de energía mecánica debido a la fuerza de fricción ejercida por el agua, y c) el coeficiente efectivo de fricción entre el bote y el agua.

Resolución :



Parte (a) $\vec{P}_{inicial} = \vec{P}_{final}$

$$0 = (m_{roca})\ \vec{V}_{roca/0} + (M_{bote} + M_{hombre})\ \vec{V}_{bote/0}$$

$$\Rightarrow \quad 5(20)\,\hat{i} + (175)\ \vec{V}_{bote/0} = 0 \qquad \therefore \quad \vec{V}_{bote} = -0{,}57\,\hat{i}\ m/s$$

Parte (b) $W_{fricción} = \Delta E_M = E_{M\,final} - E_{M\,inicial}$

$$\Rightarrow \quad \text{Pérdida de energía} = \frac{1}{2}(175)(0.571)^2$$

$$\therefore \quad \Delta E_M = 28{,}6\ \text{joules}$$

Parte (c)

$$28{,}6 = f_r\,(d) = \mu_k\,(175)(9{,}81)(4{,}2)$$

$$\therefore \quad \mu_k = 0{,}00397$$

34. Como se indica en la figura P9.34, una bala de masa *m* y velocidad *v* atraviesa la plomada de un péndulo de masa *M*. La bala sale con una velocidad *v*/2. La plomada del péndulo está sostenida por medio de una barra rígida de longitud L y masa despreciable. ¿Cuál es el valor mínimo de *v* para que la plomada del péndulo apenas realice un círculo vertical completo.

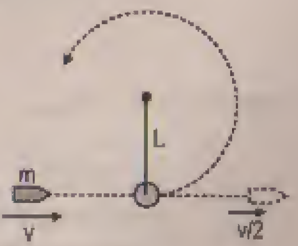


Figura P9.34

Resolución :

Por colisión elástica:

$$m.v + 0 = M\,v_p + m\,v/2 \Rightarrow v_p = \left(\frac{m}{M}\right)\frac{v}{2} \qquad \dots (1)$$

por otro lado:

por conservación de energía: $E_{MA} = E_{MB}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}M\,v_p^2 = \frac{1}{2}M\,v_B^2 + mg(2L)$$

Por movimiento circular en "B"

$Mg + T = \frac{M}{L}v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = gL$ ya que: "v_p" tiene que ser mínima

Luego: $\frac{1}{2}M\,v_p^2 = \frac{1}{2}MgL + 2MgL \therefore v_p = \sqrt{5gL}$

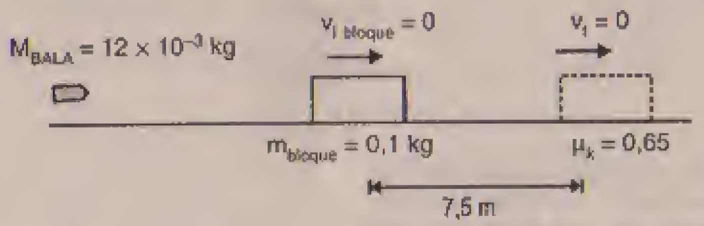
En consecuencia de (1): $v_{mínima} = \left(\frac{2M}{m}\right)v_p = \left(\frac{2M}{m}\right)\sqrt{5gL}$

35. Una bala de 12 g se dispara contra un bloque de madera de 100 g inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal. Después del impacto el bloque se desliza 7,5 m antes de detenerse. Si el coeficiente de fricción entre el bloque y la superficie es 0,65, ¿cuál es la velocidad de la bala inmediatamente antes del impacto?

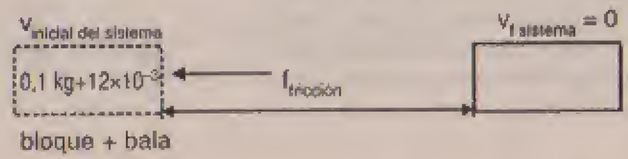
35A. Una bala de masa m_1 se dispara contra un bloque de madera de masa m_2 inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal. Después del impacto el bloque que se desliza una distancia *d* antes de detenerse. Si el coeficiente de fricción entre el bloque y la superficie es μ, ¿cuál es la velocidad de la bala inmediatamente antes del impacto?

Resolución :

Considerar: $g = 9{,}81\ m/s^2$



Sabemos que: $W_{fricción} = \Delta E_M = E_{K\,final} - E_{K\,inicial}$



$$\Rightarrow -f_f(d) = 0 - \frac{1}{2}(0{,}1 + 12\times10^{-3})\,v^2_{inicial}$$

$$\Rightarrow -(12\times10^{-3} + 0{,}1)(9{,}81)(0{,}65)(7{,}5) = -\frac{1}{2}(0{,}1 + 12\times10^{-3})\,v^2_{inicial}$$

$$\therefore v_{inicial} = \sqrt{2(9{,}81)(0{,}65)(7{,}5)} \approx 9{,}78\ m/s$$

Por otro lado:

Antes: $\vec{P}_{inicial} = \vec{P}_{final}$ (por colisión perfectamente inelástica)

$$\Rightarrow (M_{bala})\,\vec{V}_{bala} + 0 = (M_{bala} + M_{bloque})\,\vec{V}_{inicial}$$

$$\Rightarrow (12\times10^{-3}\,kg)\,\vec{V}_{bala} = (12\times10^{-3} + 0{,}1)(9{,}78)$$

$$\Rightarrow \vec{V}_{bala} = \frac{(12\times10^{-3}+0{,}1)\,(9{,}78)}{12\times10^{-3}}$$

$$\therefore \vec{V}_{bala} = 91{,}28\ m/s$$

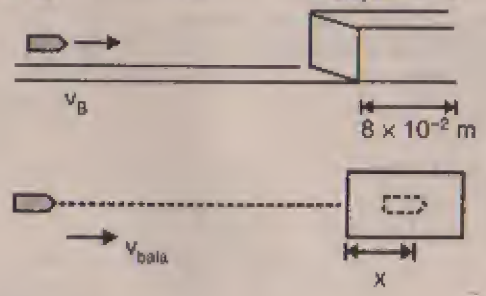
36. Una bala de 7,00 g disparada contra un bloque de madera de 1,00 kg fijo en una prensa de tornillo penetra hasta una profundidad de 8,00 cm. Después de que se quita la prensa, el bloque de madera se coloca sobre una superficie horizontal sin fricción, y se dispara contra él otra bala de 7,00 g. ¿A qué profundidad penetra esta segunda bala?

Resolución :

$M_{bala} = 7\times10^{-3}\ kg$ $\qquad M_{bloque} = 1\ kg$

Inicialmente:

Después:



Inicialmente: $W_f \times d = \Delta E_M$

$$\Rightarrow -F\times(8\times10^{-2}\,m) = 0 - \frac{1}{2}M_{bala}\cdot v^2_{bala} \quad \dots (1)$$

Después: $W_f\,.\,d = \Delta E_M$

$$\Rightarrow -F(x) = 0 - \frac{1}{2}M_{bala}\cdot v^2_{bala\,sist}$$

$$\Rightarrow \quad F(x) = \frac{1}{2} M_{bala} \cdot v^2_{bala\ sist.} \qquad \text{... (2)}$$

Por otro lado: $\vec{P}_{inicial} = \vec{P}_{final}$

$$\Rightarrow \quad M_{bala} \cdot v_{bala} = (M_{bala} + M_{bloque})\, v_{f\ s.\ bala}$$

$$\Rightarrow \quad v_{f.s(bala+bloque)} = \frac{M_{bala} \cdot V_{bala}}{M_{bala} + M_{bloque}} \qquad \text{... (3)}$$

Luego: (1) en (2)

$$\left(\frac{1}{16} \times 10^2 . M_{bala} \cdot v^2_{bala}\right) x = \frac{1}{2} M_{bala} \left[\frac{M_{bala} \cdot v_{bala}}{M_{bala} + M_{bloque}}\right]^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{100\ x}{16} = \frac{1}{2} M^2_{bala} \times \frac{1}{(M_{bala} + M_{bloque})^2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{100\ x}{8} = \frac{(7 \times 10^{-3})^2}{(1{,}007)^2} \qquad \therefore \quad x = 38 \times 10^{-7}\ m$$

37. Considere una pista sin fricción *ABC* como la mostrada en la figura P9.37. Un bloque de masa m_1 = 5,001 kg se suelta desde A. Choca frontalmente con un bloque de masa m_2 = 10,0 kg en *B*, inicialmente en reposo. Calcule la altura máxima a la cual m_1 se eleva después del choque.

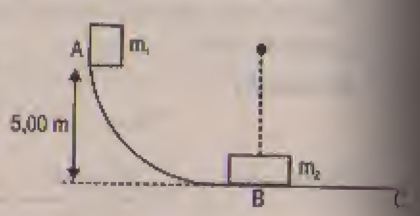
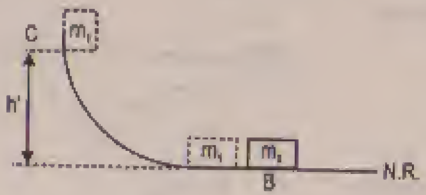


Figura P9.37

Resolución :37

Considerar: g = 9,81 m/s²
m_1 = 5,001 kg
m_2 = 10,0 kg



$E_{MA} = E_{MB}$

$$\Rightarrow \quad m_1 gh = \frac{1}{2} m_1 v_B^2 \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{2(9.81)(5)} \approx 9.905\ m/s$$

por otro lado: por colisión elástica se cumple que:

$$\vec{P}_{inicial} = \vec{P}_{final}$$

$$\Rightarrow \quad m_1 v_B + 0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \qquad \text{... (1)}$$

$$\vec{E}_{K\,i} = \vec{E}_{K\,final}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m_1 v_B^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \qquad \text{... (2)}$$

resolviendo las ecuaciones: (1) y (2)

resulta que: $$\vec{V}_1 = \frac{17{,}8 \pm \sqrt{(17{,}8)^2 + 4(1)(98{,}01)}}{2}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{V}_1 = -4{,}41\,\hat{i}\ m/s$$

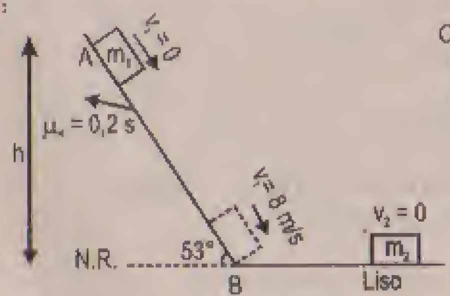
Luego por conservación de energía
$E_{MB} = E_{MC}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m_1 (-4{,}41)^2 = m_1 gh' \quad \Rightarrow \quad h' = \frac{(-4{,}41)^2}{2(9{,}81)}$$

$$\therefore \quad h' = 0{,}99\ m$$

38. Un bloque de masa m_1 = 2,0 kg se mueve desde el reposo sobre una superficie inclinada a 53° respecto de la horizontal. El coeficiente de fricción cinético entre la superficie y el bloque es μ_c = 0,25. a) Si la velocidad del bloque en el pie de la pendiente es 8,0 m/s hacia la derecha, determine la altura desde la cual se suelta al bloque. b) Otro bloque de masa m_2 = 6,0 kg se encuentra en reposo sobre la superficie horizontal lisa. El bloque m_1 choca contra el bloque m_2. Después del choque los bloques se mantienen unidos y se mueven hacia la derecha. Determine la velocidad de los bloques después del choque.

Resolución :



Considerar:
m_1 = 2 kg
m_2 = 6 kg
g = 9,81 m/s²

Parte (a)

$$E_{MB} - E_{MA} = W_{fricción}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m_1 v_B^2 - mgh = -f_r(d) = -(\mu_k m_1 g\cos 53°)\left(\frac{h}{sen 53°}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(2)(8)^2 - 2(9{,}81)h = -(0{,}25)(2)(9{,}81)h\,(0{,}75)$$

$$64 = -3{,}67875\ h + 19{,}62\ h$$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{64}{15{,}94} = 4{,}01\ m$$

Parte (b)

Cuando chocan ambos bloques se produce una colisión perfectamente inelástica entonces se cumple:

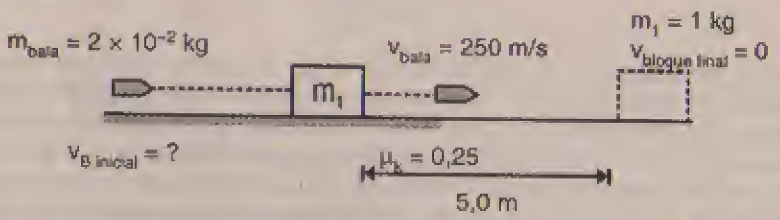
$$\vec{P}_{inicial} = \vec{P}_{final}$$

$$\Rightarrow \quad 8(2) + 6(0) = (2 + 6)v_{final}$$

$$\therefore \quad v_{final} = 2\ m/s$$

39. Una bala de 20,0 g se dispara horizontalmente contra un bloque de madera de 1,0 kg que descansa sobre una superficie horizontal ($\mu_k = 0{,}25$). La bala atraviesa el bloque y sale de él con una velocidad de 250 m/s. Si el bloque se desplaza 5,0 m antes de detenerse, ¿cuál es la velocidad inicial de la bala?

Resolución :



Sea "v_1" la velocidad inicial del bloque cuando impacta con la bala

$\Rightarrow$ Por energía: $W_{fricción} = \Delta E_M$

$$\Rightarrow \quad -f_r(d) = 0 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

$$\Rightarrow \quad -\mu_k m_1 g(d) = -\frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

$$\Rightarrow \quad v_1 = \sqrt{2g\mu_k d} = \sqrt{2(9{,}81)(0{,}25)(5{,}00)} = 4{,}9523\ m/s$$

Por otro lado:

Por conservación de la cantidad de movimiento:

$$\vec{P}_{inicial} = \vec{P}_{final}$$

$$\Rightarrow \quad M_{bala} \cdot \vec{V}_{B\ inicial} = M_{bala} \cdot \vec{V}_{bala} + v_{bloque} \cdot \vec{V}_1$$

$$\Rightarrow \quad (2 \times 10^{-2})(\vec{V}_{B\ inicial}) = (2 \times 10^{-2})(250) + (1)(4{,}9523)$$

$$\therefore \quad \vec{V}_{B\ inicial} = 497{,}615\ \hat{i}\ m/s$$

40. Dos bloques de masas $m_1 = 2{,}00$ kg y $m_2 = 4{,}00$ kg se sueltan desde de una altura de 5,00 m sobre una pista sin fricción, como la que se muestra en la figura P9.40. Los bloques sufren un choque frontal elástico. a) Determine las dos velocidades justo antes del choque. b) Con las ecuaciones 9.20 y 9.21 determine las dos velocidades exactamente después del choque. c) Determine la altura máxima a la cual sube cada bloque después del choque.

FIGURA P9.40

Resolución :40

Parte (a)

$$\vec{V}_{m_1} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9{,}81)(5)} = 9{,}9\hat{i}\ m/s$$

$$\vec{V}_{m_2} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9{,}81)(5)} = -9{,}9\hat{i}\ m/s$$

Parte (b)

Como la colisión que se produce es elástica se produce:

$$\vec{V}_{final\,(m_2)} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{m_1} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{V}_{f\,m_2} = \left(\frac{2(2)}{6}\right)(9{,}9) + \left(\frac{2}{6}\right)(-9{,}9)$$

$$\Rightarrow \quad \vec{V}_{f\,m_2} = \left(\frac{1}{3}\right)(9{,}9) = 3{,}3\hat{i}\ m/s$$

Por otro lado:

$$\vec{V}_{final}(m_1) = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{m_1} + \left(\frac{2\,m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{m_2}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{V}_{final}(m_1) = \left(\frac{-2}{6}\right)(9{,}9) + \left(\frac{8}{6}\right)(-9{,}9)$$

$$\therefore \quad \vec{V}_{final}(m_1) = -\left(\frac{10}{6}\right)(9{,}9) = -16{,}5\hat{i}\ m/s$$

Parte (c)

$$E_{M\ inicial}(m_1) = E_{M\ final}(m_1)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m_1 (-16{,}5)^2 = m_1 g h_1 \quad \Rightarrow \quad h_1 = \frac{(-16{,}5)^2}{2(9{,}81)} = 13{,}88\ m$$

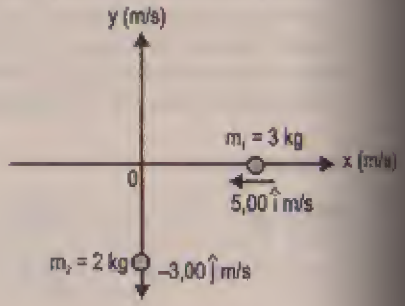
$$E_{M\ inicial}(m_2) = E_{M\ final}(m_2)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m_2 (3{,}3)^2 = m_2 g h_2 \quad \Rightarrow \quad h_2 = \frac{(3{,}3)^2}{2(9{,}81)} = 0{,}555\ m$$

COLISIONES BIDIMENSIONALES

41. Una masa de 3,00 kg con una velocidad inicial de $5{,}00\,\hat{i}$ m/s choca y queda unida a una masa de 2,00 kg cuya velocidad inicial es de $-3{,}00\,\hat{j}$ m/s. Determine la velocidad final de la masa compuesta.

Resolución :41



$$\vec{P}_{\text{inicial } x} = \vec{P}_{\text{final } x}$$

$$\Rightarrow \quad (5)(3) + 0 = (2+3)\vec{V}_f$$

$$\Rightarrow \quad \vec{V}_{fx} = 3\,\hat{i} \text{ m/s}$$

$$\vec{P}_{\text{inicial } y} = \vec{P}_{\text{final } y}$$

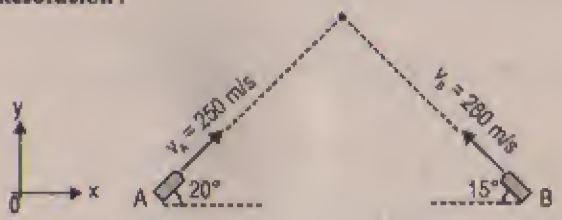
$$\Rightarrow \quad 0 - 3(2) = 5\,\vec{V}_{fy}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{V}_{fy} = -1{,}2\,\hat{j} \text{ m/s}$$

Luego la velocidad final es $v_f = \sqrt{(3)^2 + (-1{,}2)^2} = 3{,}23$ m/s

42. Durante la batalla de Gettysburg el tiroteo fue tan intenso que varios proyectiles chocaron en el aire y se fundieron. Suponga una bala de fusil de la Unión de 5,0 g que se mueve a la derecha a 250 m/s y 20,0° sobre la horizontal, y una confederada de 3,0 g que se mueve hacia la izquierda a 280 m/s y 15° sobre la horizontal. Inmediatamente después de que se funden, ¿cuál es su velocidad?

Resolución :



Tener en cuenta
sen20° ≈ 0,345
cos20° ≈ 0,9386
sen15° ≈ 0,259
cos15° ≈ 0,966

$$\vec{P}_{\text{inicial } x} = \vec{P}_{\text{final } x}$$

$$\Rightarrow \quad (5\times10^{-3})(250)(0{,}9386)\,\hat{i} - (3\times10^{-3})(280)(0{,}966)\,\hat{i} = (5\times10^{-3} + 3\times10^{-3})\,\vec{V}_{fx}$$

$$\therefore \quad \vec{V}_{fx} = 45{,}23\,\hat{i} \text{ m/s}$$

$$\vec{P}_{\text{inicial } y} = \vec{P}_{\text{final } y}$$

$$\Rightarrow \quad (5\times10^{-3})(250)(0{,}345)\,\hat{j} + (3\times10^{-3})(280)(0{,}259)\,\hat{j} = (5\times10^{-3} + 3\times10^{-3})\,\vec{V}_{fy}$$

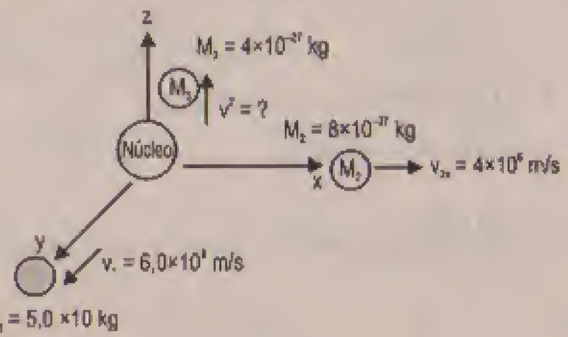
$$\therefore \quad \vec{V}_{fy} = 81{,}10\,\hat{j} \text{ m/s}$$

En consecuencia: $\quad v_{\text{final}} = \sqrt{(45{,}23)^2 + (81{,}10)^2} \approx 92{,}86$ m/s

43. Un núcleo inestable de 17×10^{-27} kg de masa inicialmente en reposo se desintegra en tres partículas. Una de ellas, de $5{,}0\times10^{-27}$ kg, se mueve a lo largo del eje *y* con una velocidad de $6{,}0\times10^6$ m/s. Otra partícula, de masa $8{,}4\times10^{-27}$ kg, se mueve a lo largo del eje *x* con una velocidad de $4{,}0\times10^6$ m/s. Encuentre a) la velocidad de la tercera partícula y b) la energía total emitida en el proceso.

Resolución :43

Masa del núcleo
17×10^{-27} kg



Parte (a) $\quad \vec{P}_{\text{inicial}} = \vec{P}_{\text{final}}$

$$\Rightarrow \quad 0 = 8\times10^{-27}(4\times10^6)\,\hat{i} + (5\times10^{-27})(6\times10^6)\,\hat{j} + 4\times10^{-27}\cdot v_3$$

$$\Rightarrow \quad \vec{V}_3 = -8{,}00\times10^6\,\hat{i} - 7{,}5\times10^6\,\hat{j} \text{ m/s}$$

$$\therefore \quad v_3 = \sqrt{(-8)^2 + (-7{,}5)^2}\times10^3 = 10{,}97\times10^3 \text{ m/s}$$

Parte (b)

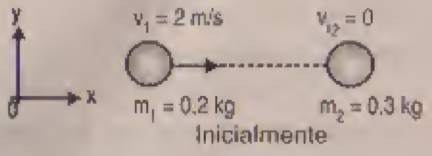
$$E_{K\,\text{total}} = \frac{1}{2}(M_1)v_1^2 + \frac{1}{2}M_2v_2^2 + \frac{1}{2}M_3v_3^2$$

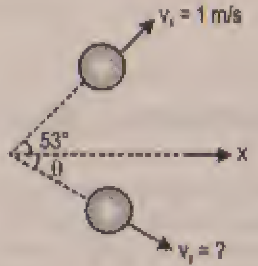
$$E_{K\,\text{total}} = \frac{1}{2}(5{,}0\times10^{-27})(6{,}0\times10^6)^2 + \frac{1}{2}(8\times10^{-27})(4\times10^6)^2 + \frac{1}{2}(4\times10^{-27})(10{,}97\times10^3)^2$$

$$\therefore \quad E_{K\,\text{total}} = 384{,}68\times10^{-15} \text{ joules}$$

44. Un disco de goma de 0,30 kg, inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal sin fricción, es golpeado por otro disco similar de 0,20 kg que se mueve al principio a lo largo del eje *x* con una velocidad de 2,0 m/s. Después del choque, el disco de 0,20 kg tiene una velocidad de 1,0 m/s a un ángulo θ = 53° con el eje *x* positivo (Fig. 9.13). a) Determine la velocidad del disco de 0,30 kg después del choque. b) Encuentre la fracción de energía cinética perdida en el choque.

Resolución :





Parte (a) $\vec{P}_{\text{inicial } x} = \vec{P}_{\text{final } x}$

$\Rightarrow \quad (0{,}2)(2) = (1)(\cos 53°)(0{,}2) + v_2 \cos\theta (0{,}3)$

$\Rightarrow \quad 0{,}4 = (0{,}2)(0{,}6) + (0{,}3)v_2\cos\theta \qquad \ldots (1)$

$\vec{P}_{\text{inicial } y} = \vec{P}_{\text{final } y}$

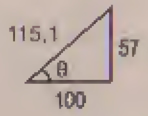
$\Rightarrow \quad 0 = (1)(0{,}2)(\text{sen}53°) - (v_2)(\text{sen}\theta)(0{,}3)$

$\Rightarrow \quad (v_2)(0{,}3)\text{sen}\theta = (0{,}2)(0{,}8) \qquad \ldots (2)$

(2) ÷ (1)

$$\tan\theta = \frac{(0{,}2)(0{,}8)}{(0{,}4)-(0{,}2)(0{,}6)} = 0{,}57 \qquad \therefore \quad \theta = \tan^{-1}(0{,}57)$$

luego:



Reemplazando en (1):

$$\frac{0{,}4-(0{,}2)(0{,}6)}{(0{,}3)\cos\theta} = \frac{0{,}28}{(0{,}3)(100)}(115{,}1) = v_2 \qquad \therefore \quad v_2 = 1{,}0752 \text{ m/s}$$

Parte (b)

$$E_{K\,\text{inicial}} = \frac{1}{2}(0{,}2)(2)^2 = 0{,}4 \text{ joules}$$

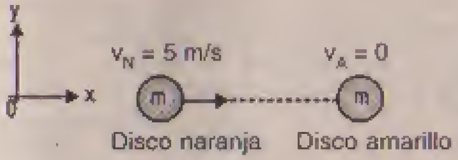
$$E_{K\,\text{final}} = \frac{1}{2}(0{,}2)(1)^2 + \frac{1}{2}(0{,}3)(1{,}0752)^2 = 0{,}273 \text{ joules}$$

Luego $\quad E_{K\,\text{final}} / E_{K\,\text{inicial}} = 0{,}684$

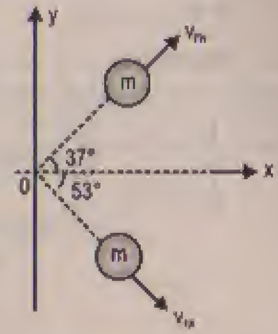
45. Dos discos de un juego de mesa de igual masa, uno naranja y el otro amarillo sufren una colisión indirecta perfectamente elástica. El disco amarillo está inicialmente en reposo y es golpeado por el disco naranja que se mueve con una velocidad de 5,00 m/s. Después del choque el disco naranja se mueve por una dirección que forma un ángulo de 37,0° con su dirección inicial de movimiento, y la velocidad del disco amarillo es perpendicular a la del disco naranja (después del choque). Determine la velocidad final de cada disco.

45A. Dos discos de un juego de mesa de igual masa, uno naranja y el otro amarillo, sufren un choque indirecto perfectamente elástico. El disco amarillo está inicialmente en reposo y es golpeado por el disco naranja que se mueve con una velocidad de v_0. Después del choque el disco naranja se mueve por una dirección que forma un ángulo θ con su dirección inicial de movimiento, y la velocidad del disco amarillo es perpendicular a la del disco naranja (después del choque). Determine la velocidad final de cada disco.

Resolución :



Después



Como es una colisión perfectamente elástica se cumple lo siguiente:

$$\vec{P}_{\text{inicial } x} = \vec{P}_{\text{final } x}$$

$\Rightarrow \quad 5(m) + 0 = v_{fN} \cdot \cos 37° \,(m) + v_{fA}\cos 53° \cdot m$

$\Rightarrow \quad 5 = 0{,}8\, v_{fN} + 0{,}6\, v_{fA} \qquad \ldots (1)$

$$\vec{P}_{\text{inicial } y} = \vec{P}_{\text{final } y}$$

$\Rightarrow \quad 0 = v_{fN}\,\text{sen}37° \cdot m - v_{fA}\,\text{sen}53° \cdot m$

$\therefore \quad v_{fN}(0{,}6) = v_{fA}(0{,}8) \qquad \ldots (2)$

(2) en (1) $\quad 5 = 0{,}8\left[\dfrac{(0{,}8)}{0{,}6} v_{fA}\right] + (0{,}6)\, v_{fA}$

$\Rightarrow \quad 5(0{,}6) = 0{,}64\, v_{fA} + 0{,}36 \cdot v_{fA}$

$$\therefore \quad v_{fA} = \frac{5(0{,}6)}{0{,}64+0{,}36} = 3 \text{ m/s}$$

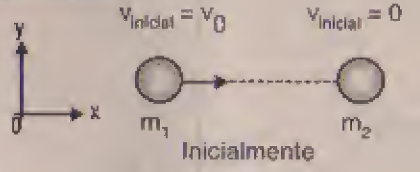
En consecuencia: $\quad v_{fN} = \dfrac{(3)(0{,}8)}{0{,}6} = 4$ m/s

46. Un bloque de masa m_1 se mueve hacia el este sobre una mesa, con una veloci[illegible] v_0 hacia el bloque de masa m_2, que se encuentra en reposo. Después del choque [illegible] primer bloque se mueve al sur con una velocidad v. a) Demuestre que

$$v \leq \sqrt{\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}}\ v_0$$

(*Sugerencia*: Suponga $K_{después} \leq K_{antes}$). b) ¿Qué le dice esta expresión para v [illegible] ca de m_1 y m_2?

Resolución :



Por demostrar: $v \leq \sqrt{\dfrac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}}\ . v_0$

Entonces sabemos: $\vec{P}_{inicial\ x} = \vec{P}_{final\ x}$

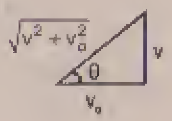
$$\Rightarrow \quad m_1 v_0 = -m_1 v + m_2 v_2 . \cos\theta \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{m_1 v_0 + m_1 v}{m_2 \cos\theta} \quad ...(1)$$

Así también: $\vec{P}_{inicial\ y} = \vec{P}_{final\ y}$

$$\Rightarrow \quad 0 = -m_1 v + m_2 . v_2 \operatorname{sen}\theta \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{m_1 v}{m_2 \cos\theta} \quad ...(2)$$

Igualando (1) = (2)

$$\Rightarrow \quad \frac{m_1 v_0}{m_2 \cos\theta} = \frac{m_1 v}{m_2 \operatorname{sen}\theta}$$



$$\therefore \quad \tan\theta = \frac{v}{v_0}$$

luego: $v_2 = \dfrac{m_1 v_0}{m_2 \cos\theta} = \dfrac{m_1 v_0}{m_2 v_0} . \sqrt{v^2 + v_0^2} \qquad \therefore \quad v_2 = \dfrac{m_1}{m_2}\sqrt{v^2 + v_0^2}$

Por hipótesis: $E_{K\ inicial} \geq E_{K\ final}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m_1 v_0^2 \ \geq\ \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 \left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2 (v^2 + v_0^2)$$

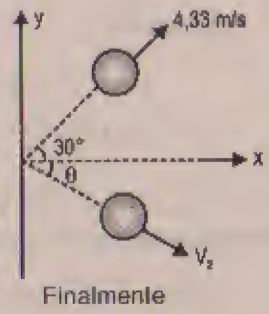
$$\Rightarrow \quad v_0^2 \geq v^2 + \frac{m_1}{m_2}(v^2 + v_0^2) \quad \Rightarrow \quad m_2 v^2 + m_1 v^2 + m_1 v_0^2 \leq m_2 v_0^2$$

$$\Rightarrow \quad v^2 (m_1 + m_2) \leq (m_2 - m_1) v_0^2$$

$$\therefore \quad v \leq \sqrt{\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}}\ v_0 \qquad \text{l.q.q.d}$$

47. Una bola de billar que se mueve a 5,00 m/s golpea una bola estacionaria de la misma masa. Después del choque, la primera bola se mueve a 4,33 m/s y un ángulo de 30,0° respecto de la línea original de movimiento. Suponiendo un choque elástico (e ignorando la fricción y el movimiento rotacional), encuentre la velocidad de la bola golpeada.

Resolución :



$$\vec{P}_{inicial\ x} = \vec{P}_{final\ x}$$

$$\Rightarrow \quad m.5 + 0 = 4{,}33\ m \cos 30° + v_2\ m\cos\theta$$

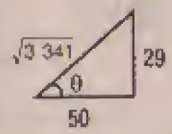
$$\Rightarrow \quad 5 - 4{,}33\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = v_2 . \cos\theta \quad ...(1)$$

Por otro lado: $\vec{P}_{inicial\ y} = \vec{P}_{final\ y}$

$$\Rightarrow \quad 0 = 4{,}33 \operatorname{sen}30° - v_2 \operatorname{sen}\theta$$

$$\Rightarrow \quad 4{,}33\left(\frac{1}{2}\right) = v_2 \operatorname{sen}\theta \quad ...(2)$$

Entonces: (2) ÷ (1)



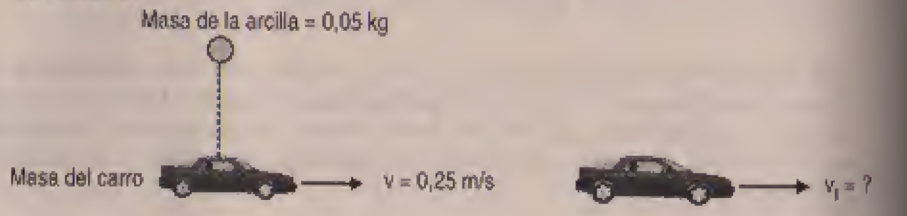
resulta que: $\tan\theta = 0{,}58$

En consecuencia: $\dfrac{1{,}25}{\cos\theta} = v_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = \left(\dfrac{1{,}25}{50}\right)\left(\sqrt{3\ 341}\right)$

$$\therefore \quad v_2 = 1{,}445 \text{ m/s}$$

48. Un carro de 200 g se mueve sobre una superficie horizontal sin fricción con una velocidad constante de 25,0 cm/s. Un pedazo de arcilla para moldear de 50,0 g se deja caer verticalmente sobre el carro. a) Si la arcilla se adhiere al carro, encuentre la velocidad final del sistema. b) Después del choque la arcilla no tiene momento en la dirección vertical. ¿Esto significa una violación a la ley de la conservación del momento?

Resolución :



Inicialmente   Finalmente

Parte (a)

$$\vec{P}_{\text{inicial } x} = \vec{P}_{\text{final } x}$$

$$\Rightarrow \quad (0,2)(0,25) = (0,2 + 0,05)\, v_f$$

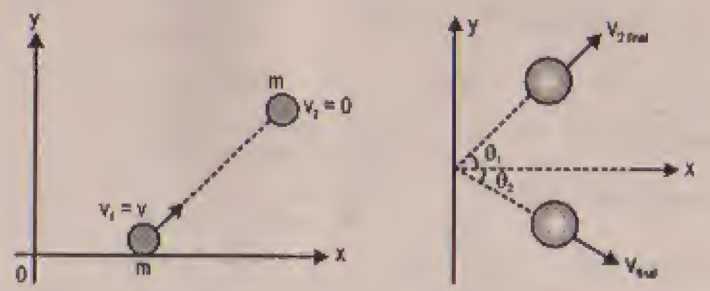
$$\therefore \quad \vec{V}_{\text{final del sistema}} = 0,2\,\hat{i} \text{ m/s}$$

Parte (b)

Inicialmente el sistema (carro + arcilla) no tiene *momentum* lineal en el eje y, entonces $\vec{P}_{\text{inicial } y} = 0$. Esto significa que para que haya conservación de la cantidad de movimiento, $\vec{P}_{\text{final } y} = 0$ lo cual se cumple ya que $v_{f\,\text{sistema}}$ es horizontal en x.

49. Una partícula de masa *m*, que se mueve con velocidad v, choca de manera oblicua con una partícula idéntica que está en reposo. Demuestre que si el choque es elástico las dos partículas se mueven a 90° una respecto de la otra después del choque. (*Sugerencia*: $(\vec{A}+\vec{B})^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta$).

Resolución :



Inicialmente   Finalmente

Como es un choque elástico se cumple lo siguiente:

$$\vec{P}_{\text{inicial}} = \vec{P}_{\text{final}}$$

$$\Rightarrow \quad m\,v = m\,v_1 + m\,v_2$$

$$\Rightarrow \quad v = v_1 + v_2 \qquad \ldots (1)$$

Por otro lado: $\qquad E_{K\,\text{inicial}} = E_{K\,\text{final}}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m\,v^2 = \frac{1}{2} m\,v_1^{\,2} + \frac{1}{2} m\,v_2^{\,2}$$

$$\Rightarrow \quad v^2 = v_1^{\,2} + v_2^{\,2} \qquad \ldots (2)$$

Además sabemos que:

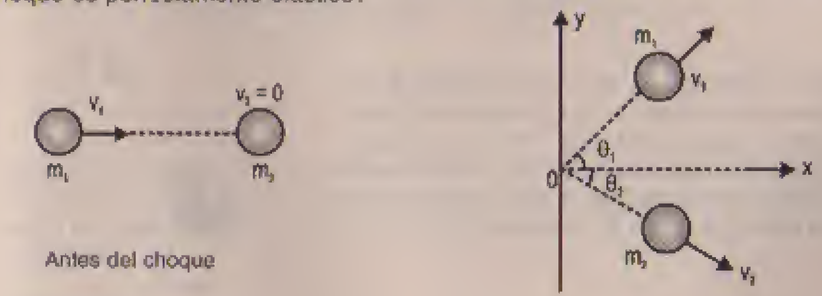
$$P_{\text{final}}^2 = (mv_1)^2 + (mv_2)^2 + 2(mv_1)(mv_2)\cos 90°$$

$$\Rightarrow \quad v^2 = v_1^{\,2} + v_2^{\,2} \ \text{ ya que (2) se cumple}$$

50. Una masa m_1 que tiene una velocidad inicial $\mathbf{v}_1$ choca con una masa estacionaria m_2. Después del choque m_1 y m_2 se desvían, como se indica en la figura P9.50. La velocidad de m_1 después del choque es $\mathbf{v'}_1$. Demuestre que

$$\tan\theta_2 = \frac{v'_1 \operatorname{sen}\theta_1}{v_1 - v'_1\cos\theta_2}$$

De la información dada y del resultado que usted dedujo, ¿se puede suponer que el choque es perfectamente elástico?



Antes del choque

Después del choque

Figura P9.50

Resolución :

Por demostrar: $\qquad \boxed{\tan\theta_2 = \dfrac{v'_1 \operatorname{sen}\theta_1}{v_1 - v_1\cos\theta_2}}$

Sabemos que: $\vec{P}_{\text{inicial } x} = \vec{P}_{\text{final } x}$

$$\Rightarrow \quad m_1v_1 = m_1v_1\cos\theta_1 + m_2v_2\cos\theta_2$$

$$\Rightarrow \quad m_1v_1(1-\cos\theta_1) = m_2v_2\cos\theta_2 \qquad \text{... (1)}$$

Por otro lado: $\vec{P}_{\text{final } y} = \vec{P}_{\text{inicial } y}$

$$\Rightarrow \quad 0 = m_1v'_1\,\text{sen}\theta_1 - m_2v_2\,\text{sen}\theta_2$$

$$\Rightarrow \quad m_1v_1\,\text{sen}\theta_1 = m_2v_2\,\text{sen}\theta_2 \qquad \text{... (2)}$$

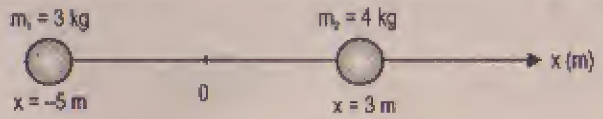
Luego: dividimos: (2) ÷ (1)

$$\therefore \quad \tan\theta_2 = \frac{v'_1\,\text{sen}\,\theta_1}{v_1 - v_1\cos\theta_1} \qquad \text{l.q.q.d.}$$

EL CENTRO DE MASA

51. Una partícula de 3,00 kg se localiza sobre el eje *x* en *x* = –5,00 m, y una partícula de 4,00 kg está sobre el eje *x* en x = 3,00 m. Encuentre el centro de masa de este sistema de dos partículas.

Resolución :



$$x_{CM} = \frac{3(-5)+4(3)}{7} = \frac{-3}{7} = -0{,}4285 \text{ m}$$

52. Una molécula de agua se compone de un átomo de oxígeno con dos átomos de hidrógeno unidos a ella (Fig. P9.52). El ángulo entre los dos enlaces es de 106°. Si cada enlace tiene 0,100 nm de largo, ¿dónde está el centro de masa de la molécula?

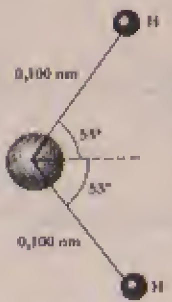


Figura P9.52

Resolución :

$$x_{CM} = \frac{m(0,1)\cos 53° + m(0,1)\cos 53°}{2m} = \frac{1}{2}(2)\left(\frac{3}{5}\right) = 0{,}6 \text{ nm}$$

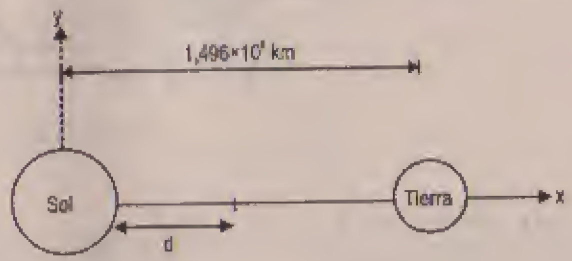
$$\Rightarrow \quad \vec{x}_{CM} = 0{,}6\,\hat{i} \text{ nm}$$

$$y_{CM} = \frac{m(0,1)\,\text{sen}53° - m(0,1)\,\text{sen}53°}{2m} = 0$$

$$\therefore \quad r_{CM} = 0{,}6 \text{ nm}$$

53. La masa del Sol equivale a 329 390 masas de la Tierra, y la distancia media del centro del Sol al centro de la tierra es igual a $1{,}496 \times 10^8$ km. Si se considera a la Tierra y al Sol como partículas, con cada masa concentrada en su respectivo centro geométrico, ¿a qué distancia del centro del Sol está el centro de masa del sistema Tierra–Sol? Compare esta distancia con el radio medio del Sol ($6{,}960 \times 10^5$ km).

Resolución :



Masa del Sol = 329 390 M_{Tierra}

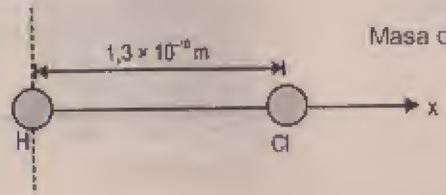
$$x_{CM} = \frac{(M_{Sol})(d) + (M_{Tierra})(1{,}496\times10^8 - d)}{M_{Sol} + M_{Tierra}}$$

$$\Rightarrow \quad x_{CM} = \frac{0 + M_{Tierra}\,(1{,}496\times10^8)}{M_{Tierra}\,(329\ 391)} = \frac{1{,}496\times10^8}{3{,}29391\times10^5}$$

$$\therefore \quad x_{CM} = 454{,}17 \text{ km}$$

54. La separación entre los átomos de hidrógeno y cloro de la molécula de HCl es de casi $1{,}30 \times 10^{-10}$ m. Determine la posición del centro de masa de la molécula cuando se mide desde el átomo de hidrógeno. (El cloro es 35 veces más masivo que el hidrógeno.)

Resolución :



Masa del cloro = 35 masa del hidrógeno

$$x_{CM}=\frac{0+M_{cloro}\left(1{,}3\times10^{-10}\right)}{M_{cloro}+M_{hidrógeno}}\;\Rightarrow\;x_{CM}=\frac{35\,.\,M_{hidrógeno}\left(1{,}3\times10^{-10}\right)}{35\,M_{hidrógeno}+M_{hidrógeno}}$$

$$\therefore\quad x_{CM}=\left(\frac{35}{36}\right)\left(1{,}3\times10^{-10}\right)=1{,}264\times10^{-10}\text{ m}$$

55. La figura P9.55 muestra tres objetos uniformes –barra, triángulo rectángulo y cuadrado– con sus masas dadas junto con sus coordenadas. Determine el centro de masa para este sistema de tres objetos.

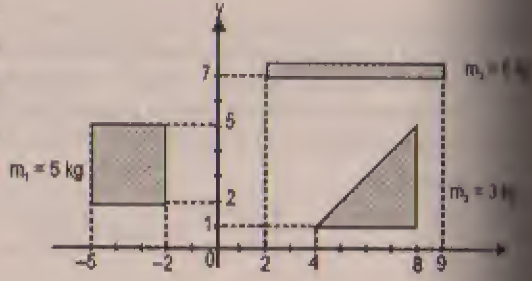


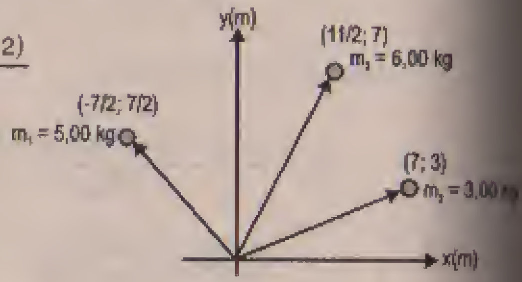
Figura P9.55

Resolución :

Luego: $\vec{r}_{CM}=\vec{x}_{CM}\,\hat{i}+\vec{y}_{CM}\,\hat{j}$

$$\Rightarrow\quad x_{CM}=\frac{5(-7/2)+3(7)+6(11/2)}{5+6+3}$$

$\therefore\quad x_{CM}=2{,}607$ m



Así también:

$$y_{CM}=\frac{5(7/2)+3(3)+6(7)}{5+6+3}$$

$\therefore\quad y_{CM}=4{,}893$ m

por lo tanto: $\vec{r}_{CM}=(2{,}607\;;\;4{,}893)$ m

56. Un agujero circular de diámetro *a* se corta en una placa metálica cuadrada uniforme que tiene lados iguales a 2a, como en la figura P9.56, ¿dónde está el centro de masa de la porción restante?

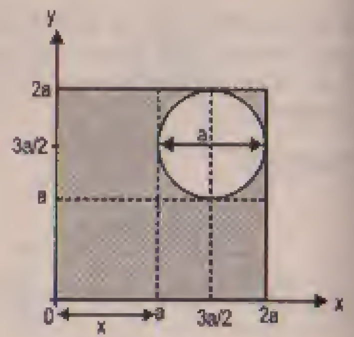


Figura P9.56

Resolución :

Sabemos que: $\dfrac{M}{A}=\rho\quad\Rightarrow\quad M=\left[(2a)^2-\pi.\dfrac{a^2}{4}\right]\rho$

$\therefore\quad M=a^2\rho\,[4-\pi/4]$

$$\Rightarrow\quad x_{CM}=\frac{2a\rho\int_0^a x\,dx+a\rho\int_a^{2a}x\,dx+a\rho\int_a^{2a}x\,dx-\rho\pi\dfrac{a^2}{4}}{a^2\rho\left[4-\dfrac{\pi}{4}\right]}$$

$$\Rightarrow\quad x_{CM}=\frac{a^3\rho+4a^3\rho-a^3\rho-\rho\pi\dfrac{a^2}{4}}{a^2\rho\left[4-\dfrac{\pi}{4}\right]}$$

$$\therefore\quad x_{CM}=\frac{16a-\pi}{16-\pi}$$

Por otro lado: $$y_{CM}=\frac{2\rho a\int_0^a y\,dy+a\rho\int_a^{2a}y\,dy+a\rho\int_a^{2a}y\,dy-\rho\,\pi\dfrac{a^2}{4}}{a^2\rho\left[4-\dfrac{\pi}{4}\right]}$$

$$\therefore\quad y_{CM}=\frac{16a-\pi}{16-\pi}$$

57. Una pieza uniforme de lámina de acero tiene la forma mostrada en la figura P9.57. Calcule las coordenadas *x* e *y* del centro de masa de la pieza.

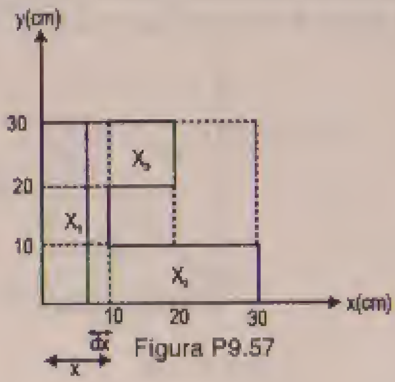


Figura P9.57

Resolución :

Sabemos que: $\rho=\dfrac{M}{A}\quad\Rightarrow\quad dM=\rho.dA$

Entonces: $$x_{CM} = \frac{\rho(30)\int_0^{10} x\,dx + \rho(10)\int_{10}^{20} x\,dx + \rho(10)\int_{10}^{30} x\,dx}{M_{total}}$$

$$\Rightarrow \quad x_{CM} = \frac{30\rho.\frac{x^2}{2}\Big|_0^{10} + 10\rho.\frac{x^2}{2}\Big|_{10}^{20} + 10\rho.\frac{x^2}{2}\Big|_{10}^{30}}{\rho\left[(30)^2 - \left((10)^2 + 10\times 20\right)\right]}$$

Luego: $$x_{CM} = \frac{15\rho(10)^2 + 5\rho(400-100) + 5\rho(900-100)}{\rho(600)}$$

$$\therefore \quad x_{CM} = \frac{1500+1500+4\,000}{600} = 11{,}67 \text{ cm}$$

de manera similar obtenemos: $y_{CM} = 13{,}33$ cm

MOVIMIENTO DE UN SISTEMA DE PARTÍCULAS

58. Un bloque de masa $m = 2{,}0$ kg se coloca sobre la parte superior de un plano inclinado de masa $M = 8{,}0$ kg, altura $h = 2{,}0$ m y longitud de la base $L = 6{,}0$ m. Si el bloque se suelta desde el reposo (Fig. P9.58a), ¿qué distancia se ha movido el plano cuando el bloque alcanza la parte inferior (Fig. P9.58b)? Suponga que todas las superficies son sin fricción. (*Sugerencia*: La coordenada *x* para el centro de masa del sistema bloque–plano inclinado es fija [¿por qué?] Vea el ejemplo 9.18 para determinar el centro de masa del plano inclinado.)

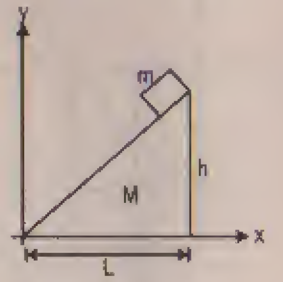


Figura P9.58a

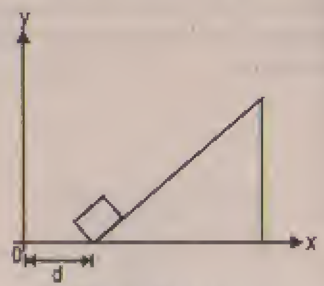


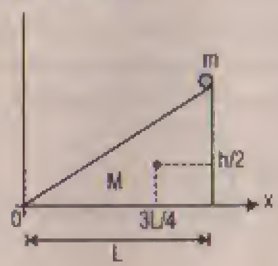
Figura P9.58b

Resolución :

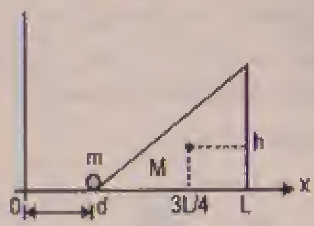
h = 2,0 m ; L = 6,0 m

m = 2,00 kg ; M = 8,00 kg

Inicialmente:



Finalmente:



Entonces: $x_{CM_{inicial}} = x_{CM_{final}}$

Luego: $$x_{CM\,inicial} = \frac{mL + \frac{3L}{4}M}{M+m} = \frac{2(6)+36}{10} = 4{,}8 \text{ m}$$

$$x_{CM\,final} = \frac{md + \left(\frac{3L}{4} + d\right)M}{M+m} = \frac{2d+36+8d}{10}$$

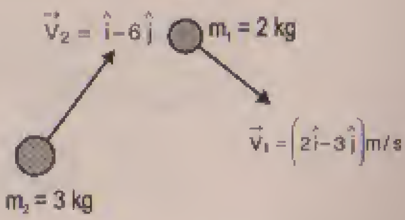
$$\Rightarrow \quad 4{,}8 = \frac{10d+36}{10} \quad \Rightarrow \quad 48 = 10d + 36$$

$$\therefore \quad 10d = 12 \quad \Rightarrow \quad d = 1{,}2 \text{ m}$$

59. Una partícula de 2,0 kg tiene una velocidad $(2{,}0\hat{i} - 3{,}0\hat{j})$ m/s y una partícula de 3,0 kg tiene una velocidad $(1{,}0\hat{i} + 6{,}0\hat{j})$ m/s. Encuentre a) la velocidad del centro de masa, y b) el momento total del sistema.

Resolución :

Parte (a)



$$\vec{V}_{CM} = \frac{3\left(1\hat{i}+6\hat{j}\right)+2\left(2\hat{i}-3\hat{j}\right)}{5} = \frac{7\hat{i}+12\hat{j}}{5}$$

$$\therefore \quad \vec{V}_{CM} = \left(\frac{7}{5}\hat{i} + \frac{12}{5}\hat{j}\right) \text{m/s}$$

$$\Rightarrow \quad |v_{CM}| = 2{,}778 \text{ m/s}$$

Parte (b)

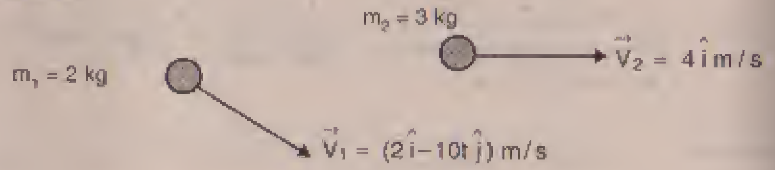
El momento total será: $P = M_{total} \cdot |v_{CM}|$

$$\Rightarrow \quad P = 5(2{,}778) = 13{,}89 \text{ kg.m/s}$$

$$ó \quad \vec{P} = \left(7\hat{i} + 12\hat{j}\right) \text{kg.m/s}$$

60. Una partícula de 2,0 kg tiene una velocidad de $v_1 = (2{,}0\hat{i} - 10t\hat{j})$ m/s, donde t está en segundos. Una partícula de 3,0 kg se mueve con una velocidad constante de $v_2 = 4{,}0\hat{i}$ m/s. En $t = 0{,}50$ s, encuentre a) la velocidad del centro de masa, b) la aceleración del centro de masa, y c) el momento total del sistema.

Resolución :



$$v_1(t) = v_1(0{,}5) = 2\hat{i} - 10\left(\frac{1}{2}\right)\hat{j} = (2\hat{i} - 5\hat{j})\ \text{m/s}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{V}_{CM} = \frac{2\left(2\hat{i}-5\hat{j}\right)+3\left(4\hat{i}\right)}{5} \qquad \therefore \quad \vec{V}_{CM} = \left(\frac{16}{5}\hat{i}-10\hat{j}\right)\text{m/s}$$

Parte (b)

Sabemos que: $\vec{V}_{CM}$ para cualquier instante de tiempo es:

$$\vec{V}_{CM}(t) = \frac{6\hat{i}-10\hat{j}}{5} = \left(\frac{6}{5}\hat{i}-2\hat{j}.t\right)\text{m/s}$$

$$\Rightarrow \quad \hat{a}_{CM}(t) = -2\hat{j}\ \text{m/s}^2\ \text{constante}$$

Parte (c)

El momento total del sistema es:

$$\vec{P}_{total}(t) = M_{total} \cdot \vec{V}_{CM}(t)$$

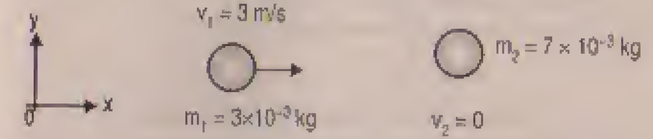
$$\Rightarrow \quad \vec{P}_{total}(0{,}5) = M_{total} \cdot \vec{V}_{CM}(0{,}5) = 5\ \text{kg}\left(\frac{16}{5}\hat{i}-10\hat{j}\right)\text{m/s}$$

$$\therefore \quad \vec{P}_{total} = (16\hat{i} - 50\hat{j})\ \text{kg.m/s}$$

61. Una partícula de 3,00 g se mueve a 3,00 m/s hacia una partícula estacionaria de 7,00 g. a) ¿Con qué velocidad se aproxima cada una al centro de masa? b) ¿Cuál es el momento de cada partícula, con respecto del centro de masa?

61A. Una partícula de masa m_1 se mueve a una velocidad v_1 hacia una partícula estacionaria de masa m_2. a) ¿Con qué velocidad se aproxima cada una al centro de masa? b) ¿Cuál es el momento de cada partícula, respecto del centro de masa?

Resolución :



Parte (a) $$v_{CM} = \frac{3\left(3\times10^{-3}\right)+0}{(3+7)\times10^{-3}} = \frac{9}{10} = 0{,}9\ \text{m/s}$$

Parte (b) $$\vec{P}_{1/CM} = \vec{P}_{1/0} + \vec{P}_{0/CM} = \vec{P}_{1/0} - \vec{P}_{CM/0}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{P}_{1/CM} = 3(3\times10^{-3}) - 10\times(10)^{-3}(0{,}9)$$

$$\therefore \quad P_{1/CM} = 0{,}00\ \text{kg.m/s}$$

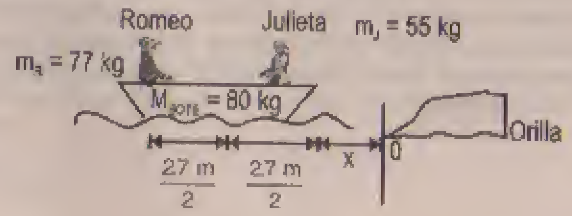
Por otro lado: $$\vec{P}_{2/CM} = \vec{P}_{2/0} + \vec{P}_{0/CM} = \vec{P}_{2/0} - \vec{P}_{CM/0}$$

$$\Rightarrow \quad P_{2/CM} = 0 - (10\times10^{-3})(0{,}9) = -0{,}09\ \text{kg.m/s}$$

62. Romeo entretiene a Julieta tocando su guitarra en la parte trasera de su bote en agua tranquila. Después de la serenata, Julieta se mueve delicadamente hacia la parte posterior del bote (alejándose de la orilla) para besar la mejilla de Romeo. Si el bote de 80 kg apunta hacia la playa y si Julieta de 55 kg se mueve 2,7 *m* hacia Romeo de 77 kg, ¿cuánto se mueve el bote hacia la orilla?

62A. Romeo entretiene a Julieta tocando su guitarra en la parte trasera de su bote en agua tranquila. Después de la serenata, Julieta se mueve delicadamente hacia la parte posterior del bote (alejándose de la orilla) para besar la mejilla de Romeo. Si el bote (masa m_B) apunta hacia la playa y si Julieta (masa m_J) se mueve una distancia d hacia Romeo (masa m_R), ¿cuánto se mueve el bote hacia la orilla?

Resolución :



$$x_{CM\ Sistema\ Final} = \frac{M_{Romeo}(2{,}7+x)+M_{bote}\left(\frac{2{,}7}{3}+x\right)+M_{Julieta}(x)}{M_{Julieta}+M_{Romeo}+M_{bote}}$$

$$\Rightarrow \quad x_{CM(sistema)\ final} = \frac{77(2,7+x)+80\left(\frac{2,7}{2}+x\right)+55(x)}{212}$$

Por otro lado: $$x_{CM\ final} = \frac{M_{Romeo}(2,7)+M_{bote}\left(\frac{2,7}{2}\right)+M_{Julieta}(2,7)}{M_{Romeo}+M_{Julieta}+M_{bote}}$$

$$\Rightarrow \quad x_{CM\ final} = \frac{132(2,7)+80\left(\frac{2,7}{2}\right)}{212} = 2,19\ m$$

Pero sabemos: $x_{CM\ inicial} = x_{CM\ final}$

$$\Rightarrow \quad 2,19 = \frac{315,9+212x}{212}$$

$$\Rightarrow \quad 464,28 = 315,9 + 212\ x \qquad \therefore \quad x = 0,699\ m$$

PROPULSIÓN DE COHETES

63. Un motor de cohete consume 80 kg de combustible por segundo. Si la velocidad de los gases de escape es de $2,5 \times 10^3$ m/s, calcule el empuje del cohete.

Resolución:

Por definición: $E = \left|v_e \cdot \frac{dM}{dt}\right| \Rightarrow E = \left|(2.5\times10^3)\left(80\frac{Kg}{s}\right)\right|$

$\therefore$ Empuje $= 2 \times 10^5$ kg . m/s² $= 2 \times 10^5$ N

64. La primera etapa del vehículo espacial Saturno V consume combustible a razón de $1,5 \times 10^4$ kg/s, con una velocidad de los gases de escape de $2,6 \times 10^3$ m/s. a) Calcule el empuje producido por estos motores. b) Encuentre la aceleración inicial del vehículo sobre la plataforma de lanzamiento si su masa inicial es de $3,0 \times 10^6$ kg. [*Sugerencia*: Debe ser incluida la fuerza de la gravedad para resolver el inciso b).]

Resolución:

Parte (a)

Por dato $v_e = 2,6 \times 10^3$ m/s $\qquad \frac{dM}{dt} = 1,5 \times 10^4$ kg/s

$\Rightarrow$ Empuje $= |(2,6 \times 10^3) \times (1,5 \times 10^4)|$

$\therefore$ Empuje $= 39 \times 10^6$ N

Parte (b) Por dato: $M_{inicial} = 3,0 \times 10^6$ kg

$\Rightarrow \quad \Sigma F = M_{inicial} \cdot a_{inicial}$

$\Rightarrow \quad$ Empuje $- F_{gravedad} = M_{inicial} \cdot a_{inicial}$

$\Rightarrow \quad 39 \times 10^6 - 3,10^6\ (9,81) = (3,0 \times 10^6)(a_{inicial})$

$\therefore \quad a_{inicial} = 0,19$ m/s²

65. Un cohete de 3 000 kg tiene 4 000 kg de combustible a bordo. El cohete se desplaza por el espacio a 100,0 m/s y necesita aumentar su velocidad hasta 300,0 m/s. Logra esto al encender sus motores y expulsando combustible a una velocidad deseada. ¿Qué cantidad de combustible queda a bordo después de esta maniobra?

Resolución:

$M_{total\ del\ cohete} = 7\ 000$ kg ; $\qquad M_{combustible\ final} = ?$

$V_{inicial} = 100$ m/s ; $\qquad v_e = 650$ m/s ; $\qquad v_{final} = 300$ m/s

Entonces:

Sabemos que: $v_f - v_{inicial} = v_e \ln\left(\frac{M_{inicial}}{M_{final}}\right)$

$$\Rightarrow \quad (300-100) = 650 \ln\left(\frac{7\times10^3}{M_{final}}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \exp(0,31) = \frac{7\times10^3}{M_{final}} \qquad \therefore \quad M_{final} = \frac{7\ 000}{e^{(0,31)}}\ kg$$

66. Un cohete que se va a usar en las profundidades del espacio tendrá la capacidad de mover una carga (más la estructura del cohete y el motor) de 3,0 tons métricas hasta una velocidad de 10 000 m/s con un motor y combustible diseñado para producir una velocidad de los gases de escape de 2 000 m/s. a) ¿Qué cantidad de combustible más oxidante se requiere? b) Si un combustible y diseño de motor diferentes podrían dar una velocidad a los gases de escape de 5 000 m/s, qué cantidad de combustible y oxidante se requeriría para la misma tarea?

Resolución:

$M_{inicial\ (total)} = 3 \times 10^3$ kg ; $\qquad v_f = 10^4$ m/s

$v_e = 2 \times 10^3$ m/s ; $\qquad v_i = 0$

Parte (a)

$$v_f - v_i = v_e \cdot \ln\left(\frac{M_{inicial}}{M_{final}}\right) \qquad \Rightarrow \qquad 10^4 - 0 = 2 \times 10^3 \ln\left(\frac{3\times10^3}{M_f}\right)$$

$$\Rightarrow \quad e^5 = \frac{3\,000}{M_f} \qquad \therefore \quad M_{final} = \frac{3\,000}{\exp(5)}\ kg$$

Parte (b)

Si $v_e = 5\,000$ m/s

$$\Rightarrow \quad 10^4 = 5 \times 10^3 \ln\left(\frac{3\times10^3}{M_f}\right)$$

$$\Rightarrow \quad e^2 = \frac{3\,000}{M_f} \qquad \therefore \quad M_{final} = \frac{3\,000}{\exp(2)}\ kg$$

67. El combustible a bordo de un cohete tiene una densidad de $1{,}4 \times 10^3$ kg/m³ y se expulsa con una velocidad de $3{,}0 \times 10^3$ m/s. Si el motor va a brindar un empuje de $2{,}5 \times 10^6$ N, ¿qué volumen de combustible debe quemarse por segundo?

67.A. El combustible a bordo de un cohete tiene una densidad ρ y se expulsa con una velocidad v. Si el motor brinda un empuje F, ¿Qué volumen de combustible debe quemarse por segundo?

Resolución :

Datos: $v_e = 3{,}0 \times 10^3$ m/s ; $\rho = \frac{M}{V} = 1{,}4 \times 10^3$ kg/m³

$E = 2{,}5 \times 10^6$ N ; $v = ?$

Sabemos que: $E = 2{,}5 \times 10^6 = \left| v_e \times \frac{dM}{dt} \right|$

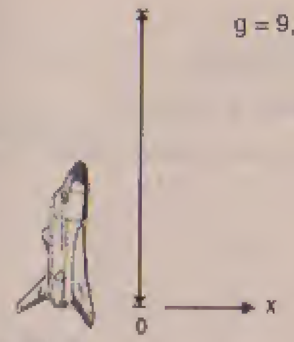
$$\Rightarrow \quad \frac{dM}{dt} = \frac{2{,}5\times10^6}{3{,}0\times10^3} = 0{,}83\times10^3\ \frac{kg}{s}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{V}{s} = \frac{M}{s}\cdot\rho = \left(0{,}83\times10^3\ \frac{kg}{s}\right)\left(\frac{1m^3}{1{,}4\times10^3\ kg}\right)$$

$$\therefore \quad \frac{V}{s} = 0{,}593\ m^3/s$$

68. Un cohete con una masa inicial M_i se lanza verticalmente desde la superficie terrestre. Cuando el combustible de despegue se ha quemado completamente, el cohete ha alcanzado una altitud pequeña comparada con el radio de la Tierra (por lo que la intensidad del campo gravitacional puede considerarse constante durante el quemado). Demuestre que la velocidad final es $v = -v_e \ln(M_i/M_f) - gt$, donde el tiempo de quemado t_1 es $t_1 = (M_i - M_f)(dm/dt)^{-1}$. ($M_f$ es la masa total final del cohete, v_e es la velocidad del gas de escape, y *dm/dt* es la tasa constante de consumo de combustible).

Resolución :



por demostrar:

$$v_f = -v_e \ln\left[\frac{M_i}{M_f}\right] - gt$$

Dato: masa inicial = M_i

masa total = M_f

v_e = velocidad del gas de escape

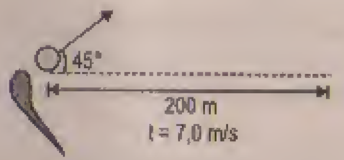
Ejercicio

PROBLEMAS ADICIONALES

69. Una bola de golf (m = 46 g) es golpeada de manera que sale disparada con un ángulo de 45° con la horizontal. El tiro alcanza 200 m sobre una pista plana. Si el palo de golf y la bola están en contacto durante 7,0 ms, ¿cuál es la fuerza promedio del impacto? (Ignore la resistencia del aire.)

Resolución :

$m = 46 \times 10^{-3}$ kg



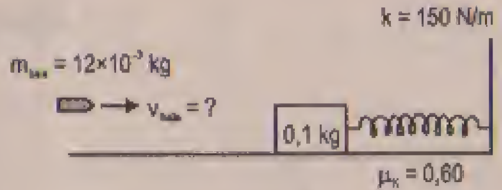
Sabemos: $F_{promedio} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$

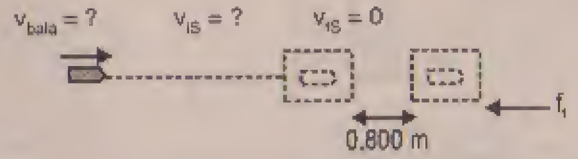
Por otro lado: $v\cos45° \times t = 200 \;\Rightarrow\; v = \frac{200}{\sqrt{2}\times(7)}(2) \qquad \therefore\; v = 40{,}4\ \frac{m^2}{ms}$

Entonces: $$F_{promedio} = \frac{(4{,}6\times10^{-3})\times(40{,}4)}{7{,}0\ ms} = 0{,}265\ kg\ .\ m/(ms)^2$$

70. Una bala de 12,0 g se dispara horizontalmente contra un bloque de madera de 100 g que está en reposo sobre una superficie horizontal rugosa, conectada a un resorte sin masa de constante 150 N/m. Si el sistema bala-bloque comprime el resorte 0,800 m, ¿cuál era la velocidad de la bala justo al entrar al bloque? Suponga que el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie es 0,60.

Resolución :





antes de que el bloque se empiece a comprimir, se conserva la cantidad de mov miento entonces:

$$P_{inicial} = P_{final}$$

$$\Rightarrow \quad m_{bala} \cdot v_{bala} = (m_{bala} + m_{bloque})\, v_{inicial\ del\ sistema}$$

$$\therefore \quad v_{sistema} = 12 \times 10^{-3} \,.\, v_{bala} / 0{,}112 \quad \ldots (1)$$

Por otro lado: $\quad W_{fricción} = \Delta E_M$

$$\Rightarrow \quad -f_r\,(0{,}800) = E_{Kf} - E_{Ki} = -\frac{1}{2}\, M_{total}\, v^2_{i\ sistema} + \frac{1}{2} k(\Delta x)^2$$

$$\Rightarrow \quad -\mu_k\,(0{,}800)(0{,}112)(9{,}81) = +\frac{1}{2}\,(150)(0{,}800)^2 - \frac{1}{2}(0{,}112)\, v^2_{sistema}$$

$$\Rightarrow \quad +(0{,}6)(0{,}800)(0{,}112)(9{,}81) + \frac{1}{2}(150)(0{,}800)^2 = \frac{1}{2}(0{,}112) v^2_{iS}$$

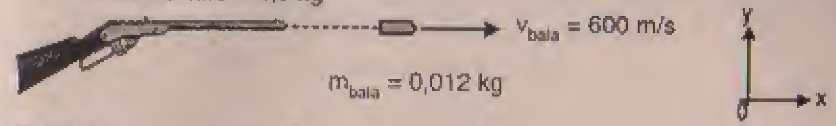
$$\therefore \quad v_{inicial\ sistema} = 29{,}44 \text{ m/s}$$

Luego: $\quad v_{bala} = \dfrac{(29{,}44)(0{,}112)}{0{,}012} = 274{,}75$ m/s

71. Un rifle de caza calibre 30–06 dispara una bala de 0,012 kg con una velocidad orificio de 600 m/s hacia la derecha. El rifle tiene una masa de 4,0 kg. a) ¿Cuál e velocidad de retroceso del rifle cuando sale la bala? b) Si el rifle es detenido por hombro del cazador en una distancia de 2,5 cm, ¿cuál es la fuerza promedio ejer da sobre el hombro por el rifle? C) Si el hombro del cazador está parcialme restringido al retroceder, ¿la fuerza ejercida sobre el hombro sería la misma que el inciso b)? Explique.

Resolución :

Masa del rifle = 4,0 kg



Parte (a) $\quad P_{inicial} = P_{final}$

$$\Rightarrow \quad 0 = (0{,}012)(600) + v_R(4)$$

$$\therefore \quad \vec{V}_{retroceso} = -1{,}8\,\hat{i} \text{ m/s}$$

Parte (b)

Sabemos que: $\quad v_f^2 = v_i^2 + 2ad \quad \Rightarrow \quad a = \dfrac{v_f^2 - v_i^2}{2d}$

Entonces: $\quad F_{prom} = M_{rifle} \cdot a_{prom} = M_{rifle}\left[\dfrac{(-1{,}8)^2}{2(0{,}025)}\right]$

$$\therefore \quad F_{prom} = \frac{4{,}00}{2}\left(\frac{(-1{,}8)^2}{0{,}025}\right) = 259{,}2 \text{ N}$$

Parte (c)

Si sería la misma debido a que son un par de acción y reacción.

72. Una bala de 8,00 g se dispara contra un bloque de 2,50 kg inicialmente en reposo en el borde de una mesa sin fricción de 1,00 m altura (Fig. P9.72). La bala permanece en el bloque y después del impacto éste aterriza a 2,00 m del pie de la mesa. Determine la velocidad inicial de la bala.

72A. Una bala de masa *m* se dispara contra un bloque de masa *M* inicialmente en reposo en el borde de una mesa sin fricción de altura *h* (Fig. P9.72). La bala permanece en el bloque y después del impacto éste aterriza a una distancia *d* del pie de la mesa. Determine la velocidad inicial de la bala.

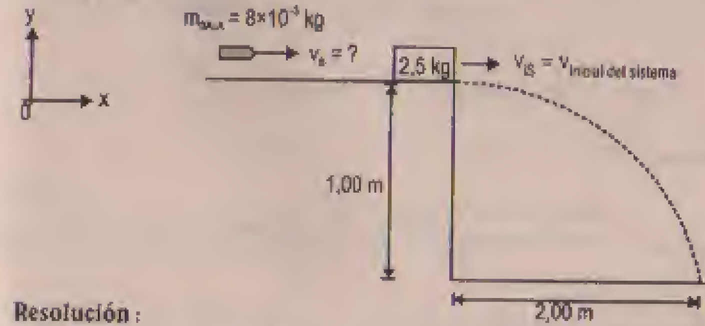


Figura P9.72

Resolución :

Considerar: $g = 9{,}81$ m/s²

Por movimiento de proyectiles: $1{,}00 = v_{iS} \times t + \frac{1}{2}(g)\, t^2$

$$v_{iS} \times t = 2{,}00 \;\Rightarrow\; t = \frac{2{,}00}{v_{iS}}$$

$$\Rightarrow \quad 1{,}00 = v_{iS} \;\; t + \frac{1}{2}(9{,}81)\left(\frac{4}{v_{iS}^{\,2}}\right)$$

$$\therefore \quad v_{\text{inicial del sistema } x} = 6{,}26 \text{ m/s}$$

Por conservación del momento lineal:

$$\vec{P}_{\text{inicial } x} = \vec{P}_{\text{final } x}$$

$$\Rightarrow \quad M_{bala} \cdot \vec{V}_{bala} = (M_{bala} + M_{bloque})\, \vec{V}_{\text{inicial sistema}}$$

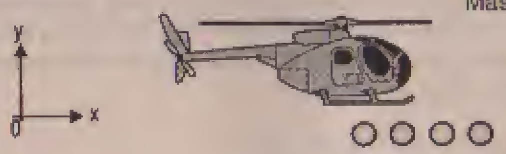
$$\Rightarrow \quad \vec{V}_{bala} = \frac{(M_{bala} + M_{bloque})}{M_{bala}} \times \vec{V}_{iS}$$

$$\therefore \quad v_{bala} = \frac{(0{,}008 + 2{,}5)}{0{,}008} \times 6{,}26 = 1\,962{,}51 \text{ m/s}$$

73. Un helicóptero de ataque está equipado con un cañón de 20 mm que dispara bombas de 130 g con una velocidad de orificio de 800 m/s. El helicóptero completamente cargado tiene una masa de 4 000 kg. Una andanada de 160 bombas se lanza en un periodo de 4,0 s. ¿Cuál es la fuerza promedio resultante sobre el helicóptero y en qué cantidad se reduce su velocidad hacia delante?

Resolución :

Masa del helicóptero = 4 000 kg



$\rightarrow \quad v_{bombas} = 800$ m/s

Masa de las bombas = 13×10^{-2} kg

$$F_{promedio} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \quad F_{promedio} = \frac{160 \times (13 \times 10^{-2})(8 \times 10^{2})}{4{,}0} = 4\,160 \text{ N}$$

Por otro lado: $P_{inicial} = P_{final}$

$$\Rightarrow \quad 0 = M_H\, v_H + n\, m_B\, v_B$$

$$\Rightarrow \quad v_{helicóptero} = \frac{-n\, m_B v_B}{M_H} = \frac{160 \times (13 \times 10^{-2}) \times 8 \times 10^{2}}{4 \times 10^{3}}$$

$$\therefore \quad \vec{V}_H = -41{,}6\,\hat{i} \text{ m/s}$$

74. Un pequeño bloque de masa $m_1 = 0{,}500$ kg se suelta desde el reposo en la parte superior de una cuña curva sin fricción de masa $m_2 = 3.00$ kg, que está sobre una superficie horizontal sin fricción, como muestra la figura P9.74a. Cuando abandona la cuña, la velocidad del bloque es de 4,00 m/s hacia la derecha, como se ve en la figura **P9.74b**. a) ¿Cuál es la velocidad de la cuña después de que el bloque llega a la superficie horizontal? b) ¿Cuál es la altura h de la cuña?

74A. Un pequeño bloque de masa m_1 se suelta desde el reposo en la parte superior de una cuña curva sin fricción de masa m_2, que está sobre una superficie horizontal sin fricción como muestra la figura P9.74a. Cuando abandona la cuña, la velocidad del bloque es de v_1 hacia la derecha, como se ve en la figura P9.74b. a) ¿Cuál es la velocidad de la cuña después de que el bloque llega a la superficie horizontal? b) ¿Cuál es la altura h de la cuña?

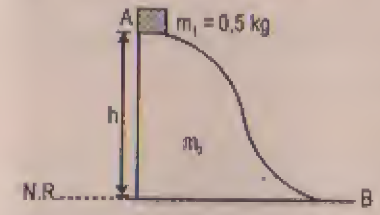


Figura P9.74a

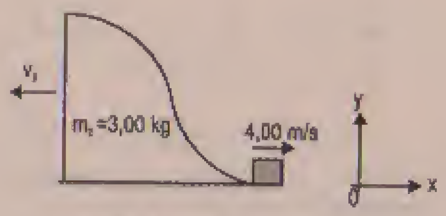


Figura P9.74b

Resolución :

$g = 9{,}81$ m/s²

Parte (a) $\quad P_{inicial} = P_{final}$

$$0 = m_1\, v_1 + m_2\, v_2$$

$$\Rightarrow \quad v_{cuña} = v_2 = -\frac{m_1}{m_2}\, v_1 = -\left(\frac{0{,}5}{3}\right)(4{,}00)$$

$$\therefore \quad \vec{V}_{cuña} = -0{,}67 \text{ m/s}$$

Parte (b)

Por conservación de energía: $\quad E_{MA} = E_{MB}$

$$mgh = \frac{1}{2} m v_1^{\,2} \;\Rightarrow\; h = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{(4)^2}{2(9{,}81)} = 0{,}815 \text{ m}$$

75. Un avión jet se desplaza a 500 mi/h (223 m/s) en un vuelo horizontal. El motor toma aire a razón de 80,0 kg/s y quema combustible a una tasa de 3,00 kg/s. Si los gases de escape se expulsan a 600 m/s respecto de la aeronave, encuentre el empuje del motor jet y los caballos de potencia entregados.

Resolución :

$$v_{e/N} = 600 \text{ m/s} \qquad \frac{dM_i}{dt} = 53{,}00 \text{ kg/s}$$

$$\text{Empuje: } \left| v_e / \frac{dM}{dt} \right|$$

$$\Rightarrow \quad \text{Empuje} = \left| (600 \text{ m/s}) \left(\frac{dM}{dt} \right) \right| \quad \Rightarrow \text{Empuje} = \left| (600 \text{ m/s})(53 \text{ kg/s}) \right|$$

$$\therefore \quad \text{Empuje} = 32 \text{ kN}$$

Por otro lado: $\quad v_f - v_i = v_e \ln\left(\dfrac{M_i}{M_f}\right)$

$$\Rightarrow \quad v_f = 223 + 600 \ln\left(\frac{80}{3}\right)$$

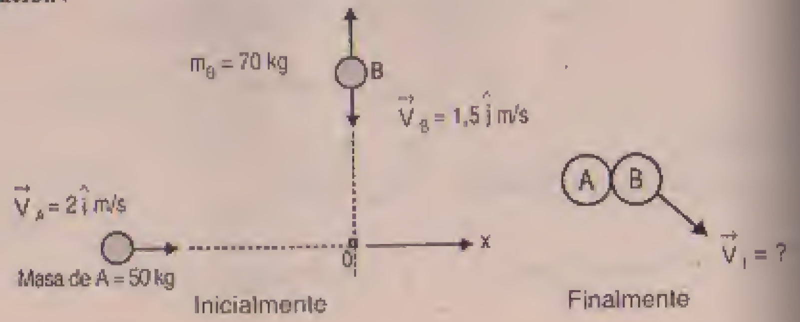
$$\Rightarrow \quad v_f = 223 + 600 \ln(26{,}67)$$

Finalmente:

Potencia = F.v = $32 \times 10^3\,(223 + 600 \ln(26{,}67)) = 7{,}13$ MW

76. Dos patinadores sobre hielo se aproximan uno al otro en ángulos rectos. El patinador A tiene una masa de 50,0 kg y viaja en la dirección $+x$ a 2,00 m/s. El patinador B tiene una masa de 70,0 kg y se mueve en la dirección $+y$ a 1,5 m/s. Chocan y se quedan unidos. Encuentre a) La velocidad final de la pareja, y b) La pérdida de energía cinética debida al choque.

Resolución :



Por choque inelástico: $\quad \vec{P}_{inicial} = \vec{P}_{final}$

$$\Rightarrow \quad (50)(2)\,\hat{i} + 70(1{,}5)\,\hat{j} = (120)\,\vec{V}_f$$

$$\Rightarrow \quad \vec{V}_{final} = (0{,}83\,\hat{i} + 0{,}875\,\hat{j}) \text{ m/s}$$

Luego: $\quad V_{final} = \sqrt{(0{,}83)^2 + (0{,}875)^2} \approx 1{,}206$ m/s

Parte (b)

Inicialmente: $\quad E_{K\,inicial} = \dfrac{1}{2}(50)(2)^2 + \dfrac{1}{2}(70)(1{,}5)^2$

$$\Rightarrow \quad E_{K\,inicial} = 178{,}75 \text{ joules}$$

Finalmente: $\quad E_{K\,final} = \dfrac{1}{2}(70 + 50)(1{,}206)^2$

$$\Rightarrow \quad E_{K\,final} = 87{,}27 \text{ joules}$$

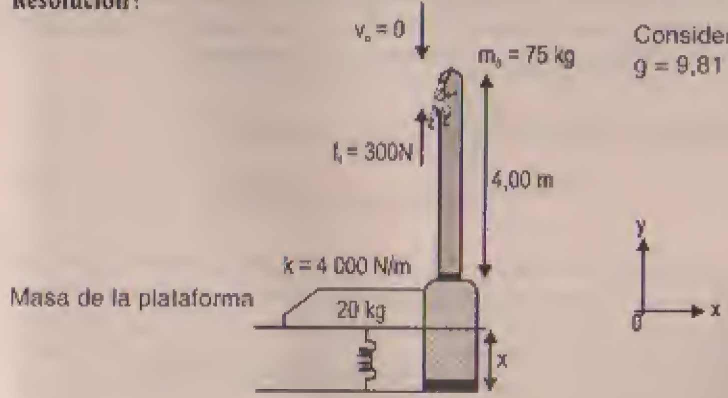
Por lo tanto:

La pérdida de energía será: $E_{K\,final} - E_{K\,inicial}$

$$\Rightarrow \quad \Delta E_K = 178{,}75 - 87{,}27 = 91{,}48 \text{ joules}$$

77. Un bombero de 75 kg se desliza hacia abajo por un poste con una fuerza friccionante constante de 300 N que retarda su movimiento. Una plataforma horizontal de 20,0 kg es sostenida por un resorte en el pie del poste para amortiguar la caída. El bombero inicia su movimiento desde el reposo a 4,00 m sobre la plataforma, y la constante del resorte es 4 000 N/m. Determine, a) La velocidad del bombero justo antes de que choque con la plataforma, y b) La distancia máxima que se comprime el resorte. (Suponga que la fuerza friccionante actúa durante todo el movimiento).

Resolución :



Considerar:
$g = 9{,}81$ m/s²

Parte (a) $m_B = 75 \times (9{,}81) = 735{,}75$ N

$f_{fricción} = 300$ N

Por energía: $\Delta E_M = W_{fricción}$

$$\Rightarrow \quad E_{Kf} - (E_{Ki} + mgh) = -F_{fricción}\,(d)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m_B \cdot v^2_{fB} - m_B\, gh = -300\, h \;\Rightarrow\; \frac{1}{2}(75)v^2_{fB} - (75)(9{,}81)(4) = -300(4)$$

$$\therefore \quad v^2_{fB} = \left[\frac{75(4)(9{,}81) - 300(4)}{75}\right]^2 \qquad \therefore \; v_{f\,bombero} = 6{,}82 \text{ m/s}$$

Parte (b)

Por cantidad de movimiento: $P_{inicial} = P_{final}$

$$\Rightarrow \quad (6{,}82)(75) = (75 + 20)\, v_{inicial\ del\ sistema}$$

$$\therefore \quad v_{i.sistema} = 5{,}38 \text{ m/s}$$

Por otro lado: $\Delta E_M = W_{fricción}$

$$\Rightarrow \quad E_{K\,f\,sistema} = \frac{1}{2}k(x)^2 - E_{K\,inicial\ del\ sistema} = -f_f\,(x)$$

$$\Rightarrow \quad 0 + \frac{1}{2}(4\,000)x^2 - \frac{1}{2}(95)(5{,}38)^2 + 300(x) = 0$$

$$\Rightarrow \quad 2\,000x^2 + 300x - 1\,375 = 0$$

$$\therefore \quad x = 0{,}76 \text{ m}$$

78. Un jugador de beisbol de 70 kg salta verticalmente hacia arriba para atrapar una pelota de 0,160 kg de masa que viaja horizontalmente con una velocidad de 35,0 m/s. Si la velocidad vertical del jugador en el instante en que atrapa la pelota es 0,200 m/s determine la velocidad del jugador justo antes de la atrapada.

Resolución:

Masa de la pelota = 0,160 kg

$\vec{V}_{pelota} = 35\,\hat{i}$ m/s

$v_{final\ del\ sistema} = 0{,}200$ m/s

$\vec{V}_{inicial} = ?$

N.R. Masa del jugador = 70 kg

$$P_{inicial} = P_{final}$$

$$\Rightarrow \quad M_j \vec{V}_i\,\hat{j} + M_p\, 35\,\hat{i} = (M_j + M_p)(\vec{V}_f)$$

$$\Rightarrow \quad 70\vec{V}_i\,\hat{j} + (0{,}16)(35)\,\hat{i} = (70{,}16)\,\vec{V}_f$$

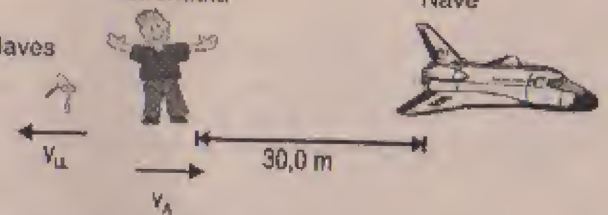
$$\Rightarrow \quad \vec{V}_f = \frac{70}{70{,}16}\,\vec{V}_i\,\hat{j} + \frac{5{,}6}{70{,}16}\,\hat{i}$$

Pero sabemos: $v_f = \sqrt{\left(\frac{70}{70{,}16}\right)^2 v_i^2 + \left(\frac{5{,}6}{70{,}16}\right)^2} = 0{,}2$

$$\therefore \quad v_{inicial\ del\ jugador} = 0{,}184 \text{ m/s}$$

79. Un astronauta de 80 kg trabaja en los motores de su nave, la cual deriva por el espacio con velocidad constante. El astronauta, que desea una mejor vista del universo, se impulsa contra la nave y después se encuentra a sí mismo 30,0 m detrás de la nave. Sin un medio de impulsión, la única manera de regresar a la nave es lanzar su llave de tuercas de 0,500 kg lejos de la nave. Si lanza la llave con una velocidad de 20,0 m/s, ¿cuánto tarda el astronauta en llega a la nave?

Resolución:



Por conservación de la cantidad de movimiento

$$\vec{P}_{inicial} = \vec{P}_{final}$$

$$0 = M_A\, v_A - M_{llaves}\, v_{LL} \;\Rightarrow\; 80\, v_A = (0{,}5)(20)$$

$$\therefore \quad v_{astronauta} = 0{,}125 \text{ m/s}$$

Luego: $30{,}0 = 0{,}125\, t \qquad \therefore \; t = 240$ s

80. Un cañón se une rígidamente a una cureña, que puede moverse a lo largo de rieles horizontales pero que está conectada a un poste por medio de un gran resorte de constante de fuerza $k = 2{,}00 \times 10^4$ N/m (Fig. P9.80). El cañón dispara un proyectil de 200 kg a una velocidad de 125 m/s dirigido 45,0° sobre la horizontal. a) Si la masa del cañón y la cureña es de 5 000 kg, encuentre la velocidac de retroceso del cañón.

b) Determine la extensión máxima del resorte. c) Considere el sistema compuesto del cañón, la cureña y el proyectil. ¿El momento de este sistema es constante durante el disparo? ¿Por qué sí y por qué no?

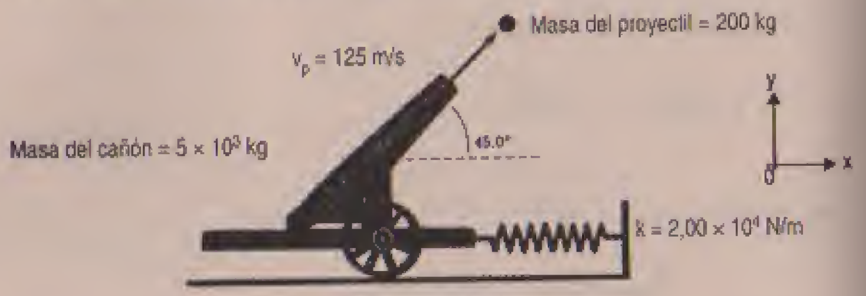


Figura P9.80

Resolución :

Parte (a) $\vec{P}_{\text{inicial } x} = \vec{P}_{\text{final } x}$

$$\Rightarrow \quad 0 = M_c\,\vec{V}_c + v_p \cos 45° \times M_p$$

$$\Rightarrow \quad \vec{V}_c = -\frac{M_p}{M_c}\,.\,v_p \cos 45° = -3{,}536\,\hat{i} \text{ m/s}$$

$$\vec{P}_{\text{inicial } y} = \vec{P}_{\text{final } y}$$

$$\Rightarrow \quad 0 = M_p\,v_p \operatorname{sen}45° + M_c\,.\,\vec{V}_c$$

$$\Rightarrow \quad \vec{V}_c = -\frac{M_p}{M_c}\,.\,v_p\,.\operatorname{sen}45° = -3{,}536\,\hat{j} \text{ m/s}$$

En consecuencia: $\quad \vec{V}_{\text{cañón}} = (-3{,}536\,\hat{i} - 3{,}536\,\hat{j}) \text{ m/s}$

Entonces: $\quad v_{\text{cañón}} = \sqrt{(-3{,}536)^2 + (-3{,}536)^2} \approx 4{,}99 \approx 5 \text{ m/s}$

Parte (b) $\quad E_{K\,\text{final}} = U_{P\,\text{elástica}}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} M_c v_c^2 + 0 = \frac{1}{2} k\,x^2 \quad \Rightarrow \quad 5000\,(5)^2 + 0 = (2 \times 10^4)\,x^2$$

$$\Rightarrow \quad x = \sqrt{\frac{5000 \times (2^4)}{2 \times 10^4}} = 2 \text{ m}$$

Parte (c)

Durante el proceso existe un par de fuerzas de acción y reacción por consiguiente hay conservación en el momento. La fuerza del resorte es interna, y por lo tanto no interviene en la cureña y el cañón.

81. La figura P9.81a muestra una cadena de longitud L y masa total *M* que se suelta desde el reposo con su extremo inferior que toca la superficie de la cubierta de una mesa. Encuentre la fuerza ejercida por la mesa sobre la cadena después de que ésta ha descendido una distancia x, como se ve en la figura P9.81b. (Suponga que cada eslabón queda en reposo en el instante que llega a la mesa).

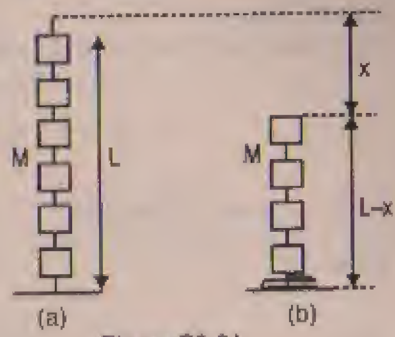


Figura P9.81

Resolución :

$$y_{\text{CM inicial}} = y_{\text{CM final}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{L}{2} = \frac{m_1(x) + m_2\left(\frac{L+x}{2}\right)}{M} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{L}{2} \qquad \therefore \quad L = 2x$$

Luego: $\quad \vec{F}_{\text{ejercida}} = \frac{Mgx}{L} + \frac{MgL}{L} = \frac{Mgx}{L} + \frac{2Mgx}{L}$

$$\therefore \quad \vec{F}_{\text{ejercida por la mesa}} = \frac{3Mgx}{L}\,\hat{j}$$

82. Dos deslizadores se ponen en movimiento sobre un riel de aire. Un resorte de constante de fuerza *k* se fija en el lado posterior de uno de los deslizadores. El primer deslizador de masa m_1 tiene velocidad $\mathbf{v}_1$ en tanto que el segundo deslizador de masa m_2 tiene velocidad $\mathbf{v}_2$, como se puede ver en la figura P9.82 ($\mathbf{v}_1 > \mathbf{v}_2$). Cuando m_1 choca con el resorte unido a m_2 y lo comprime hasta su compresión máxima x_m, la velocidad de los deslizadores es **v**. En función de $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$, m_1, m_2 y *k*, encuentre. a) La velocidad **v** en la compresión máxima, b) La compresión máxima x_m, y c) Las velocidades de cada deslizador después de que m_1 ha perdido contacto con el resorte.

Figura P9.82

Resolución :

Parte (a)

Por conservación de la cantidad de movimiento

$$\vec{P}_{\text{inicial}} = \vec{P}_{\text{final}}$$

$$\Rightarrow \quad m_1\,v_1 + m_2\,.\,v_2 = (m_1 + m_2)\,.\,v \qquad \ldots (1)$$

Por otro lado:
Por conservación de la energía mecánica:

$$E_{M\,inicial} = E_{M\,final}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\,v^2 = \frac{1}{2}kx_m^2 \quad \dots (2)$$

De (1): $\quad v = \dfrac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$

Parte (b)

De (2): $\quad (m_1 + m_2)\left[\dfrac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}\right]^2 = k \cdot x_M^2$

$$\Rightarrow \quad \frac{\left[(m_1 v_1) + (m_2 v_2)\right]^2}{(m_1 + m_2)\,k} = x_M^2 \qquad \therefore \quad x_M = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{k\,(m_1 + m_2)}\,\sqrt{k(m_1 + m_2)}$$

Parte (c) $\quad P_{inicial} = P_{final}$ (después de que se unen)

$\Rightarrow \quad (m_1 + m_2)\,v = m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2}$

$\Rightarrow \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2}$ (choque perfectamente elástico)

Por otro lado: $\quad E_{K\,inicial} = E_{K\,final}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{f_1}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{f_2}^2$$

$$\therefore \quad v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)v_2$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)v_1 + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)v_2$$

83. Un niño de 40,0 kg está parado en un extremo de un bote de 70,0 kg que mide 4,00 m de largo (Fig. P9.83. El bote está inicialmente a 3,00 m del muelle. El niño observa una tortuga sobre una roca en el otro extremo del bote y comienza a caminar hacia dicho extremo para atrapar a la tortuga. Ignore la fricción entre el bote y el agua y a) describa el movimiento subsecuente del sistema (niño + bote).

b) ¿Dónde está el niño *respecto del muelle* cuando él alcanza el otro extremo del bote? c) ¿Atrapará el niño a la tortuga? (Suponga que él puede alcanzar una distancia de 1,00 m fuera del bote desde el extremo de éste).

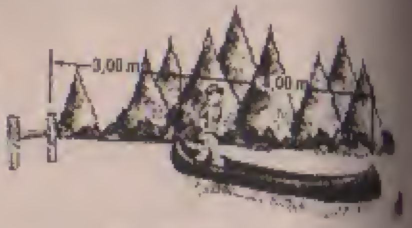
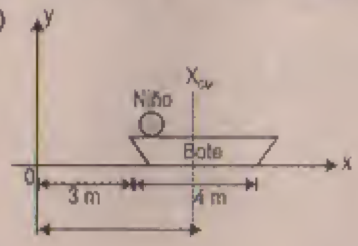


Figura P9.83

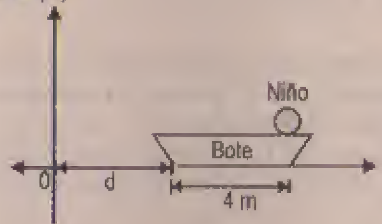
Resolución :83
Masa del niño = 40 kg ; $\quad$ masa del bote = 70 kg

Parte (a)



$$x_{CM} = \frac{(40)(3) + 70(5)}{110} = 4{,}273 \text{ m}$$

Parte (b)



$$x_{CM} = \frac{40(4 + d) + 70(2 + d)}{110}$$

$$\Rightarrow \quad 4{,}273 = \frac{160 + 40d + 140 + 70d}{110}$$

$\therefore \quad d = 1{,}546$ (el niño estará con respecto del muelle a 1,546 + 4 = 5,546 m)

Parte (c)
Cuando el niño alcanza el otro extremo del bote, el bote se ha movido una distancia de 1,546 m (hacia el muelle), esto quiere decir, que para que el niño pueda alcanzar o atrapar a la tortuga necesita tener un alcance de 1,454; lo cual no puede ser posible.

En conclusión: $\qquad$ "No atrapará a la tortuga"

84. Dos carritos de igual masa, $m = 0{,}250$ k, se colocan sobre una pista sin fricción que tiene un resorte ligero de constante de fuerza $k = 50{,}0$ N/m unido a un extremo de la pista, como muestra la figura P9.84. Al carrito azul se le da una velocidad inicial de $v_0 = 3{,}00$ m/s hacia la derecha y el otro carrito está inicialmente en reposo. Si los carros chocan elásticamente, encuentre a) la velocidad de cada uno justo después del primer choque, y b) la compresión máxima en el resorte.

Figura P9.84

Resolución :

$m = 0{,}250$ kg ; $\quad k = 50{,}0$ N/m ; $\quad v_0 = 3{,}00$ m/s

Parte (a) $\qquad P_{inicial} = P_{final}$

$$\Rightarrow \quad m v_0 + 0 = m v_1 + m v_2 \qquad \Rightarrow \quad v_0 = v_1 + v_2 \quad \dots (1)$$

Por otro lado:

$$\frac{1}{2}m v_0^2 = \frac{1}{2}m\ v_1^2 + \frac{1}{2}m\ v_2^2 \quad \Rightarrow \quad v_0^2 = v_1^2 + v_2^2 \qquad ...(2)$$

En conclusión: $\quad v_{1f} = 0 \ \wedge \ v_{2f} = \left(\frac{2m}{2m}\right) v_0 = 3\ m/s$

Parte (b)

Por conservación de energía: $\quad \frac{1}{2} m\ v_{2f}^{\ 2} = \frac{1}{2} kx^2$

$$\Rightarrow \quad x = \sqrt{\frac{(3)^2}{(50)}} = 0{,}424\ m$$

85. Una bala de 5,00 g se mueve con una velocidad inicial de 400 m/s y atraviesa u bloque de 1,00 kg, como se ve en la figura P9.85. El bloque, al principio en repo sobre una superficie horizontal sin fricción, está conectado a un resorte de const te de fuerza 900 N/m. Si el bloque se mueve 5,00 cm hacia la derecha después d impacto, encuentre a) la velocidad a la cual la bala sale del bloque, y b) la energ perdida en el choque.

85A. Una bala de masa *m* se mueve con una velocidad inicial v_0 y atraviesa un bloque de masa *M*, como en la figura P9.85. El bloque, al principio en reposo sobre una superficie horizontal sin fricción, está conectado a un resorte de constante de fuerza *k*. Si el bloque se mueve una distancia *d* hacia la derecha después del impacto, encuentre a) la velocidad a la cual la bala sale del bloque, y b) la energía perdida en el choque.

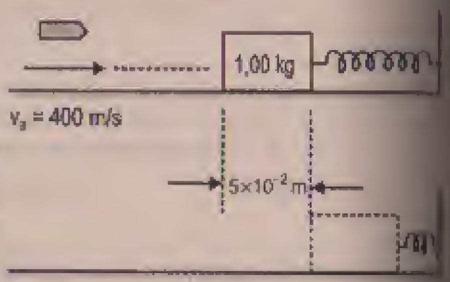


Figura P9.85

Resolución :

Masa de la bala = 5×10^{-3} kg : $\quad$ k = 900 N/m

Parte (a)

$$P_{inicial} = P_{final}$$

$$\Rightarrow \ (5 \times 10^{-3}\ kg)(400\ m/s) + 0 = (v_{bloque})(1) + (v_{f\ bala})(5 \times 10^{-3}) \quad ...(1)$$

Por otro lado:

Por conservación de la energía mecánica:

$$E_{M\ inicial} = E_{M\ final}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m_{bloque}\ v^2_{bloque} = \frac{1}{2} k(5 \times 10^{-2})^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(1)\ v^2_{bloque} = \frac{1}{2}(900)(25) \times 10^{-4}$$

$$\therefore \quad v_{bloque} = 1{,}5\ m/s \qquad ...(2)$$

(2) en (1): $\quad (5 \times 10^{-3})(400) = (1{,}5)(1) + v_{f\ bala}\ (5 \times 10^{-3})$

$$\Rightarrow \quad \frac{2{,}00 - 1{,}5}{5\times10^{-3}} = v_{f\ bala} \qquad \therefore \quad v_{final\ bala} = 100\ m/s$$

Parte (b)

$$E_{inicial} = \frac{1}{2}(5 \times 10^{-3})(4 \times 10^2)^2 = 400\ joules$$

$$E_{final} = \frac{1}{2}(1)(1{,}5)^2 + \frac{1}{2}(5 \times 10^{-3})(100)^2 = 26{,}125\ joules$$

$$\therefore \quad E_{pérdida} = \Delta E = 373{,}875\ joules$$

86. Una estudiante efectúa un experimento de péndulo balístico utilizando un aparato similar al que se ilustra en la figura 9.11b. Obtiene los siguientes datos promedio: h = 8,68 cm, m_1 = 68,8 g y m_2 = 263 g. a) Determine la velocidad inicial v_{1i} del proyectil. b) La segunda parte de su experimento es obtener v_{1i} lanzando el mismo proyectil horizontalmente (con el péndulo eliminado de la trayectoria), midiendo su desplazamiento horizontal x, y su desplazamiento vertical, y (Fig. P9.86). Muestre que la velocidad inicial de este proyectil se relaciona con *x* e *y* mediante la relación

$$v_{1i} = \frac{x}{\sqrt{2y/g}}.$$

¿Qué valor numérico obtiene la estudiante para v_{1i} a partir de sus valores medidos de x = 257 cm y *y* = 85,3 cm? ¿Qué factores deben tomarse en cuenta para la diferencia en este valor comparado con el obtenido en el inciso a)?

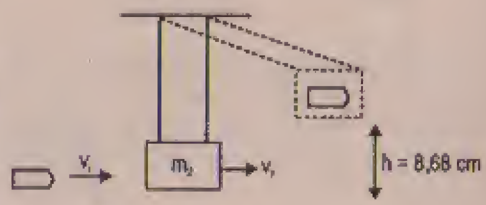


Figura P9.86

Resolución :

Considerar: $\quad g = 9{,}81\ m/s^2$

Datos: $\quad m_1 = 68{,}8\ g$

$\quad m_2 = 263\ g$

Parte (a) $\quad P_{inicial} = P_{final}$

$$\Rightarrow \quad m_1\ v_i + 0 = (m_1 + m_2)\ v_f \qquad ...(1)$$

Por otro lado: (por conservación de energía)

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\ v_f^2 = (m_1 + m_2)(g)h \quad ...(2)$$

Reemplazando (2) en (1)

$$m_1\, v_{inicial} = (m_1 + m_2)\,\sqrt{2gh}$$

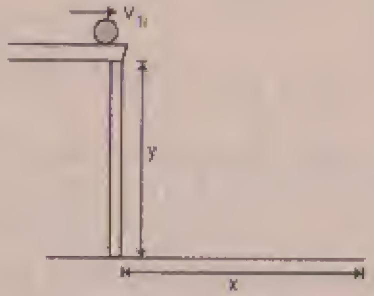
$$\Rightarrow\quad (68{,}8 \times 10^{-3})\, v_{inicial} = (331{,}8 \times 10^{-3})\sqrt{2(9{,}81)(8{,}68\times10^{-2})}$$

$$\therefore\quad v_{inicial\ de\ la\ bala} = 6{,}29 \text{ m/s}$$

Parte (b)

Por demostrar:

$$v_{1i} = \frac{x}{\sqrt{\dfrac{2y}{3}}}$$



Por movimiento de proyectiles: $y = \dfrac{1}{2} g t^2$

$$x = v_{1i} \times t \quad\Rightarrow\quad t = \frac{x}{v_{1i}}$$

Luego: $\quad y = \dfrac{1}{2}\, g\left(\dfrac{x}{v_{1i}}\right)^2 \qquad \therefore\ v_{1i} = \dfrac{x}{\sqrt{\dfrac{2y}{g}}}$ l.q.q.d.

Si $x = 257$ cm; $y = 85{,}3$ cm

$$\Rightarrow\quad v_{1i} = \frac{257}{\sqrt{\dfrac{2(85{,}3)}{9{,}81}}} \approx 61{,}63 \text{ m/s}$$

La fuerza del aire y la tensión en el bloque, así mismo el peso del bloque.

87. Dos partículas, de masas m y $3m$, se aproximan una a la otra a lo largo del eje x con las mismas velocidades iniciales v_0. La masa m se mueve hacia la izquierda y la masa $3m$ lo hace hacia la derecha. Chocan de frente y cada una rebota a lo largo de la misma línea en la que se aproximaba. Encuentre las velocidades finales de las partículas.

Resolución :

En esta colisión se produce un choque elástico, por consiguiente se conserva la cantidad de movimiento y la energía cinética, luego:

$$\vec{P}_{inicial} = \vec{P}_{final}$$

$$\Rightarrow\quad 3m\, v_o\hat{i} - m\, v_o\hat{i} = 3m\,\vec{V}_{f1} + m\vec{V}_{f2}$$

$$\Rightarrow\quad 3v_o\,\hat{i} - v_o\,\hat{i} = 3\vec{V}_{f1} + \vec{V}_{f2} \qquad \text{... (1)}$$

Por otro lado: $\qquad E_{K\ inicial} = E_{K\ final}$

$$\Rightarrow\quad \frac{1}{2}(3m)v_o^2 + \frac{1}{2}m\,(v_0)^2 = \frac{1}{2}(3m)\,v_{f1}^2 + \frac{1}{2}(m)v_{f2}^2$$

$$\Rightarrow\quad \frac{3}{2}v_o^2 + \frac{1}{2}v_o^2 = \frac{3}{2}v_{f1}^2 + \frac{1}{2}v_{f2}^2 \qquad \text{... (2)}$$

Luego efectuando operaciones resulta que:

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{2i} \quad\Rightarrow\quad v_{1f} = \left(\frac{2m}{4m}\right)v_o - \left(\frac{2m}{4m}\right)v_o$$

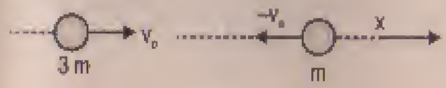
$$\therefore\quad v_{1f} = 0$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2\,m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{1i} - \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{2i} \quad\Rightarrow\quad v_{2f} = \left(\frac{6m}{4m}\right)v_o - \left(\frac{2m}{4m}\right)v_0$$

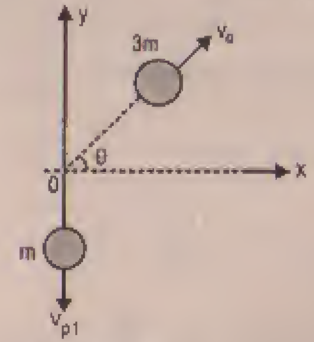
$$\therefore\quad v_{2f} = 2v_o$$

88. Dos partículas, de masas m y $3m$ se aproximan una a la otra a lo largo del eje x con las mismas velocidades iniciales v_0. La masa m se desplaza hacia la izquierda y la masa $3m$ hacia la derecha. Experimentan un choque no frontal de modo que m se mueve hacia abajo después del choque en un ángulo recto respecto a su dirección inicial. a) Encuentre las velocidades finales de las dos masas. b) ¿Cuál es el ángulo θ al cual se desvía $3m$?

Resolución :



Inicialmente



Finalmente

Parte (a) $\vec{P}_{\text{inicial } x} = \vec{P}_{\text{final } x}$

$$\Rightarrow \quad 3m\,(v_o)\,\hat{i} - m\,v_o\,\hat{i} = 3m\,v_{f_2}\cos\theta\,\hat{i}$$

$$\Rightarrow \quad 2v_o = 3\,v_{f_2}\cos\theta \qquad \text{....(1)}$$

$$\vec{P}_{\text{inicial } y} = \vec{P}_{\text{final } y}$$

$$\Rightarrow \quad 0 = 3m v_{f_2}\,\text{sen}\,\theta\,\hat{j} - m v_{f_1}\,\hat{j}$$

$$\Rightarrow \quad v_{f_1} = 3\,v_{f_2}\,\text{sen}\,\theta \qquad \text{....(2)}$$

Por otro lado: $E_{K\,\text{inicial}} = E_{K\,\text{final}}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(3m)v_o^2 + \frac{1}{2}m(-v_o)^2 = \frac{1}{2}(3m)\,v_{f_2}^2 + \frac{1}{2}m\,v_{f_1}^2$$

$$\Rightarrow \quad 2v_o^2 = \frac{3}{2}v_{f_2}^2 + \frac{1}{2}v_{f_1}^2$$

$$\Rightarrow \quad 4v_o^2 = 3v_{f_2}^2 + v_{f_1}^2 \qquad \text{....(3)}$$

Asimismo:

Sabemos que: De (1) $v_{f_2} = \dfrac{-2v_o}{3\cos\theta}$

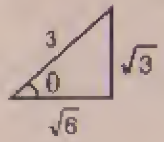
De (2) $v_{f_1} = 3\,\text{sen}\,\theta\,v_{f_2} = 2v_o\tan\theta$

Entonces de (3): $4\,v_o^2 = 3\left[\dfrac{2v_o}{3\cos\theta}\right]^2 + \left[\dfrac{2\,v_o\,\text{sen}\,\theta}{\cos\theta}\right]^2$

Desarrollando resulta que:

$\cos 2\theta = 1/3$

$\therefore \quad \text{sen}\,\theta = \sqrt{3}/3$



$$\therefore \quad v_{f_1} = 2\,v_o\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}\right) = \sqrt{2}\,v_o = 1{,}4142\,v_o$$

$$v_{f_2} = \frac{2}{3}v_o\,\frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3}v_o = 0{,}816\,v_o$$

Parte (b)

Sabemos que: $\text{sen}\,\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$$\Rightarrow \quad \theta = \text{sen}^{-1}\left(\sqrt{3}/3\right) = \text{arc sen}\left(\sqrt{3}/3\right)$$

89. De una tolva estacionaria cae arena sobre una banda transportadora a una tasa de 5,0 kg/s, como muestra la figura P9.89. La banda transportadora está sostenida por rodillos sin fricción y se mueve a 0,75 m/s bajo la acción de una fuerza externa horizontal F_{ext}, suministrada por el motor que mueve la banda. Determine, a) la tasa de cambio del momento de la arena en la dirección horizontal, b) la fuerza de fricción ejercida por la banda sobre la arena, c) la magnitud de F_{ext}, d) el trabajo efectuado por F_{ext} en un segundo, y e) la energía cinética adquirida por la arena que cae cada segundo debido al cambio en su movimiento horizontal. f) ¿Por qué la respuesta a la pregunta d) es diferente de la respuesta a la pregunta e)?

Figura P9.89

Resolución :

Parte (a) $\dfrac{p}{t} = \left(5{,}0\,\dfrac{kg}{s}\right)\left(0{,}75\,\dfrac{m}{s}\right) = 3{,}75\ kg\,.\,m/s^2$

Parte (b) La fuerza de fricción: 2,75 N

Parte (c) La fuerza externa $= \dfrac{p}{t} = 3{,}75$ N

Parte (d) $W_{\text{fuerza externa}} = F \times d = 3{,}75 \times (0{,}75) = 2{,}81$ joules

Parte (e) $E_K = \dfrac{1}{2}(5{,}0)(0{,}75)^2 = 1{,}4$ joules

Capítulo 10

ROTACIÓN DE UN OBJETO RÍGIDO ALREDEDOR DE UN EJE FIJO

CINEMÁTICA ROTACIONAL: MOVIMIENTO ROTACIONAL CON ACELERACIÓN ANGULAR CONSTANTE

1. Una rueda inicialmente en reposo empieza a girar con una aceleración angular constante hasta una velocidad angular de 12,0 rad/s en 3,00 s. Encuentre, a) la magnitud de la aceleración angular de la rueda, y b) el ángulo en radianes que recorre cuando gira en este tiempo.

Resolución :

Parte (a)

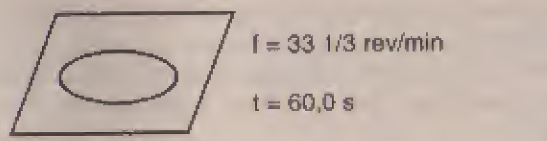
$$\omega_f = \omega_i + \alpha t \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{\omega_f}{t} = \frac{12\ \text{rad/s}}{3{,}00\ \text{s}} = 4\ \text{rad/s}^2$$

Parte (b) $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \alpha t^2$

$$\Rightarrow \quad \theta - \theta_0 = \Delta\theta = \frac{1}{2}(4)(3)^2 = 18\ \text{rad} \cong 1\,031{,}3^\circ$$

2. La tornamesa de un tocadiscos gira a razón de 33 1/3 rev/min y tarda 60,0 s en detenerse cuando se apaga. Calcule: a) la magnitud de su aceleración angular, y b) el número de revoluciones que realiza antes de detenerse.

Resolución :



Parte (a)

$$\omega_f = \omega_i + \alpha . t \qquad \text{pero } \omega_i = 2\pi . f \Rightarrow \omega_i = 2\pi\left(\frac{5}{9}\right) = \frac{10}{9}\pi\ \text{rad/s}$$

$$\Rightarrow \quad \alpha = \frac{\omega_i}{t} = \frac{\frac{10}{9}\pi\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{60\ \text{s}}$$

$$\therefore \quad \alpha = -\pi/54\ \text{rad/s}^2 = 0{,}058\ \text{rad/s}^2$$

Parte (b)

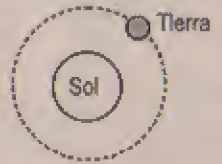
$$\theta = \theta_0 + \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t \quad \Rightarrow \quad \theta - \theta_0 = \Delta\theta = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{10}{9}\right)\pi(60)$$

$$\therefore \quad \Delta\theta = \frac{100\pi}{3}\ \text{rad}$$

Luego el n.° de revoluciones será: $\dfrac{\frac{100}{3}\pi}{2\pi} = \dfrac{50}{3}$ revoluciones

3. ¿Cuál es la velocidad angular en radianes por segundo de: a) la Tierra en su órbita alrededor del Sol y b) de la Luna en su órbita alrededor de la Tierra?

Resolución:



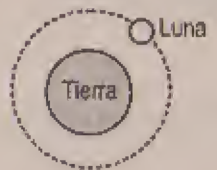
$T_{Tierra} = 3{,}156 \times 10^7$ s

$T_{Luna} = 2{,}36 \times 10^6$ s

Parte (a)

$$\omega_{Tierra} = 2\pi.f = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2{,}156\times10^7} = \frac{2(3{,}1416)}{3{,}156\times10^7} = 1{,}99 \times 10^{-7}\ \text{rad/s}$$

Parte (b)



$T = 2{,}36 \times 10^6$ s

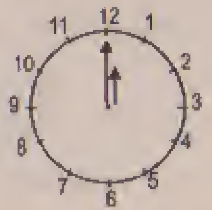
$$\Rightarrow \quad \omega_{Luna} = 2\pi\,.\,f = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2{,}36\times10^6} = \frac{2\,(3{,}1416)}{2{,}36\times10^6} = 2{,}66 \times 10^{-6}\ \text{rad/s}$$

4. a) Las manecillas de las horas y minutos de un reloj coinciden a las 12 en punto. Determine todas las demás veces (hasta el segundo) cuando estas dos manecillas coinciden. b) Si el reloj tiene un segundero, determine todas las veces que coinciden las tres manecillas, dado que todas coinciden a las 12 en punto.

Resolución:

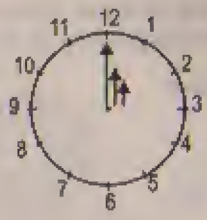
Parte (a)

12:00 (a.m.; p.m.) ; 1:05 (a.m.; p.m.) ;
2:10 (a.m.; p.m.) ; 3:15 (a.m.; p.m.)
4:20 (a.m.; p.m.) ; 5:25 (a.m.; p.m.) ;
6:30 (a.m.; p.m.) ; 7:35 (a.m.; p.m.)
8.40 (a.m.; p.m.) ; 9:45 (a.m.; p.m.) ;
10:50 (a.m.; p.m.) ; 11:55 (a.m.; p.m.)



Parte (b)

12:00 (a.m.; p.m.) ; 1:05,05 (a.m.; p.m.);
2:10,10 (a.m.; p.m.) ; 3:15,15 (a.m.; p.m.)
4:20,20 (a.m.; p.m.) ; 4:25,25 (a.m.; p.m.);
5:30,30 (a.m.; p.m.) ; 7:35,35 (a.m.; p.m.)
8:40,40 (a.m.; p.m.) ; 9:45,45 (a.m.; p.m.)
10:50,50 (a.m.; p.m.); 11:55,55 (a.m.; p.m.)



5. Un motor eléctrico que hace girar una rueda de molienda a 100 rev/min se apaga. Suponiendo aceleración angular constante negativa de 2,00 rad/s² de magnitud. a) ¿Cuánto tarda la rueda en detenerse? b) ¿Cuántos radianes gira durante el tiempo encontrado en a)?

Resolución:

$\alpha = -2{,}00$ rad/s²

$f = 100$ rev/min $= \dfrac{5}{3}$ rev/s

Parte (a) $\quad \omega = 2\pi f = 2\pi \times \dfrac{5}{3} = \dfrac{10}{3}\pi$ rad/s

$$\Rightarrow \quad \omega_f = \omega_i - \alpha(t)$$

$$\Rightarrow \quad 0 = \frac{10}{3}\pi - (2{,}0)t \qquad \therefore \quad t = \frac{5}{3}\pi\ \text{s} = 5{,}236\ \text{s}$$

Parte (b) $\quad \Delta\theta = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{10}{3}\right)(5{,}236)\pi = 8{,}7267\ \pi$ rad

$\therefore$ n.° radianes = 27,4 radianes

6. La posición angular de un punto sobre una rueda se describe por medio de $\theta = 5{,}0 + 10t + 2{,}0t^2$ rad. Determine la posición, velocidad y aceleración angulares del punto en $t = 0$ y $t = 3{,}0$ s.

Resolución:

Sea: $\theta(t) = 5{,}0 + 10t + 2{,}0\,t^2$ rad

Entonces: $\theta(0) = 5{,}0$ rad

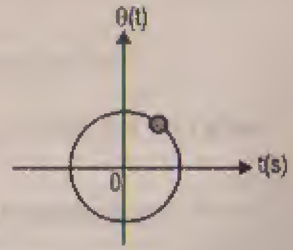
$\theta(3) = 53$ rad

$$\omega = \omega(t) = \frac{d\theta}{dt} = 10 + 4{,}0\,t$$

$$\Rightarrow \quad \omega = (0) = 10\ \text{rad/s} \ \wedge \ \omega(3) = 22\ \text{rad/s}$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 4{,}0\ \text{rad/s}^2$$

$$\therefore \quad \alpha(0) = \alpha(3) = 4{,}0\ \text{rad/s}^2\ \text{(constante)}$$



7. Una rueda rotatoria requiere 3,0 s para girar 37 rev. Su velocidad angular al final del intervalo de 3,0 s es 98 rad/s. ¿Cuál es la aceleración angular constante?

Resolución:

$t = 3{,}0$ s

$f = \dfrac{37\ \text{rev}}{3{,}0\ \text{s}} = \dfrac{37}{3}$ rev/s

$\omega_f = 98$ rad/s

$$\omega_i = 2\pi f = 2(3{,}1416)\left(\frac{37}{3}\right) = 77{,}5 \text{ rad/s}$$

$\Rightarrow \quad \omega_f = \omega_i + \alpha . t$

$\Rightarrow \quad 98 = 77{,}5 + \alpha(3) \qquad \therefore \quad \alpha = 6{,}83 \text{ rad/s}^2$

8. Un auto acelera uniformemente desde el reposo y alcanza la velocidad de 22 m/s en 9 s. Si el diámetro de la llanta es 58 cm, encuentre a) el número de revoluciones que la llanta realiza durante este movimiento, si se supone que no hay deslizamiento, b) ¿Cuál es la velocidad rotacional final de una llanta en revoluciones por segundo?

Resolución:

$t = 9$ s $\qquad R = 0{,}29$ m

$\rightarrow \quad v_o = 0 \qquad v_f = 22$ m/s

Parte (a)
Sabemos que: $v = \omega . R$

$\Rightarrow \quad 22 = (\omega)(0{,}29) \qquad \therefore \quad \omega_f = 75{,}86$ rad/s

por otro lado $\quad \omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad \Rightarrow \quad 75{,}86 = 2\pi f$

$\therefore \quad f = 12{,}07$ rev/s

entonces $\quad \theta - \theta_o = \Delta\theta = \dfrac{1}{2}(75{,}86)(9) = 341{,}37$ rad

$$\therefore \quad \text{n.° revoluciones} = \frac{(341{,}37)(360)}{6{,}2832} = 54{,}3 \text{ revoluciones}$$

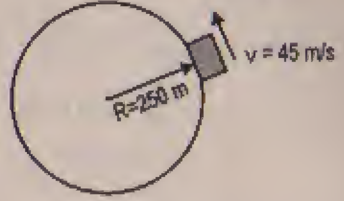
Parte (b) Nos piden $f_{angular} = 12{,}07$ rev/s

RELACIONES ENTRE CANTIDADES ANGULARES Y LINEALES

9. Un carro de carreras viaja sobre una pista circular de 250 m de radio. Si el auto se mueve con velocidad lineal constante de 45,0 m/s, encuentre a) su velocidad angular y b) la magnitud y dirección de su aceleración.

9A. Un carro de carreras viaja sobre una pista circular de radio R. Si el auto se mueve con velocidad lineal constante v, encuentre a) su velocidad angular y b) la magnitud y dirección de su aceleración.

Resolución:



Parte (a) $\quad v = \omega . R \quad \Rightarrow \quad 45 = \omega\,(250)$

$\therefore \quad \omega = 0{,}18$ rad/s

Parte (b) $\quad a_R = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{45 \times 45}{250} = 8{,}1 \text{ m/s}^2$

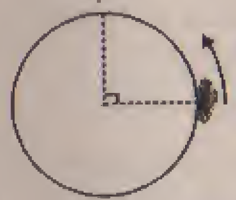
$a_T = \dfrac{d|v|}{dt} = 0 \qquad \therefore \quad |a| = 8{,}1 \text{ m/s}^2$

10. Un auto que viaja sobre una pista circular plana (no peraltada) acelera uniformemente desde el reposo con una aceleración tangencial de 1,70 m/s². El auto hace lo anterior durante un cuarto del trayecto en círculo antes de patinar y salir de la pista. Determine el coeficiente de fricción estática entre el auto y la pista.

Resolución:

$v_f = ?$

$g = 9{,}81 \text{ m/s}^2$



$v_o = 0\ ;\ a_T = 1{,}70 \text{ m/s}^2$

$F_{fricción} = F_{tangencial}$

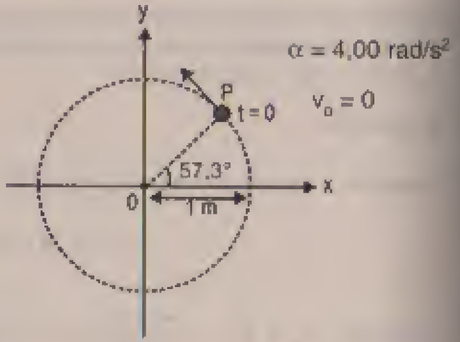
Por otro lado: $\quad F_{fricción} = \mu_e \text{ . Normal} = \mu_e\, mg$

$\Rightarrow \quad m\, a_T = \mu_e\, mg$

$$\therefore \quad \mu_e = \frac{a_T}{g} = \frac{1{,}7 \text{ m/s}^2}{9{,}8 \text{ m/s}^2} = 0{,}173$$

11. Una rueda de 2,00 m de diámetro gira con una aceleración angular constante de 4,00 rad/s². La rueda empieza su movimiento desde el reposo en t = 0, y el radio vector en el punto P sobre el borde de la rueda forma un ángulo de 57,3° con la horizontal en este tiempo. En t = 2,00 s, encuentre a) la velocidad angular de la rueda, b) la velocidad y aceleración lineales del punto P, y c) la posición del punto P.

Resolución:



Parte (a)

t = 2,00 s

Sabemos que $v = \omega.R$

$\Rightarrow \quad \dfrac{dv}{dt} = \alpha.R = a_T$

$\therefore \quad a_T = 4\ m/s^2$

$\Rightarrow \quad v_f = v_0 + a_T\ .\ t$

$\Rightarrow \quad v_f = (4)(2) = 8\ m/s$

Luego: $v = \omega.R \quad \Rightarrow \quad \omega = \dfrac{v}{R} = \dfrac{8}{1} = 8\ rad/s$

Parte (b) $a_{lineal} = a_T = 4\ m/s^2$

En el punto "P" la velocidad lineal es igual a "cero"

En el punto "P" la aceleración lineal es $\vec{a}_T = 4\ m/s^2$

En el punto "P" la aceleración radial es $\vec{a}_R = -64\ m/s^2$

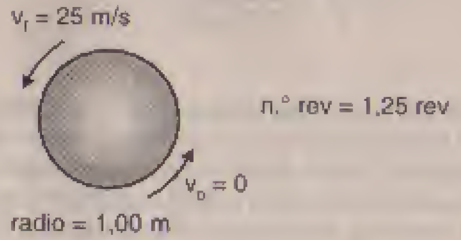
Parte (c) $\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \dfrac{1}{2}\alpha t^2$

$\Rightarrow \quad \theta(2) = 57{,}3° + (4)(2)^2 \quad \Rightarrow \quad \theta_{(2)} = 1\ rad + 8\ rad$

$\therefore \quad \theta(2) = 9{,}00\ rad$

12. Un lanzador de disco acelera un disco desde el reposo hasta una velocidad de 25,0 m/s haciéndolo girar 1,25 rev. Suponga que el disco se mueve sobre el arco de un círculo de 1,00 m de radio. a) Calcule la velocidad angular del disco. b) Determine la magnitud de la aceleración angular del disco, suponiendo que será constante. c) Calcule el tiempo de aceleración.

Resolución:



Parte (a) $1{,}25\ rev = \dfrac{\theta}{2\pi} \quad \Rightarrow \quad \theta = 2{,}5\ \pi.rad$

$v_f = \omega.R \quad \Rightarrow \quad \omega = \dfrac{v}{R} = \dfrac{25}{1} = 25\ rad/s$

Parte (b) $\omega_f^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\ (\theta) \quad \Rightarrow \quad (25)^2 = 0 + 2\alpha\ (2{,}5\pi)$

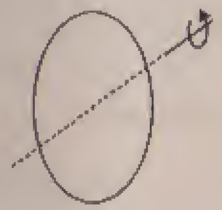
$\therefore \quad \alpha = 39{,}8\ rad/s^2$

Parte (c) $\omega_f = \omega_0 + \alpha t$

$\Rightarrow \quad 25 = (39{,}8)\ t \quad \therefore \quad t = 0{,}63\ s$

13. Un disco de 8,00 cm de radio gira a una tasa constante de 1 200 rev/min alrededor de su eje central. Determine a) su velocidad angular, b) la velocidad lineal en un punto a 3,00 cm de su centro, c) la aceleración radial de un punto sobre el borde del disco, y d) la distancia total a un punto sobre el borde que se mueve en 2,00 s.

Resolución:



radio = 8×10^{-2} m

f = 20 rev/s

Parte (a) $\omega = 2\pi f = 2(3{,}1416)(20) = 125{,}6\ rad/s$

Parte (b) $v = \omega.R \quad \Rightarrow \quad v = (125{,}6)(3 \times 10^{-2}) = 3{,}77\ m/s$

Parte (c) $\vec{a}_r = -\dfrac{v^2}{R} = -\left[\dfrac{(125{,}6)(8\times10^{-2})}{(8\times10^{-2})}\right]^2 = -1\ 262\ m/s^2$

Parte (d) $s(t) = s_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2} a_T\ t^2 \quad \Rightarrow \quad S(2) = (125{,}6)(8 \times 10^{-2})(2)$

$\therefore \quad s(2) = 20{,}1\ m$

14. Un auto viaja a 36 km/h sobre un camino recto. El radio de las llantas es de 25 cm. Encuentre la velocidad angular de las llantas con su eje tomado como el eje de rotación.

Resolución:

R = 0,25 m

→ v = 10 m/s

$\omega = \dfrac{v}{R} = \dfrac{10}{0{,}25} = 40\ rad/s$

15. Un bloque de 6,00 kg se suelta desde A sobre una pista sin fricción, como la mostra-da en la figura P10.15. Determine las componentes radial y tangencial de la acele-ración del bloque en *P*.

15A. Un bloque de masa *m* se suelta desde *A* sobre una pista sin fricción, como la mostrada en la figura P10.15. Determine las componentes radial y tangencial de la aceleración del bloque en *P*.

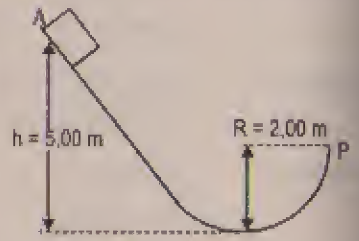


Figura P10.15

Resolución :

$g = 9,81\ m/s^2$

Por conservación de energía

$$E_{MA} = E_{MB}$$

$$\Rightarrow \quad mg(h-R) = \frac{1}{2}m\,v_p^2 \qquad \Rightarrow \quad 2g\,(h-R) = v_p^2$$

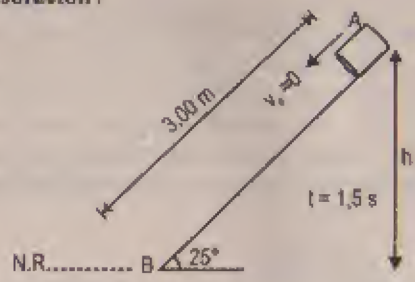
$$\therefore \quad v_p = 7,67\ m/s$$

$$a_T = a_{grav} = 9,81\ m/s^2 \qquad \wedge \qquad a_R = \frac{v_p^{\,2}}{R} = 29,43\ m/s^2$$

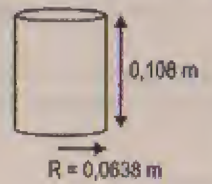
ENERGÍA ROTACIONAL

16. Una lata de sopa tiene una masa de 215 g, altura de 10,8 cm y diámetro de 6,38 cm. Se coloca en reposo sobre la parte superior de una pendiente que mide 3,00 m de largo y a 25,0° con la horizontal. Con métodos de energía, calcule el momento de inercia de la lata si tarda 1,50 s en alcanzar el pie de la pendiente.

Resolución :



masa de la lata = 0,215 kg
considerar = g = 9,81 m/s²



Por conservación de energía $\quad E_{MA} = E_{MB}$

$$\Rightarrow \quad mgh = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}I.\omega^2 = \frac{1}{2}I\left(\frac{v}{R}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad v^2 = 2(g)h = 2(9,81)(3)\ sen25°$$

Por otro lado: $\quad mgh = \frac{1}{2}I.\frac{v^2}{R^2} \quad \rightarrow \quad I = \frac{2R^2\,mgh}{v^2}$

Luego: $\quad I = \text{Momento de inercia} = \dfrac{2(0,0638)^2(0,215)(9,81)(3)sen25°}{2(9,81)(3)sen25°}$

$$\therefore \quad I = 8751\times10^{-7}\ kg.m^2$$

17. Las cuatro partículas de la figura P10.17 están conectadas por medio de barras de masa despreciable. El origen está en el centro del rectángulo. Si el sistema gira en el plano *xy* en torno del eje *z* con una velocidad angular de 6,00 rad/s, calcule a) el momento de inercia del sistema en torno del eje *z*, y b) la energía rotacional del sistema.

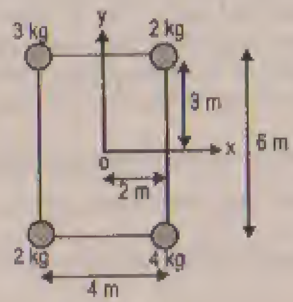


Figura P10.17

Resolución :17

$$I_z = I_x + I_y$$

$$\Rightarrow \quad I_x = 2(3)^2 + 4(3)^2 + 3(3)^2 + 2(3)^2 = 99\ kg.m^2$$

$$I_y = 2(2)^2 + 4(2)^2 + 2(2)^2 + 3(2)^2 = 44\ kg.m^2$$

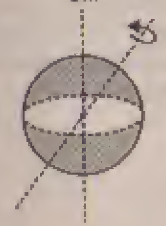
$$\therefore \quad I_z = 99 + 44 = 143\ kg.\ m^2$$

18. El centro de masa de una pelota de beisbol lanzada (radio = 3,8 cm) se mueve a 38 m/s. La pelota gira en torno de un eje que pasa por su centro de masa con una velocidad angular de 125 rad/s. Calcule la razón entre la energía rotacional y la energía cinética traslacional. Considere la pelota como una esfera uniforme.

18A. El centro de masa de una pelota de beisbol lanzada de radio R se mueve a una velocidad v. La pelota gira en torno de un eje que pasa por su centro de masa con una velocidad angular ω. Calcule la razón entre la energía rotacional y la energía cinética traslacional. Considere la pelota como una esfera uniforme.

Resolución :

R = 0,038 m



$$\text{Razón} = \frac{E_{rotacional}}{E_{cinetica}} = \frac{\frac{1}{2} I \cdot \omega^2}{\frac{1}{2} M.v^2}$$

$$\Rightarrow \quad \text{Razón} = \frac{R^2\omega^2}{v^2} = \frac{(0{,}038)^2(125)^2}{(38)^2} = 0{,}0156$$

19. Tres partículas están conectadas por medio de barras rígidas de masa despreciable a lo largo del eje y (Fig. P10.19). Si el sistema gira en torno de eje x con una velocidad angular de 2.00 rad/s, encuentre a) el momento de inercia alrededor del eje x y la energía rotacional total evaluada a partir de $\frac{1}{2} I\,\omega^2$ y b) la velocidad lineal de cada partícula y la energía total evaluada a partir de $\Sigma\,\frac{1}{2}\,m_i v_i^2$.

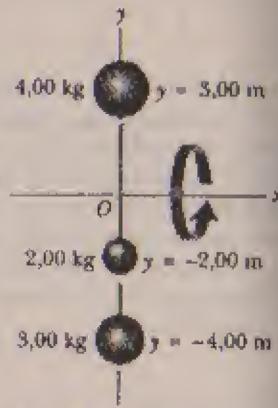


Figura P10.19

Resolución :

$\omega_x = 2{,}00$ rad/s

Parte (a) $\quad I_x = 4(3)^2 + 2(-2)^2 + 3(-4)^2 = 92$ kg.m^2

$$\therefore \quad E_{rotacional} = \frac{1}{2}\, I_x \cdot \omega^2 = \frac{1}{2}\,(92)(2)^2 = 184 \text{ joules}$$

Parte (b) $\quad \vec{V}_1 = \omega(3) = 6{,}00$ m/s

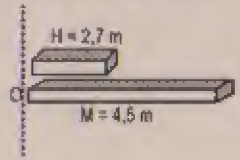
$$\vec{V}_2 = -\omega(2) = -4{,}00\,\hat{j} = -4\,\hat{j} \text{ m/s}$$

$$\vec{V}_3 = -\omega(4) = -8{,}00\,\hat{j} = -8{,}0\,\hat{j} \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \quad \text{Energía total} = \frac{1}{2}(4)(6)^2 + \frac{1}{2}(2)(-4)^2 + \frac{1}{2}(3)(-8)^2$$

$$\therefore \quad \text{Energía total} = 184{,}0 \text{ joules}$$

20. Las manecillas de las horas y los minutos del Big Ben en Londres miden 2,7 m y 4,5 m de largo y tienen masas de 60 kg y 100 kg, respectivamente. Calcule la energía cinética rotacional de las dos manecillas alrededor del eje de rotación. (Modele las manecillas como largas barras delgadas).



Resolución :

Masa del horario = 60 kg

Masa del minutero = 100 kg

Sabemos que el momento de inercia de una barra que rota por uno de sus extremos es $\frac{1}{3}ML^2$ entonces: $\quad I_{horario} = \frac{1}{3}(60)(2{,}7)^2 = 145{,}8$ kg.m^2

$$I_{minutero} = \frac{1}{3}(100)(4{,}5)^2 = 675 \text{ kg.m}^2$$

Por otro lado: $\quad \omega_{hora} = \frac{\pi}{6} \times \left(\frac{1}{T}\right) \qquad \omega_{minutero} = 2\pi \cdot \left(\frac{1}{T}\right)$

como los periodos son iguales, luego:

$$\omega_{horario} = \frac{\pi}{6(3\,600 \text{ s})} = \frac{3{,}1416}{6\,(3\,600)} = 145 \times 10^{-6} \text{ rad/s}$$

$$\omega_{minutero} = \frac{2\pi}{3\,600 \text{ s}} = \frac{2(3{,}1416)}{3\,600} = 175 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

por último: $E_{rotacional\ horario} = \frac{1}{2}(145{,}8)(145 \times 10^{-6})^2 = 1{,}5 \times 10^{-6}$ joules

$$E_{rotacional\ minutero} = \frac{1}{2}(675)(175 \times 10^{-5})^2 = 103{,}36 \times 10^{-5} \text{ joules}$$

21. Dos masas M y m están conectadas por medio de una barra rígida de longitud L y masa despreciable, como se ve en la figura P10.21. Para un eje perpendicular a la barra, demuestre que el sistema tiene el momento de inercia mínimo cuando el eje pasa por el centro de masa. Demuestre que este momento de inercia es $I = \mu L^2$, donde $\mu = mM / (m + M)$.

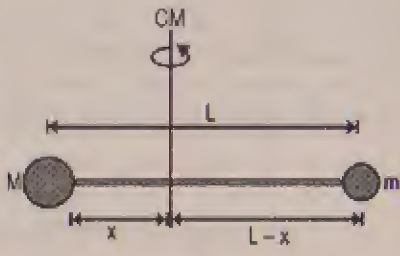
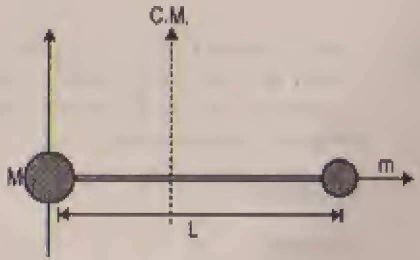


Figura P10.21

Resolución :

$$x_{CM} = \frac{mL}{M+m} + 0$$



$$\Rightarrow \quad I_{CM} = M\left(\frac{mL}{M+m}\right)^2 + m\left(L - \frac{mL}{M+m}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad I_{CM} = \frac{M\,m^2 L^2}{(M+m)^2} + \frac{m\,M^2.L^2}{(M+m)^2}$$

$$\therefore \quad I_{CM} = \frac{mML^2(M+m)}{(M+m)^2} = \frac{mML^2}{M+m}$$

Pero: $\mu = \dfrac{mM}{m+M} \Rightarrow I_{CM} = \mu L^2$ l.q.q.d.

CÁLCULO DE MOMENTOS DE INERCIA

22. Tres barras idénticas de longitud *L*, masa *m* y radio *r* se colocan perpendiculares entre sí, como se indica en la figura P10.22. El arreglo se hace girar alrededor de un eje que pasa por el extremo de una barra y es paralelo a otra. Determine el momento de inercia de esta configuración.

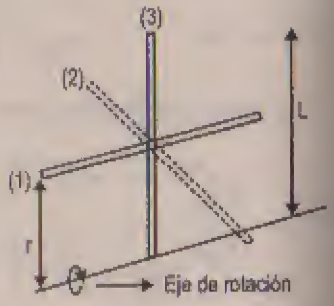


Figura P10.22

Resolución :

$$I_{1/eje} = I_{1/CM} + Mr^2 = \frac{1}{12}ML^2 + Mr^2$$

$$I_{2/eje} = I_{2/CM} + Mr^2 = \frac{1}{12}ML^2 + Mr^2 \Rightarrow \quad I_{3/eje} = I_{3/extremo} = \frac{1}{3}ML^2$$

Entonces el momento de inercia de la configuración será:

$$I_{1/eje} + I_{2/eje} + I_{3/eje}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{12}ML^2 + Mr^2 + \frac{1}{12}ML^2 + Mr^2 + \frac{1}{3}ML^2$$

$$\therefore \quad I_{configuración} = \frac{1}{2}ML^2 + 2Mr^2 = M\left(\frac{L^2}{2} + 2r^2\right)$$

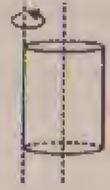
23. Con el teorema de ejes paralelos y con la tabla 10.2 encuentre los momentos de inercia de a) un cilindro sólido alrededor de un eje paralelo al eje del centro de masa y que pase por el borde del cilindro, y b) una esfera sólida alrededor de un eje tangente a su superficie.

Resolución :

Parte (a)

Hallando el momento de inercia de un cilindro sólido alrededor de un eje paralelo al eje del centro de masa.

Sabemos: $I_{CM} = \dfrac{1}{2}MR^2$



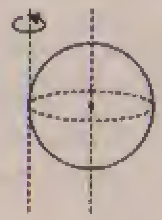
$$\Rightarrow \quad I = I_{CM} + MR^2 = \frac{1}{2}MR^2 + MR^2$$

$$\therefore \quad I = \frac{3MR^2}{2}$$

Parte (b)

Hallando el momento de inercia de una esfera sólida alrededor de un eje tangente a su superficie

Sabemos: $I_{CM} = \dfrac{2}{5}MR^2$



$$\Rightarrow \quad I = I_{CM} + MR^2 = \frac{2}{5}MR^2 + MR^2$$

$$\therefore \quad I = \frac{7MR^2}{5}$$

MOMENTO DE TORSIÓN

24. Con las longitudes y masas indicadas en el problema 20, a) determine el momento de torsión total debido al peso de las manecillas del Big Ben en torno del eje de rotación cuando la hora marca i) 3:00, ii) 5:15, iii) 6:00, iv) 8:20, v) 9:45. (Modele las manecillas como largas barras delgadas.) b) Determine todas las veces (hasta el segundo) cuando el momento de torsión total en torno del eje de rotación es cero.

Resolución :

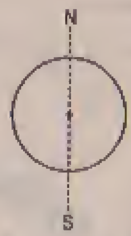
(3:00) $\quad \tau_H \neq 0 \quad \tau_M = 0 \quad \Rightarrow \quad \tau_{eje} = (60)(9{,}81)\left(\dfrac{2{,}7}{2}\right) = 795 \text{ N.m}$

(5:15) $\quad \tau_H \neq 0 \quad \tau_M \neq 0 \quad \Rightarrow \tau_{eje} = \tau_H + \tau_M = 100\,(9{,}81)\left(\dfrac{4{,}5}{2}\right) - (60)(9{,}81)\left(\dfrac{2{,}7}{2}\right)\operatorname{sen}30°$

$$\Rightarrow \quad \tau_{eje} = 2\,207{,}25 - 397{,}305 = 1\,809{,}9 \text{ N.m}$$

Parte (b)

Nota: cuando el momento total de torsión sea cero, las agujas del reloj deben coincidir con el eje de rotación ya sea en la dirección norte o sur.



En consecuencia marcará las siguientes horas:

12:00 (a.m.; p.m.); (12:30)(a.m.; p.m.); 6:00 (a.m.; p.m.); 6:30 (a.m.; p.m.); y también cuando las sumas de momentos de torsión del minutero, segundero y hora sean iguales a cero.

25. Encuentre el momento de torsión neto sobre la rueda de la figura P10.25 alrededor de un eje que pase por *O* si *a* = 10 cm y *b* = 25 cm.

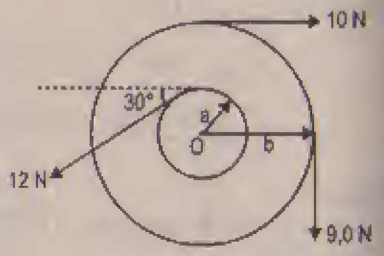
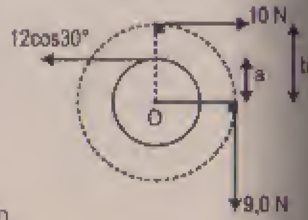


Figura P10.25

Resolución :



a = 0,1 m ; b = 0,25 m

$\Sigma\tau_0 = \Sigma F \cdot d$

$\Rightarrow \quad (12\cos 30°)(a) - 9(b) - 10(b) = \tau_0$

$\Rightarrow \quad 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}(0,1) - 9(0,25) - 10(0,25) = \tau_0$

$\therefore \quad \tau_{total/O} = -3,711$ N.m

26. Encuentre la masa *m* necesaria para equilibrar la camioneta de 1 500 kg sobre la pendiente mostrada en la figura P10.26. Suponga que todas las poleas son sin fricción y sin masa.

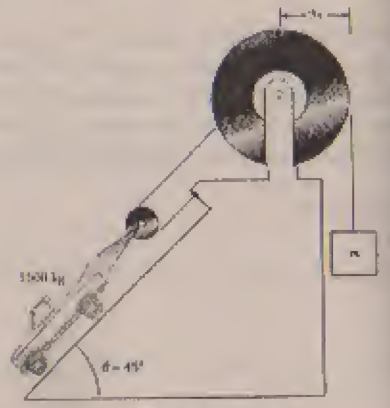
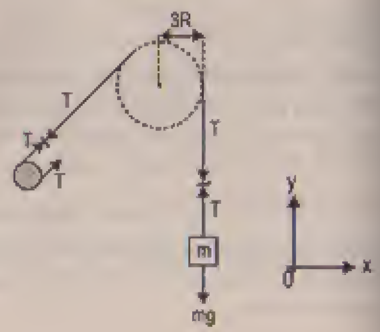


Figura P10.26

Resolución :26

Considerar: g = 9,81 m/s²



Para la camioneta: $\Sigma F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad 1\,500 \,\text{sen}45 = 2T$

$\Rightarrow \quad 1\,500\,\frac{\sqrt{2}}{2} = 2T$

$\therefore \quad T = 375\sqrt{2} = 530,325$ N

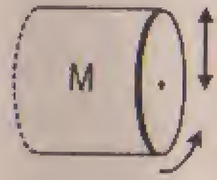
Por otro lado:

Para la masa: $T - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad 532,325 = m(9,81)$

$\therefore \quad m = 54,06$ kg

27. Un volante en la forma de un cilindro sólido de radio *R* = 0,60 m y masa *M* = 15 kg puede llevarse hasta una velocidad angular de 12 rad/s en 0,60 s por medio de un motor que ejerce un momento de torsión constante. Después de que el motor se apaga, el volante efectúa 20 rev antes de detenerse por causa de la fricción (supuesta constante durante la rotación). ¿Qué porcentaje de la potencia generada por el motor se emplea para vencer la fricción?

Resolución :



M = 15 kg R = 0,6 m t = 0,6 s f = 20 rev/s ω = 12 rad/s

$I_{\text{cilindro sólido}} = \frac{1}{2}M.R^2 = \frac{1}{2}(15)(0,6)^2 = 2,7$ kg.m²

$\Rightarrow \quad \omega_f = \omega_i + \alpha.t$

$\Rightarrow \quad 12 = 0 + \alpha(0,6) \qquad \therefore \quad \alpha = 20,0$ rad/s²

Entonces: $\tau_{motor} = \alpha.I = \frac{1}{2}(20,00)(15)(0,6)^2$

$\therefore \quad \tau_{motor} = 54,00$ N.m

Hallando la potencia generada por el motor:

$\tau \cdot \omega = 54 \times 12 = 648$ watts

Por otro lado: $20 = \frac{1}{T} \quad \Rightarrow \quad T = 0,05$ s

Potencia de la fricción: 54 × (0,3348)

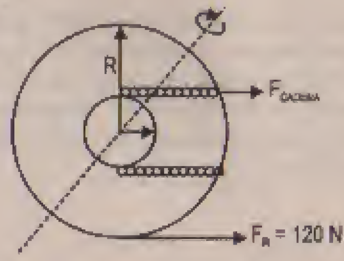
Si: 648 → 100%

54 × (0,3348) → x $\qquad \therefore \quad$ x = 2,79%

RELACIÓN ENTRE MOMENTO DE TORSIÓN Y ACELERACIÓN ANGULAR

28. Una rueda de bicicleta tiene un diámetro de 64,0 cm y una masa de 1,80 kg. La bicicleta se sitúa sobre una plataforma estacionaria sobre unos rodillos, y se aplica una fuerza resistiva de 120 N al borde de la llanta. Suponga que toda la masa de la rueda se concentra sobre el radio exterior. Para brindar a la rueda una aceleración de 4,5 rad/s², ¿qué fuerza debe aplicar una cadena que pasa por: a) un diente de engranaje de 9,0 cm de diámetro, y b) por uno de 5,6 cm de diámetro.

Resolución :



Masa de la cuerda = 1,80 kg
R = 0,32 m

Parte (a)

Para $r = 0{,}045$ m $\quad \alpha = 4{,}5$ rad/s²

$$\Sigma\tau_{eje} = I_{rueda\ hueca}\cdot\alpha$$

$$\Rightarrow \quad F\times r - 120\,R = \frac{1}{2}M\,(R^2 + r^2)\,\alpha$$

$$\Rightarrow \quad F\,(0{,}045) = 120\,(0{,}32) + \frac{1}{2}(1{,}80)\;[(0{,}32)^2 + (0{,}045)^2]\,(4{,}5)$$

$$\therefore \quad F = 862{,}73 \text{ N}$$

Parte (b)

Para $r = 0{,}028$ m $\quad \alpha = 4{,}5$ rad/s²

$$\Sigma\tau_{eje} = I_{rueda\ hueca}\times\alpha$$

$$\Rightarrow \quad F.r - 120\,R = \frac{1}{2}M\,(R^2 + r^2)\,.\,\alpha$$

$$\Rightarrow \quad F(0{,}028) = 120\,(0{,}32) + \frac{1}{2}(1{,}80)\;[(0{,}32)^2 + (0{,}028)^2]\,(4{,}5)$$

$$\therefore \quad F = 1\,386{,}36 \text{ N}$$

29. Un bloque de masa $m_1 = 2{,}00$ kg y uno de masa $m_2 = 6{,}00$ kg se conectan por medio de una cuerda sin masa sobre una polea que tiene la forma de un disco con radio R = 0,25 m y masa M = 10,0 kg. Asimismo, se deja que los bloques se muevan sobre un bloque fijo en forma de cuña con un ángulo θ = 30,0° como muestra la figura P10.29. el coeficiente de fricción cinético es 0,36 para ambos bloques. Determine a) la aceleración de los bloques, y b) la tensión en la cuerda.

29.A Un bloque de masa m_1 y uno de masa m_2 se conectan por medio de una cuerda sin masa sobre una polea que tiene la forma de un disco con radio *R* y masa *M*, asimismo, se deja que los bloques se muevan sobre un bloque fijo en forma de cuña con un ángulo θ como muestra la figura P10.29. el coeficiente de fricción cinético es μ para ambos bloques. Determine a) la aceleración de los dos bloques y b) la tensión en la cuerda.

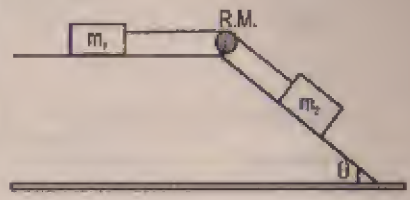


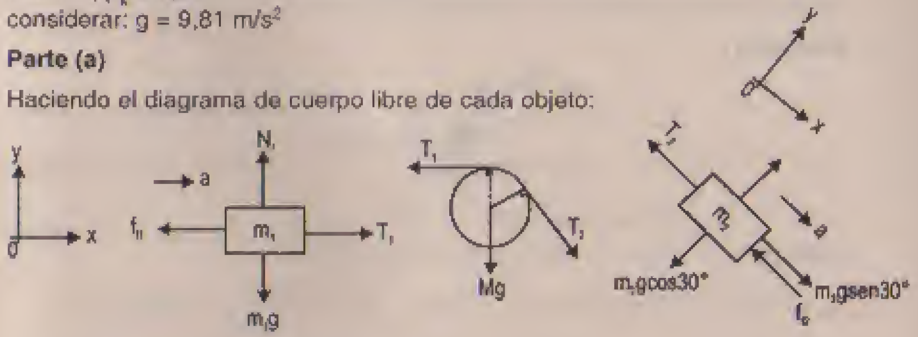
Figura P10.29

Resolución :

$m_1 = 2$ kg ; $m_2 = 6$ kg $\qquad$ R = 0,25 m ; M = 10 kg
$\theta = 30°$; $\mu_k = 0{,}36$
considerar: g = 9,81 m/s²

Parte (a)

Haciendo el diagrama de cuerpo libre de cada objeto:



Por la segunda ley de Newton (para m_1)

$$\Sigma F_y = 0 \quad\Rightarrow\quad N_1 = m_1g$$

$$\Sigma F_x = m_1a \;\Rightarrow\; T_1 - f_{11} = m_1a$$

$$\Rightarrow \quad T_1 = m_1a + m_1g\,.\,\mu_k \qquad \dots(1)$$

Por la segunda ley para m_2

$$\Sigma F_y = 0 \quad\Rightarrow\quad N_2 = m_2g\cos30°$$

$$\Sigma F_x = m_2a \quad\Rightarrow\quad m_2\text{sen}30° - T_2 - f_{12} = m_2a$$

$$\therefore \quad T_2 = m_2g\text{sen}30° - \mu_k m_2\cos30° - m_2a \qquad \dots(2)$$

Además: $\qquad T_1R - T_2R = I_{polea}\cdot\dfrac{a}{R}$

$$\Rightarrow \quad T_1 - T_2 = \frac{1}{2}MR^2\left(\frac{a}{R^2}\right) = -\frac{M(a)}{2} \qquad \dots(3)$$

Restando (1) – (2):

$$T_1 - T_2 = m_1a + m_1g\,\mu_k - m_2g\text{sen}30° + \mu_k m_2g\cos30° + m_2a$$

$$-\frac{M(a)}{2} = (m_1 + m_2)a - m_2g\,(\text{sen}30° - \mu_k\cos30°) + m_1g\,\mu_k$$

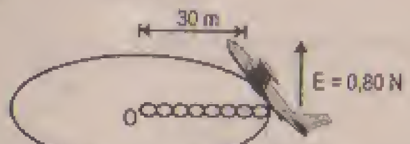
Luego $$a = \frac{g\left[m_2\,(\text{sen }30^\circ - \mu_k \cos 30^\circ) - m_1\,\mu_k\right]}{\left(m_1 + m_2 + \frac{M}{2}\right)}$$

Reemplazando: resulta que: $a = 0{,}309\ \text{m/s}^2$

Parte (b) $T_1 = 7{,}67$ N; $T_2 = 9{,}22$ N

30. Un avión a escala cuya masa es de 0,75 kg se ata a un alambre de manera que vuela en un círculo de 30 m de radio. El motor del avión brinda un empuje neto perpendicular al alambre de 0.80 N. a) Encuentre el momento de torsión que el empuje neto produce alrededor del centro del círculo. b) Encuentre la aceleración angular del avión cuando efectúa un vuelo nivelado. c) Encuentre la aceleración lineal del avión tangente a su trayectoria de vuelo.

Resolución :



Masa del avión = 0,75 kg

$I_o = 0{,}75 \times (30)^2 = 675\ \text{kg.m}^2$

Parte (a) $\tau_o = E\,.\,(30) = (0{,}80)(30) = 24$ N.m

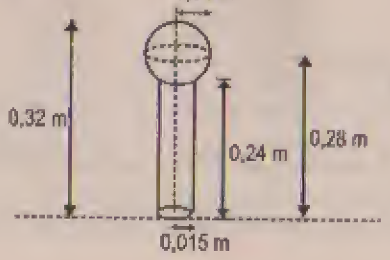
Parte (b) Sabemos que: $\tau_o = \alpha\,.\,I_o \Rightarrow \alpha = \frac{24}{675} = 0{,}036\ \text{rad/s}^2$

Parte (c) $a_{lineal} = a_T = \alpha.R \Rightarrow = (0{,}036)(30) = 1{,}067\ \text{m/s}^2$

TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA EN EL MOVIMIENTO ROTACIONAL

31. Una barra cilíndrica de 24 cm de largo tiene una masa de 1,2 kg y un radio de 1,5 cm. Una bola de 20 kg de 8,0 cm de diámetro está unida a uno de los extremos. El arreglo está originalmente vertical con la bola en el extremo superior y tiene libertad de girar alrededor del otro extremo. Después de que el sistema bola-barra ha recorrido un cuarto de giro, ¿cuáles son a) la energía cinética rotacional, b) la velocidad angular; y c) la velocidad lineal de la bola? d) ¿Cómo se compara la velocidad lineal de la bola con la velocidad si la bola hubiera caído libremente desde una distancia igual al radio (28 cm)?

Resolución :



$M_{barra} = 1{,}2$ kg

$M_{bola} = 20$ kg

$\theta = \pi/2$

Parte (a) $F = (20{,}0)(9{,}81) = 196{,}20$ N (F cte)

$\Rightarrow dW = F\,ds = (196{,}20)(0{,}28)$

$\therefore \int dW = W_{bola} = 54{,}936$ joules

Luego $W_{barra} = (12\ \text{kg})(9{,}81)(0{,}12) = 1{,}41264$ joules

Por el teorema del trabajo y la energía:

$$W = E_K = E_{rotacional}$$

$\Rightarrow E_R = W_{total} = 54{,}936 + 1{,}41264$

$\therefore E_{rotacional} = 56{,}3$ joules

Parte (b) $E_R = \frac{1}{2} I.\omega^2$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{2E_R}{I}} = \omega \qquad \therefore \omega = 8{,}38$ rad/s

pero $I_{sistema} = I_{bola} + I_{barra} = [\frac{2}{5} MR^2 + M(0{,}28)^2] + [\frac{1}{3} ML^2]$

$\Rightarrow I_{sistema} = (\frac{2}{5}(20)(0{,}04)^2 + 20(0{,}28)^2) + (\frac{1}{3}(1{,}2)(0{,}24)^2)$

$\therefore I_{sistema} = 1{,}60384\ \text{kg.m}^2$

Parte (c) $v_{bola} = \omega.R = (8{,}38)(0{,}28)$

$\therefore v_{bola} = 2{,}35$ m/s

Parte (d)

$v_{bola} = \sqrt{2(9{,}81)(0{,}28)} = 2{,}344$ m/s

Son aproximadamente igual (c) con (d)

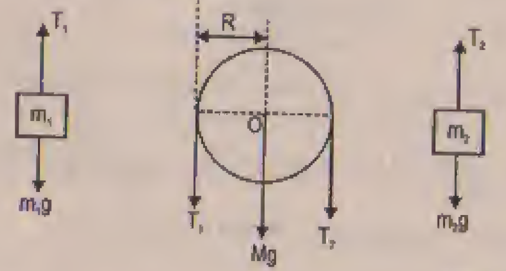
32. Una masa de 15 kg y una de 10 kg están suspendidas por una polea que tiene un radio de 10 cm y una masa de 3,0 kg (Fig. P10.32). La cuerda tiene una masa despreciable y hace que la polea gire sin deslizar. La polea gira sin fricción. las masas empiezan a moverse desde el reposo cuando están separadas por una distancia de 3,0 m. Trate a la polea como un disco uniforme, y determine la velocidad de las dos masas cuando pasan una frente a la otra.

32A. Una masa m_1 y una masa m_2 están suspendidas por una polea que tiene un radio R y una masa m_3 (Fig. P10.32). La cuerda tiene una masa despreciable y hace que la polea gire sin deslizar. La polea gira sin fricción. Las masas empiezan a moverse desde el reposo cuando están separadas por una distancia d. Trate a la polea como un disco uniforme, y determine las velocidades de las dos masas cuando pasan una frente a la otra.

Figura P10.32

Resolución :

$g = 9{,}81\ m/s^2$; $I_{polea} = \frac{1}{2}MR^2$



Sabemos que: $T_1(R) - T_2(R) = I\,\alpha = I\frac{(a)}{R} = \frac{MR^2}{2}\left(\frac{a}{R}\right)$

$$\therefore \quad T_1 - T_2 = \frac{M}{2}(a) \qquad \ldots (1)$$

Por conservación de la energía mecánica del sistema:

Entonces: $E_{M\,inicial} = E_{M\,final}$

$$\Rightarrow \quad m_1gh = \frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_2v^2 + \frac{1}{2}I_{polea}\cdot\omega^2$$

$$\Rightarrow \quad m_1gh = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\,v^2 + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}M\,.\,R^2\right)\left(\frac{v^2}{R^2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad m_1gh = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\,v^2 + \frac{1}{4}M.v^2$$

$$\Rightarrow \quad m_1gh = \frac{1}{2}v^2\left[(m_1 + m_2) + \frac{M}{2}\right]$$

En consecuencia: $$v^2 = \frac{2m_1gh}{\left[m_1 + m_2 + \frac{M}{2}\right]}$$

$$\therefore \quad v = \left[\frac{2m_1gh}{(m_1 + m_2 + M/2)}\right]^{1/2}$$

Reemplazando: $h = 3{,}0\ m$; $m_1 = 15\ kg$; $m_2 = 10\ kg$

$M = 3{,}0\ kg$; $g = 9{,}81\ m/s^2$

Luego: $$v = \left[\frac{2(15)(9{,}81)(3)}{(15 + 10 + (3)/2)}\right]^{1/2}$$

$$\therefore \quad v = 5{,}77\ m/s$$

33. a) Un disco sólido uniforme de radio R y masa M puede girar libremente sobre un pivote sin fricción que pasa por un punto sobre su borde (Fig. P10.33). Si el disco se libera desde el reposo en la posición mostrada por el círculo verde, ¿cuál es la velocidad de su centro de masa cuando el disco alcanza la posición indicada por el círculo punteado? b) ¿Cuál es la velocidad del punto más bajo sobre el disco en la posición del círculo punteado? c) Repita el inciso a) para un aro uniforme.

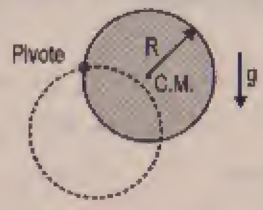


Figura P10.33

Resolución :

Masa del disco = M ; $I_{disco/C.M} = \frac{1}{2}M.R^2$

$I_{disco/piv} = \frac{1}{2}MR^2$

Parte (a)

Por conservación de energía: $E_{M\,inicial} = E_{M\,final}$

$$\Rightarrow \quad MgR = \frac{1}{2}I_{piv}\,\omega^2$$

$$\Rightarrow \quad MgR = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}MR^2\right)\left(\frac{v_{CM}^2}{R^2}\right) \qquad \therefore \quad v_{CM} = 2\left[\frac{gR}{3}\right]^{1/2}$$

Parte (b)

Por conservación de energía:

Como: $$v_{CM} = 2\left(\frac{gR}{3}\right)^{1/2} = \omega.R \quad \Rightarrow \quad \omega = 2\left(\frac{g}{3R}\right)^{1/2}$$

Luego la velocidad en el punto más bajo será:

$$v = \omega \cdot (2R) \quad \Rightarrow \quad v = 2R\left(2\left(\frac{g}{3R}\right)^{1/2}\right) = 4\left[\frac{gR}{3}\right]^{1/2}$$

Parte (c)

Para un aro es igual, solamente cambia I_{aro}

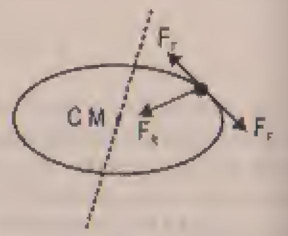
34. Un grueso disco de piedra de una rueda de alfarero de 0,50 m de radio y 100 kg de masa gira libremente a 50 rev/min. El alfarero puede detener la rueda en 6,0 s presionando su borde con un trapo húmedo y ejerciendo una fuerza radial hacia adentro de 70 N. Encuentre el coeficiente efectivo de fricción cinética entre la rueda y el trapo húmedo.

Resolución:

$F_{radial} = 70$ N ; $t = 6{,}0$ s

$R = 0{,}5$ m ; $g = 9{,}81$ m/s²

$M = 100$ kg ; $f = 50$ rev/min



Sabemos que: $\omega_i = \left(\frac{5}{6}\right)(2\pi) = 5{,}24$ rad/s

Además: $F_{radial} = M \cdot \frac{v^2}{R} = M\omega^2 \cdot R \Rightarrow \omega_{final} = 11{,}84$ rad/s

$\Rightarrow \quad \omega_f = \omega_i + \alpha t \Rightarrow 11{,}84 = 5{,}24 + \alpha(6) \quad \therefore \quad \alpha = 1{,}1$ rad/s²

Como: $F_T = F_{fricción} = \mu_k \cdot mg$

$\Rightarrow \quad \mu_k = \alpha/g.R = 1{,}1/(9{,}8)(0{,}5) = 0{,}22$

35. Un peso de 50,0 N se une al extremo libre de una cuerda ligera enrollada alrededor de una polea de 0,250 m de radio y 3,00 kg de masa. La polea puede girar libremente en un plano vertical en torno del eje horizontal que pasa por su centro. El peso se libera 6,00 m sobre el piso. a) Determine la tensión en la cuerda, la aceleración de la masa y la velocidad con la cual el peso golpea el piso. b) Determine la velocidad calculada en el inciso a) empleando el principio de la conservación de la energía.

Resolución:

$R = 0{,}25$ m

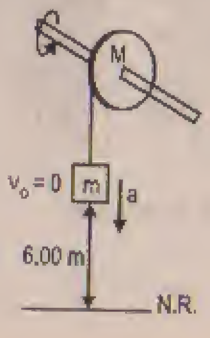
$M = 3{,}00$ kg

Peso de m = 50 N

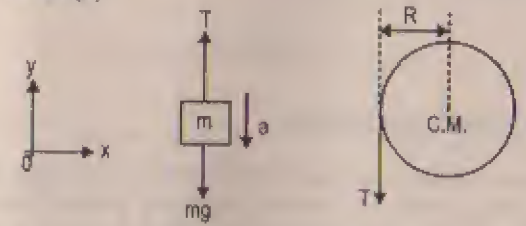
Masa de m = 5,1 kg

Considerar $g = 9{,}81$ m/s²

$I_{disco} = \frac{1}{2}MR^2$



Parte (a)



$I_{CM} = \frac{1}{2}MR^2$

$\Rightarrow \quad I_{CM} = 0{,}094$ kg.m²

$$\tau_{CM} = I_{CM} \cdot \alpha \Rightarrow T.R = I_{CM}\left(\frac{a}{R}\right) \quad \therefore \quad T = I_{CM}\frac{a}{R^2}$$

por otro lado: $mg - T = ma \quad \Rightarrow \quad mg - I_{CM}\frac{a}{R^2} = ma$

$$\Rightarrow \quad a\left(m + \frac{I_{CM}}{R^2}\right) = mg \quad \therefore \quad a = \frac{mg}{m + \frac{I_{CM}}{R^2}}$$

Reemplazando datos: $a = 7{,}575$ m/s² ; $T = 11{,}36$ N

Por el teorema del trabajo y la energía: $W_{total} = \Delta E_K$

$$\Rightarrow \quad mg(6) - T(6) = \frac{1}{2}m\,v^2$$

$$\Rightarrow \quad 6(50 - 11{,}36) = \frac{1}{2}(5{,}1)\,v^2 \quad \therefore \quad v = 9{,}53 \text{ m/s (hacia abajo)}$$

Parte (b)

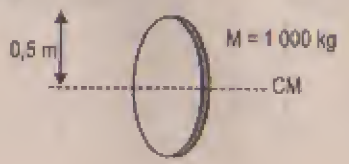
Por conservación de energía $\quad \Delta E_{K\,masa} = \frac{1}{2}m.v^2$

$$\Rightarrow \quad \Delta U_{IC} + \Delta E_{k\,I\,ext} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow \quad mg\,6 + (T)(-6) = \frac{1}{2}mv^2 \quad \therefore \quad v = 9{,}53 \text{ m/s}$$

36. Un autobús está diseñado para extraer su potencia de un volante que se lleva a su máxima velocidad (3 000 rpm) por medio de un motor eléctrico. El volante es un cilindro sólido de 1 000 kg de masa y 1,00 m de diámetro. Si el autobús necesita una potencia promedio de 10,0 kW, ¿cuánto debe girar el volante?

Resolución:



f = 3 000 RPM = 50 rev/s

Potencia promedio = 10 kW

$\omega = 2\pi f = 2(3{,}1416)(50) = 314{,}16$ rad/s

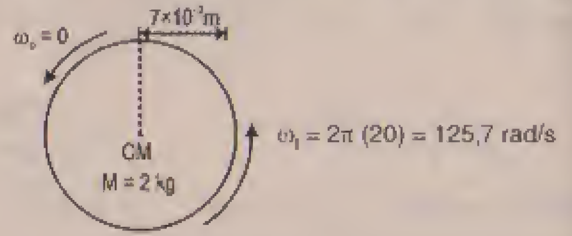
Potencia $= \tau \cdot \omega$

$\Rightarrow \quad 10 \text{ kW} = \tau(3{,}1416) \qquad \therefore \quad \tau = 31{,}8$ N.m

PROBLEMAS ADICIONALES

37. Una rueda de molienda tiene la forma de un disco sólido uniforme de 7,00 cm de radio y 2,00 kg de masa. Empieza a moverse desde el reposo y acelera uniformemente bajo la acción del momento de torsión constante de 0,600 N.m que el motor ejerce sobre la rueda. a) ¿Cuánto tarda la rueda en alcanzar su velocidad final de 1 200 rev/min? b) ¿Cuántas revoluciones efectúa mientras se acelera?

Resolución:



Parte (a) $\tau_{CM} = I_{CM} \cdot \alpha \Rightarrow 0{,}6 = \dfrac{(2)\left(7\times10^{-2}\right)^2}{2}(\alpha)$

$\therefore \quad \alpha = 122{,}45 \text{ rad/s}^2 \qquad \Rightarrow \qquad \omega_f = \omega_i + \alpha . t$

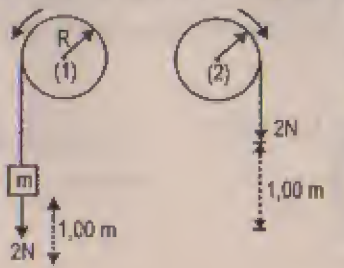
$\Rightarrow \quad 125{,}7 = 0 + (122{,}45) . t \qquad \therefore \quad t = 1{,}03$ s

Parte (b) $\theta = \dfrac{1}{2}(122{,}45)(1{,}03)^2 \qquad \therefore \quad \theta = 64{,}95$ rad

$\therefore \quad \text{n.° revoluciones} = \dfrac{64{,}95 \text{ rad}}{2\pi \text{ rad}} = 10{,}34$ revoluciones

38. Dos discos idénticos que tienen un momento de inercia de 0,0080 kg.m² y 10 m de radio pueden girar libremente sobre ejes sin fricción. Un disco tiene un peso de 2,0 N unido a él mediante una cuerda enrollada alrededor de la circunferencia, en tanto que el otro tiene una fuerza de 2,0 N aplicada a su cuerda. ¿Cuál de los discos gira más rápido después de que 1,0 m de cuerda se ha desenrollado? Explique.

Resolución:



$I_1 = 0{,}0080$ kg.m²

$I_2 = 0{,}0080$ kg.m²

$R = 10$ m

$\tau_2 = T.R = I_{disco_2} \times \alpha \Rightarrow \alpha_{(2)} = 2\,500 \text{ rad/s}^2$

- Por otro lado: $v^2 = v_o^2 + 2\,a_T(3) \Rightarrow \quad \omega_{f_2} = 22{,}36$ rad/s
- Por otro lado: $\tau_1 = T.R = I_{discos}\left(\dfrac{a}{R}\right) \Rightarrow \quad T = \dfrac{(0{,}0080)}{100}(a)$

Además:

$$2 - T = m(a) \quad \Rightarrow \quad 2 = 0{,}00008\, a + \frac{2}{(9{,}81)}(a) \quad \therefore \quad a = 9.8 \text{ m/s}^2$$

$\Rightarrow \quad \alpha_{(2)} = 0{,}98 \text{ rad/s}^2$

En consecuencia el disco (2) se desenrrolla más rápido que el disco (1) porque $\alpha_{(2)} >> \alpha_{(1)}$

39. La caña de pescar de la figura P10.39 forma un ángulo de 20° con la horizontal. ¿Cuál es el momento de torsión ejercido por el pez alrededor de un eje perpendicular a la página y que pasa por la mano del pescador?

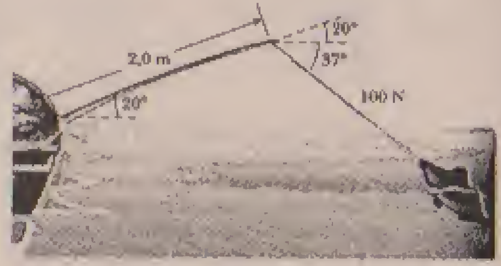
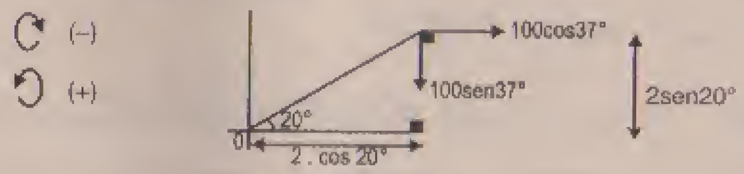


Figura P10.39

Resolución:

Considerar: $\operatorname{sen} 20° \approx 0{,}345$
$\cos 20° \approx 0{,}9386$



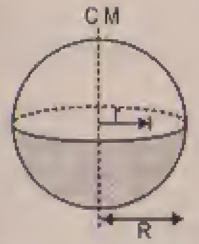
$$\tau_o = -100\cos 37°\,(2\operatorname{sen} 20°) - 100\operatorname{sen} 37°\,(2\cos 20°)$$

$$\Rightarrow \quad \tau_o = -100\left(\frac{4}{5}\right)(2)(0{,}345) - 100\left(\frac{3}{5}\right)(2)(0{,}9386)$$

$$\therefore \quad \tau_o = 167{,}8 \text{ N.m}$$

40. La densidad de la Tierra, a cualquier distancia r desde su centro, es aproximadamente $\rho_{Tierra} = \left[14{,}2 - 11{,}6\left(\dfrac{r}{R}\right)\right]\times10^3 \text{kg/m}^3$ donde R es el radio de la Tierra. Demuestre que esta densidad conduce a un momento de inercia $I = 0{,}330\, MR^2$ en torno de un eje que pasa por el centro, donde *M* es la masa de la Tierra.

Resolución :



Radio de la Tierra = R

Masa de la Tierra = M

$$\rho_{Tierra} = \left[14{,}2 - 11{,}6\left(\frac{r}{R}\right)\right]\times 10^3\,kg/m^3$$

Por demostrar: $I_{CM} = 0{,}330\,MR^2$

Sabemos que: $\dfrac{M}{V} = \rho$

$$\Rightarrow \quad \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \rho \quad \Rightarrow \quad dm = \left[\left(4\pi r^2\right)\rho + \rho'\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)\right] dr$$

$$\therefore \quad dm = \left[4\pi r^2\times 10^3\left[14{,}2 - 11{,}6\left(\frac{r}{R}\right)\right] - \left(\frac{11{,}6}{R}\times 10^3\right)\frac{4}{3}\pi r^3\right] dr$$

Luego:

$$I_{CM} = \int r^2 dm = \left(4\times 10^3\pi\times 14{,}2\right)\int_0^R r^4\,dr - \frac{464\times 10^2\pi}{R}\int_0^R r^5\,dr - \frac{46\,400\,\pi}{3R}\int_0^R r^5 dr$$

$$\Rightarrow \quad I_{CM} = \frac{4}{5}\pi R^5\,(14\,200) - \frac{46\,400}{6}\pi R^5 - \frac{46\,400}{18}\pi R^5$$

$$\Rightarrow \quad I_{CM} = 11\,360\,\pi R^5 - \frac{92\,800\pi}{9}R^5$$

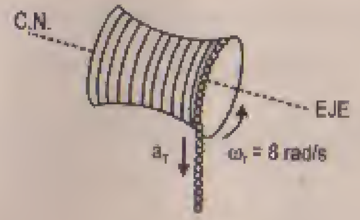
Como $\quad M_{Tierra} = V.\rho = \left(2{,}6\times 10^3\right)\left(\dfrac{4}{3}\pi R^3\right) = \dfrac{10\,400}{3}\pi R^3$

Entonces: $I_{CM} = \dfrac{9\,440}{9}\pi R^5 = \left(\dfrac{10\,400}{3}\pi R^3\right)\left(\dfrac{9\,400}{10\,400}\right)\left(\dfrac{1}{3}\right)R^2$

$$\therefore \quad I_{CM} = 0{,}330\,MR^2 \qquad \text{l.q.q.d}$$

41. Una ligera cuerda de nylon de 4,00 m está enrollada en un carrete cilíndrico uniforme de 0,500 m de radio y 1,00 kg de masa. El carrete está montado sobre un eje sin fricción y se encuentra inicialmente en reposo. La cuerda se jala del carrete con una aceleración constante de 2,50 m/s^2 a) ¿Cuánto trabajo se ha efectuado sobre el carrete cuando éste alcanza una velocidad angular de 8,00 rad/s? b) Suponiendo que no hay suficiente cuerda sobre el carrete, ¿cuánto tarda éste en alcanzar esta velocidad angular? c) ¿Hay la suficiente cuerda sobre el carrete?

Resolución :



$R = 0{,}5$ m
$M = 1$ kg
$L = 4$ m
$\omega_0 = 0$

Parte (a)

Sabemos que: $I_{CM} = \dfrac{1}{2}MR^2$

$$W = \Delta E_{rotacional} = \frac{1}{2}I\,\omega_f^2 - \frac{1}{2}I\,\omega_0^2$$

Por otro lado: $a_T = \alpha R \;\Rightarrow\; 2{,}5 = \alpha\,(0{,}5) \qquad \therefore\; \alpha = 5\ rad/s^2$

$$\Rightarrow \quad W = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)(1)\,(0{,}5)^2\,(8)^2 - 0$$

$$\therefore \quad W = 4{,}00 \ \text{joules}$$

Parte (b) $\quad \omega_f = \omega_i + \alpha t$

$$\Rightarrow \quad 8 = 0 + 5t \;\Rightarrow\; t = 1{,}6\ s$$

Parte (c) $\quad \omega_f = \dfrac{v}{R} \;\Rightarrow\; v_f = (8)(0{,}5) = 4\ m/s$

$$\Rightarrow \quad s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}a_T\,t^2$$

$$\Rightarrow \quad s = \frac{1}{2}(2.5)(1.6)^2 \qquad \therefore\; s = 3{,}2\ m$$

En consecuencia hay suficiente cuerda en el carrete.

42. Un volante que tiene la forma de un pesado disco circular de 0,600 m de diámetro y 200 kg de masa se monta sobre un cojinete sin fricción. Un motor conectado al volante lo acelera desde el reposo hasta 1 000 rev/min. a) ¿Cuál es el momento de inercia del volante? b) ¿Cuánto trabajo se realiza sobre éste durante la aceleración? c) Después de que se alcanzan 1 000 rev/min, se desengrana el motor. Con un freno de fricción se disminuye la tasa rotacional hasta 500 rev/min. ¿Cuánta energía se disipa como calor en el freno de fricción?

Resolución :

$I_{CM\,disco} = \dfrac{1}{2}MR^2 \quad ; \quad \omega_0 = 0$

$M_{disco} = 200$ kg $\quad ; \quad f = 100$ rev/min

$R_{disco} = 0{,}300$ m

Parte (a) $\tau_{CM} = I.\alpha$

Sabemos: $\omega_f = 2\pi.f = 2(3,1416)\left(\frac{1\,000}{60}\right) = 105 \text{ rad/s}$

$$\Rightarrow \quad I_{CM} = \frac{1}{2}(200)(0,3)^2 = 9 \text{ kgm}^2$$

Parte (b) $W = \frac{1}{2} I\omega_f^2 - \frac{1}{2} I\omega_0^2$

$$\Rightarrow \quad W = \frac{1}{2}(9)(105)^2 = 49\,612,5 \text{ joules}$$

Parte (c) $W_{fricción}$ = Energía de la fricción

Entonces: $W_{fricción} = \frac{1}{2} I.\omega^2$

Pero: $\omega = 2\pi f = 2(3,1416)\frac{(500)}{60} = 52,36 \text{ rad/s}$

$$\Rightarrow \quad W_{fricción} = \frac{1}{2}(9)(52,36)^2 = 12337,1 \text{ joules}$$

Luego la energía disipada será la variación de las energías:

$$\Delta E_{rotacional} = 4\,9612,5 - 12\,337,1 = 37275,4 \text{ joules}$$

43. Una larga barra uniforme de longitud L y masa M gira alrededor de un alfiler horizontal sin fricción que pasa por uno de sus extremos. La figura P10.43 muestra como se suelta la barra desde el reposo en una posición vertical. En el instante en que la barra está horizontal, encuentre a) su velocidad angular, b) la magnitud de su aceleración angular, c) las componentes x y y de la aceleración de su centro de masa, y d) las componentes de la fuerza de reacción en el pivote.

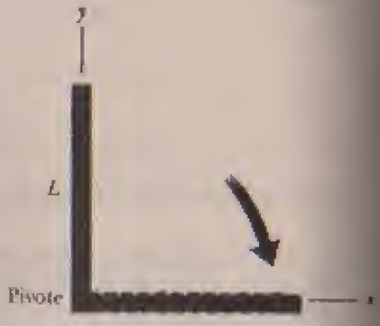
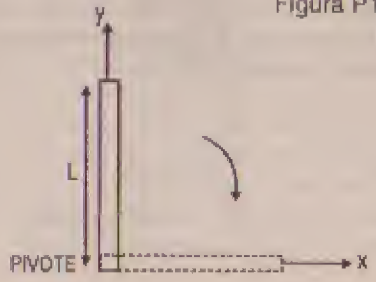


Figura P10.43

Resolución :

Dada la figura:



Parte (a)

Por la conservación de la energía mecánica se cumple que:

$$E_{M\,inicial} = E_{M\,final}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(M)(g)(L) = \frac{1}{2} I_{barra}.\omega^2_{horizontal} = \frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}M.L^2\right)\omega^2_{horizontal}$$

$$\therefore \quad \omega_{horizontal} = \sqrt{\frac{3g}{L}}$$

Parte (b)

Sabemos que: $\tau_{pivote} = I_{barra} . \alpha$

$$\Rightarrow \quad M.g\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{1}{3}ML^2\alpha$$

$$\therefore \quad \alpha_{barra} = \frac{3g}{2L}$$

Parte (c)

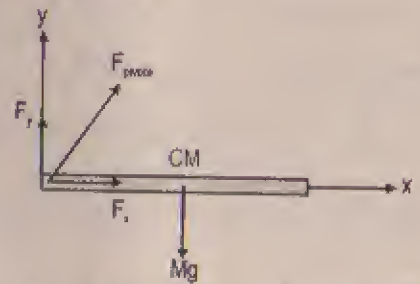
Sabemos que: $|V_{CM}| = r.\omega_H = \left(\frac{L}{2}\right)\left(\sqrt{\frac{3g}{L}}\right)$

Entonces: $\vec{a}_c = -\frac{V_{CM}^2}{r}.\hat{i} = -\frac{2}{L}\left(\frac{L^2}{4}\right)\left(\frac{3g}{L}\right)\hat{i} = -\frac{3}{2}g\,\hat{i}$

Por otro lado: $\vec{a}_T = -\vec{\alpha}.r\,\hat{j} = -\frac{3g}{2L}\times\frac{L}{2}\hat{j} = -\frac{3g}{4}\hat{j}$

$$\therefore \quad \vec{a}_{total} = -\frac{3}{2}g\,\hat{i} - \frac{3}{4}.g\,\hat{j}$$

Parte (d)



* En el eje x: $F_x - Fg = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_x = Fg = -\frac{3}{2}M.g.\hat{i}$
* En el eje y: $Fg - Fy = M.\ \vec{a}_T$

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_y = \vec{F}g - M.\vec{a}_T = Mg\,\hat{j} - M\left(\frac{3}{4}\right)g\,\hat{j} = \frac{1}{4}Mg\,\hat{j}$$

$$\therefore \quad \vec{F}_{pivote} = -\frac{3}{2}Mg\,\hat{i} + \frac{1}{4}Mg\,\hat{j}$$

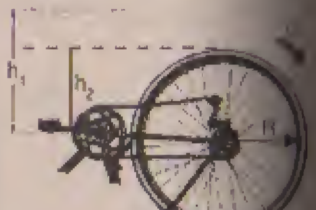
44. Una bicicleta se voltea hacia arriba mientras su propietario repara una llanta ponchada. Una amiga hace girar la otra rueda de 0,381 m de radio y observa que le despiden gotas de agua tangencialmente. La muchacha mide la altura alcanzada por las gotas cuando se mueven verticalmente (Fig. P10.44). Una gota que sale de la llanta en un giro asciende hasta h = 54,0 cm sobre el punto tangente. Una gota que se despide en la siguiente vuelta asciende 51,0 cm sobre el punto tangente. La altura a la cual las gotas ascienden disminuye porque la velocidad angular de la rueda también lo hace. Con esta información determine la magnitud de la aceleración angular promedio de la rueda.

44A. Una bicileta se voltea hacia arriba mientras su propietario repara una llanta ponchada. Una amiga hace girar la otra rueda de radio R y observa que se despiden gotas de agua tangencialmente. La muchacha mide la altura alcanzada por las gotas cuando se mueven verticalmente (Fig. P10.44). Una gota que sale de la llanta en un giro asciende hasta h_1 sobre el punto tangente. Una gota que se despide en la siguiente vuelta asciende una distancia $h_2 < h_1$ sobre el punto tangente. La altura a la cual las gotas ascienden disminuye porque la velocidad angular de la rueda también lo hace. Con esta información determine la magnitud de la aceleración angular promedio de la rueda.

Figura P10.44

Resolución :

Sea la figura:



Por cinemática se cumple que:

$$0 = v_1^2 - 2g.h_1 \quad \Rightarrow \quad v_1 = \sqrt{2gh_1}$$

$$0 = v_2^2 - 2gh_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = \sqrt{2gh_2}$$

Por otro lado: $T_1 = \dfrac{2\pi}{\omega_1}$ (en la llanta cuando sale la primera gota)

$T_2 = \dfrac{2\pi}{\omega_2}$ (en la llanta cuando sale la segunda gota)

Además: por definición: $\alpha_{prom} = \dfrac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{\dfrac{v_2}{R} - \dfrac{v_1}{R}}{T_2 - T_1}$

$$\text{Entonces: } \alpha_{prom} = \frac{\dfrac{\sqrt{2gh_2} - \sqrt{2gh_1}}{R}}{2\pi\left(\dfrac{1}{\omega_2} - \dfrac{1}{\omega_1}\right)} = \frac{\omega_2\,\omega_1\left(\sqrt{2gh_2} - \sqrt{2gh_1}\right)}{2\pi R\left(\omega_1 - \omega_2\right)}$$

$$\alpha_{prom} = \frac{2gR^2\sqrt{h_1.h_2}\left(\sqrt{2gh_2} - \sqrt{2gh_1}\right)}{2\pi R\left(\dfrac{\sqrt{2gh_1} - \sqrt{2gh_2}}{R}\right)}$$

$$\alpha_{prom} = \frac{-g.R^2\sqrt{h_1.h_2}\left(\sqrt{2gh_1} - \sqrt{2gh_2}\right)}{\pi\left(\sqrt{2gh_1} - \sqrt{2gh_2}\right)} \qquad \therefore \quad \alpha_{prom} = -\frac{gR^2\sqrt{h_1.h_2}}{\pi}$$

Donde:

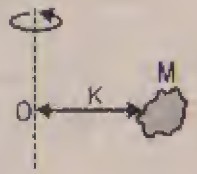
(–): significa que la aceleración va en sentido contrario de la velocidad angular.

45. Radio de giro: Para cualquier eje rotacional dado, el radio de giro, K, de un cuerpo rígido está definido por la expresión $K^2 = I/M$, donde M es la masa total del cuerpo e I es el momento de inercia alrededor del eje dado. En otras palabras, el radio de giro es la distancia entre una masa puntual imaginaria M, y el eje de rotación con I para la masa puntual en torno de ese eje es el mismo que para el cuerpo rígido. Encuentre el radio de giro de a) un disco sólido de radio R, b) una barra uniforme de longitud L, y c) una esfera sólida de radio R, los tres girando alrededor de un eje central.

Resolución :

Datos: $K^2 = \dfrac{I}{M}$

Donde "K" es el radio de giro



Parte (a) $I_{CM\ disco} = \dfrac{1}{2}MR^2$

$\Rightarrow \quad I_{disco/O} = I_{CM}$

$\Rightarrow \quad I/o = MK^2 = \dfrac{1}{2}MR^2 \qquad \Rightarrow \quad K = \dfrac{\sqrt{2}}{2}R = 0{,}707\ R$

Parte (b) $I_{Barra\ x\ extremo} = \dfrac{1}{3}ML^2$

$\Rightarrow \quad M\,.\,K^2 = \dfrac{1}{3}ML^2 \qquad \therefore \quad K = \dfrac{\sqrt{3}}{3}L = 0{,}577\ L$

Parte (c) $I_{CM\ esfera} = \dfrac{2}{5}MR^2$

$\Rightarrow \quad MK^2 = \dfrac{2}{5}MR^2 \qquad \Rightarrow \quad K = \dfrac{\sqrt{10}}{5}R = 0{,}632R$

46. Una brillante estudiante de física compra una veleta de viento para la cochera de su padre. La veleta consta de un gallo sobre la parte superior de una flecha. En la figura P10.46 se muestra la veleta, que está fija a un eje vertical de radio r y masa m

y que gira libremente en su montura de techo. La estudiante diseñó un experimento para medir la inercia rotacional del gallo y la flecha. Enrolla una cuerda alrededor del eje que pasa por una polea y se conecta a una masa *M* que cuelga sobre el borde del techo. Cuando la masa *M* se suelta, la estudiante determina el tiempo *t* que la masa tarda en descender una distancia *h*. De acuerdo con estos datos, la estudiante puede determinar la inercia rotacional *I* del gallo y la flecha. Encuentre la expresión para *I* en función de *m, M, r, g, h* y *t*.

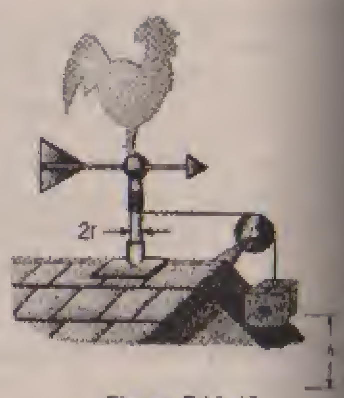
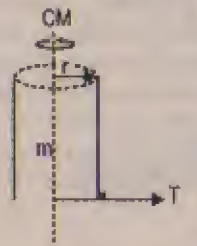
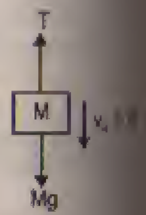


Figura P10.46

Resolución :46





Cuando «M» desciende una distancia «h» en un tiempo «t», la veleta hace un torque, en relación con su centro de masa, con un brazo de longitud h.

Entonces: $I_{CM} = \frac{1}{2}mr^2$
(Gallo y la flecha)

Por otro lado: $\tau_{CM} = I_{CM}\cdot\alpha = Th \Rightarrow T = \frac{I_{CM}(a)}{rh}$ ...(1)

Así también: $Mg - T = Ma \Rightarrow T = Mg - Ma$ ....(2)

$$(2) = (1) \Rightarrow a = \frac{Mg}{\left(\frac{I}{rh} + M\right)}$$

Pero: $h = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{Mg}\left(\frac{I}{rh} + M\right)} = \sqrt{\frac{mr + 2\,hM}{Mg}}$

47. El trompo de la figura P10.47 tiene un momento de inercia de $4{,}00 \times 10^{-4}$ kg m^2 y está inicialmente en reposo. Tiene libertad de girar alrededor de un eje estacionario AA'. Una cuerda enrollada alrededor de la cabeza que está sobre el eje del trompo es jalada de tal manera que mantiene una tensión constante de 5,57 N. Si la cuerda no se desliza mientras se desenrolla, ¿cuál es la velocidad angular del trompo después de que 80,0 cm de cuerpo se han jalado de la cabeza?

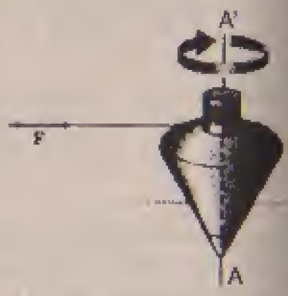


Figura P10.47

Resolución :

$I = 4{,}00 \times 10^{-4}$ kg.m^2 ; $F = 5{,}57$ N
$L = 0{,}8$ m

$$\tau_{A'/A} = I.\alpha = FL$$

$$\Rightarrow 4\times10^{-4}.\,\alpha = 5{,}57(0{,}8) \quad \therefore \quad \alpha = 1{,}114 \times 10^{4}\ \text{rad/s}^2$$

Por otro lado: $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0) \Rightarrow \omega^2 = 0 + 2(1{,}114 \times 10^4)(0{,}8)$

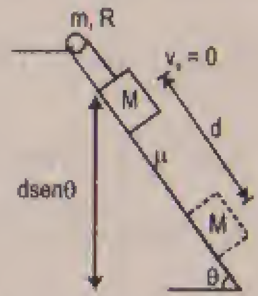
$\therefore \omega = 1{,}34 \times 10^2$ rad/s

48. Una cuerda se enrolla alrededor de una polea de masa m y radio *r*. El extremo libre de la cuerda se conecta a un bloque de masa *M*. El bloque empieza a moverse desde el reposo y después se desliza hacia debajo de una pendiente que forma un ángulo θ con la horizontal. El coeficiente de fricción cinético entre el bloque y la pendiente es μ. a) Con métodos de energía demuestre que la velocidad del bloque como una función del desplazamiento *d* hacia debajo de la pendiente es

$$v = \left[4\,gd\left(\frac{M}{m+2M}\right)(\text{sen}\theta - \mu\cos\theta)\right]^{1/2}$$

b) Determine la magnitud de la aceleración del bloque en función de m, μ, M, g y θ.

Resolución :



Sabemos que:

$\Delta E_{K\ \text{inicial del sistema}} = 0$

Por otro lado:

$\Delta E_{K\ \text{final}} = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

Entonces: $E_{M\ \text{final}} - E_{M\ \text{inicial}} = W_{\text{fricción}}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 - Mg.d\,\text{sen}\theta = -\mu_k\,Mg\cos\theta.d$$

Pero: $I_{\text{polea}} = \frac{1}{2}m.R^2$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2 \cdot \frac{v^2}{R^2}\right) - Mgd\,\text{sen}\theta = -\mu_k\,Mg\cos\theta\,d$$

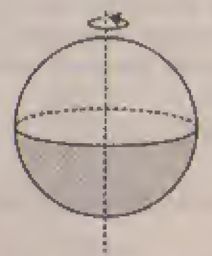
$$\Rightarrow \frac{1}{2}v^2\left[M + \frac{m}{2}\right] = Mgd\,(\text{sen}\theta - \mu_k\cos\theta)$$

$$\Rightarrow \quad v^2 = \frac{4\,Mg\,d\,(\operatorname{sen}\theta - \mu_k \cos\theta)}{2\,M + m}$$

$$\therefore \quad v = \left[4gd\left(\frac{M}{2M+m}\right)(\operatorname{sen}\theta - \mu_k \cos\theta)\right]^{1/2}$$

49. a) ¿Cuál es la energía rotacional de la Tierra alrededor de su eje de rotación? El radio de la Tierra es de 6 370 km y su masa de 5,98 × 10^{24} kg. Considere a la Tierra como una esfera de momento de inercia igual a $\frac{2}{5}MR^2$ b) La energía rotacional de la Tierra disminuye de manera sostenida debido a la fricción de la marea. Encuentre el cambio de la energía rotacional en un día, dado que el período rotacional disminuye aproximadamente 10 ms cada año.

Resolución :



Radio de la Tierra = 637 × 10^4 m
Masa de la Tierra = 5,98 × 10^{24} kg

$I_{CM} = \frac{2}{5}MR^2$

T = 3,156 × 107 s

Parte (a) $E_R = \frac{1}{2}I\,.\,\omega^2 = \frac{1}{2}I\,.\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$

$$\Rightarrow \quad E_R = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}\right)(5{,}98\times10^{24})(637\times10^4)^2\left(\frac{2\pi}{3{,}156\times10^7}\right)^2$$

$$\therefore \quad E_R = 1923\ 525\times10^{18}\ \text{joules}$$

Parte (b) $E_{rotacional}\,(1\text{ día}) = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}\right)(5{,}98\times10^{24})(637\times10^4)^2\left[\frac{2\pi}{864\times10^2}\right]^2$

$$\Rightarrow \quad E_{rot} = 25{,}67\times10^{28}\ \text{J}$$

$E_{\text{rotacional de la fricción}}$:

T en un año disminuye ---- 10^{-5} s $\qquad\therefore\quad x = 274 \times 10^{-10}$ s

T en un día disminuye ---- x

$$\Rightarrow \quad E_R = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}\right)(5{,}98\times10^{24})(637\times10^4)^2.\left[\frac{2\pi}{274\times10^{-10}}\right]^2$$

$$\therefore \quad E_R = 255{,}2\times10^{52}\ \text{joules}$$

Luego el cambio en la energía será:

$$255{,}2\times10^{52} - 25{,}67\times10^{28} = 10^{28}\left(255{,}2\times10^{24}\right)\ \text{joules}$$

50. La velocidad de una bala en movimiento puede determinarse al permitir que ésta atraviese dos discos giratorios de papel montados sobre un mismo eje y separados una distancia *d* (Fig. P10.50). A partir del desplazamiento angular $\Delta\theta$ de los dos agujeros de la bala en los discos y de la velocidad rotacional podemos determinar la velocidad *v* de la bala. Encuentre la velocidad de la bala para los siguientes datos: d = 80 cm, ω = 900 rev/min y $\Delta\theta$ = 31°.

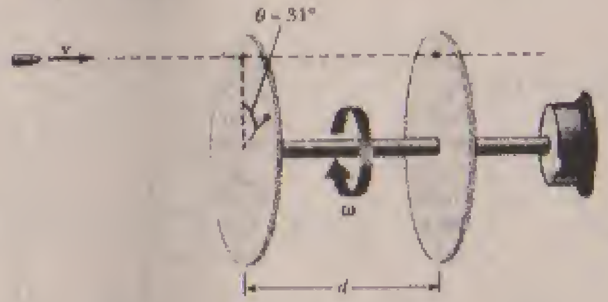


Figura P10.50

Resolución :

Datos: $\Delta\theta = 31°$; d = 0,8 m

$$f = \frac{900\ \text{rev}}{60\ \text{s}} = 15\ \frac{\text{rev}}{\text{s}}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\,(3{,}1416)\,(15) = 94{,}25\ \text{rad/s}$$

$$\omega\,.\,T = \frac{31}{360}\,.\,2\pi$$

$$\Rightarrow \quad \omega\,.\,T = \frac{31}{360}(2)(3{,}1416) \quad \therefore\ T = \frac{31\times2\times3{,}1416}{360\times(94{,}25)} = 6\times10^{-3}\,\text{s}$$

En consecuencia: $v \times T = d \;\Rightarrow\; v = \frac{d}{T}$

Luego: $v_{bala} = \frac{0{,}8}{6\times10^{-3}} = 133{,}3\ \text{m/s}$

51. Los bloques mostrados en la figura P10.51 están unidos entre sí por una cuerda de masa despreciable que pasa por una polea de radio R = 0,250 m y momento de inercia *I*. El bloque sobre la pendiente sin fricción se mueve hacia arriba con una aceleración constante de magnitud a = 2,00 m/s^2. a) Determine T_1 y T_2 las tensiones en las dos partes de la cuerda, y b) encuentre el momento de inercia de la polea.

51A. Los bloques mostrados en la figura P10.51 están unidos entre sí por una cuerda de masa despreciable que pasa por una polea de radio R y momento de inercia I. El bloque sobre la pendiente sin fricción se mueve hacia arriba con una aceleración constante de magnitud a. a) Determine T_1 y T_2 las tensiones en las dos partes de la cuerda, y b) encuentre el momento de inercia de la polea.

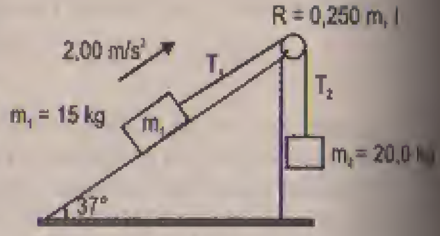
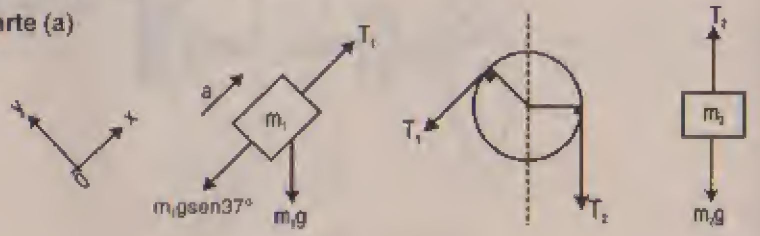


Figura P10.51

Resolución :

Considerar: $g = 9{,}81\ m/s^2$

Parte (a)



Por la segunda ley: $\Sigma F_x = m_1 a$

$\Rightarrow\quad T_1 - m_1 g\,sen37° = m_1 a \Rightarrow T_1 = m_1\,(g\,sen37° + a)$

$\therefore\quad T_1 = 15\,[9{,}81\,(0{,}6) + 2] = 118{,}3\ N$

Por otro lado: $m_2 g - T_2 = m_2 a \quad\Rightarrow\quad T_2 = m_2\,(g - a)$

$\therefore\quad T_2 = 20\,(9{,}81 - 2) = 156{,}2\ N$

Parte (b) $\tau = I_{polea}\cdot\alpha = T_2 R - T_1 R$

$$\Rightarrow\quad I_{polea}\cdot\frac{a}{R} = R\left(T_2 - T_1\right) \Rightarrow \quad I_{polea} = \frac{R^2\left(T_2 - T_1\right)}{a}$$

Luego: $$I_{polea} = \frac{(0{,}25)^2}{(2)}\,[156{,}2 - 118{,}3] = 1{,}1875\ kg.m^2$$

52. La polea que se muestra en la figura P10.52 tiene un radio R y momento de inercia I. Un extremo de la masa m está conectado a un resorte de constante de fuerza k, y el otro está unido a una cuerda enrollada alrededor de la polea. El eje de la polea y la pendiente son sin fricción. Si la polea está enrollada en dirección contraria a las manecillas del reloj de modo que alarga el resorte una distancia d a partir de su posición de equilibrio y después se suelta desde el reposo, encuentre a) la velocidad angular de la polea cuando el resorte está nuevamente indeformado, y b) un valor numérico para la velocidad angular en este punto si $I = 1{,}0\ kg.m^2$, $R = 0{,}30\ m$, $k = 50\ N/m$, $m = 0{,}50\ kg$, $d = 0{,}20\ m$ y $\theta = 37°$.

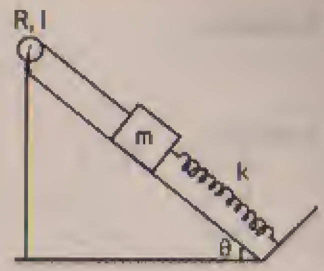
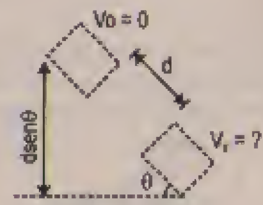


Figura P10.52

Resolución :

Parte (a) Por la conservación de la energía

$E_{M\,inicial} = E_{M\,final}$



$$\Rightarrow\quad mgdsen\,\theta + \frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$\Rightarrow\quad mgdsen\,\theta + \frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}\,m\frac{\omega^2}{R^2} + \frac{1}{2}\,I\omega^2$$

$$\Rightarrow\quad \omega^2\left(\frac{m}{2R^2} + \frac{I}{2}\right) = d\left(mg\,sen\,\theta + \frac{1}{2}kd\right)$$

Luego: $$\omega_f^2 = \frac{2R^2 d\,(2mg\,sen\,\theta + kd)}{2m + 2R^2 I}$$

$$\therefore\quad \omega_f = \left[\frac{R^2 d}{m + R^2 I}\,(2mg\,sen\,\theta + kd)\right]^{1/2}$$

Parte (b) $I = 1{,}0\ kg\ m^2$; $R = 0{,}30\ m$; $k = 50\ N/m$; $m = 0{,}5\ kg$

$d = 0{,}20\ m$; $\theta = 37°$

Entonces: $$\omega_f = \left[\frac{(0{,}30)^2\,(0{,}20)}{(0{,}5) + 1(0{,}3)^2}\cdot\left[2(0{,}5)(9{,}81)(0{,}6) + 50(0{,}2)\right]\right]^{1/2}$$

$$\therefore\quad \omega_f = 0{,}696\ rad/s$$

53. Como consecuencia de la fricción, la velocidad angular de una rueda cambia con el tiempo de acuerdo con $\frac{d\theta}{dt} = \omega_0 e^{-\sigma t}$, donde ω_0 y σ son constantes. La velocidad angular cambia de 3,50 rad/s en t = 0 a 2,00 rad/s en t = 9,30 s. Con esta información determine s y ω_0. Luego determine a) la magnitud de la aceleración angular en t = 3,00 s, b) el número de revoluciones que la rueda realiza en los primeros 2,50 s, y c) el número de revoluciones que efectúa antes de detenerse.

Resolución :

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_0 \cdot e^{-\sigma t}$$

Parte (a)

Para $t = 0$ $\quad \omega_0 = 3{,}50$ rad/s

Para $t = 9{,}3$ s $\quad \omega(9{,}3) = 2{,}00$ rad/s

Para $t = 3$ s $\quad \alpha(3) = ?$

Entonces: $\omega(9{,}3) = (3{,}50)\cdot e^{-\sigma(9{,}3)}$

$$\Rightarrow \quad 2{,}00 = (3{,}50)\cdot e^{-\sigma(9{,}3)}$$

$$\Rightarrow \quad \ln\left(\frac{2{,}00}{3{,}50}\right) = -(9{,}3)\,\sigma \qquad \therefore\ \sigma = -\frac{\ln(0{,}57)}{9{,}3}$$

Luego: $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right) = \alpha(t) = -(3{,}5)(-0{,}07)\cdot e^{-0{,}07\,t}$

Entonces: $\alpha(3{,}00\,s) = (-3{,}5)(-0{,}07)\,e^{-(0{,}07)(3)}$

$$\therefore \quad \alpha(3{,}00\ s) = -0{,}176\ \text{rad/s}^2$$

Parte (b)

Sabemos que: $\omega(2{,}50) = (3{,}5)e^{-(0{,}07)(2{,}5)} \quad \Rightarrow \quad \omega(2{,}5) = 8{,}11$ rad/s

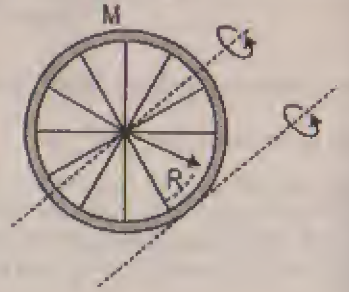
pero: $\omega(2{,}5) = 2\pi f$

$$\Rightarrow \quad f = \text{n.° revoluciones} = \frac{8{,}11}{2\pi} = 1{,}29\ \text{rev}$$

Parte (c) $\quad \omega(t) = 0 = (3{,}5)\cdot e^{-(0{,}07)t}$

54. Una rueda está integrada por un aro y n rayos igualmente espaciados. La masa del aro es *M* y su radio (y por lo tanto, la longitud de cada rayo) es *R*. Si la masa de cada rayo es *m*, determine el momento de inercia de la rueda. a) Alrededor de un eje que pasa por su centro y es perpendicular al plano de la rueda y b) alrededor de un eje que pasa por el aro y es perpendicular al plano de la rueda.

Resolución :



Parte (a)

Sabemos que: $dI = R^2\,dm$

$$\Rightarrow \quad \int dI = R^2 \int dm$$

$$\Rightarrow \quad I_{aro} = R^2 M$$

Por otro lado: $\quad \text{EL } I_{rayo} = m\left(\dfrac{R}{2}\right)^2 = m\cdot\dfrac{R^2}{4} + \dfrac{1}{12}mR^2 = \dfrac{1}{3}mR^2$

$$\Rightarrow \quad n\cdot I_{rayos} = n\cdot m\frac{R^2}{3} \qquad \therefore\ I_{rueda} = MR^2 + nm\frac{R^2}{3}$$

Parte (b) $\quad I_{aro} = MR^2 + MR^2 = 2MR^2$

$$I_{rayo} = \frac{m}{3}(2R)^2 = \frac{4}{3}mR^2$$

$$\Rightarrow \quad n\cdot I_{rayos} = n\cdot\frac{4}{3}m R^2 \qquad \therefore\ I_{rueda} = 2\,MR^2 + \frac{4}{3}\,nmR^2$$

55. Un carrete cilíndrico hueco y uniforme tiene radio interior *R/2*, un radio exterior *R* y masa *M* (Fig. P10.55). Está montado de manera que gira sobre un eje horizontal fijo. Una masa *m* está conectada al extremo de una cuerda enrollada alrededor del carrete. La masa *m* desciende a partir del reposo una distancia «y» durante un tiempo *t*. Demuestre que el momento de torsión debido a las fuerzas friccionantes entre el carrete y el eje es

$$\tau_f = R\left[m\left(g - \frac{2y}{t^2}\right) - \frac{5}{4}M\left(\frac{y}{t^2}\right)\right]$$

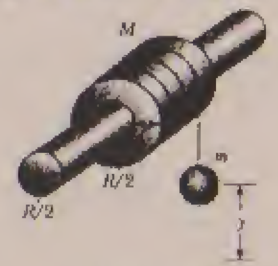


Figura P10.55

Resolución :

$$I_{cilindro\ hueco} = \frac{1}{2}M\left[\left(\frac{R}{2}\right)^2 + R^2\right] = \frac{5}{8}MR^2$$

Sabemos que: $\quad y = \dfrac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad a = \dfrac{2y}{t^2}$

Además: $\quad mg - T = ma \quad \Rightarrow \quad T = mg - m\left(\dfrac{2y}{t^2}\right)$

Entonces: $\quad \tau_{total} = TR - \tau_{fricción} = I_{cilindro\ hueco}\cdot\dfrac{a}{R}$

$$\Rightarrow \quad \tau_{fricción} = TR - I_{c.hueco}\cdot\frac{a}{R} = m\left(g - \frac{2y}{t^2}\right)R - \frac{5}{8}MR^2\left(\frac{2y}{t^2}\right)\left(\frac{1}{R}\right)$$

$$\therefore \quad \tau_{fricción} = R\left[m\left(g - \frac{2y}{t^2}\right) - \frac{5}{4}M\left(\frac{y}{t^2}\right)\right] \qquad \text{l.q.q.d}$$

56. Un motor eléctrico puede acelerar una rueda de la fortuna de momento de inercia $I = 20\,000$ kg . m^2 a partir del reposo hasta 10 rev/min en 12 s. Cuando el motor se apaga, la fricción ocasiona que la rueda se frene de 10 a 8,0 rev/min en 10 s. Determine, a) el momento de torsión generado por el motor para llevar la rueda hasta 10 rev/min, y b) la potencia necesaria para mantener esta velocidad rotacional

Resolución :

$$I = 2\times10^4\ \text{kg.m}^2\ ;\quad \omega_0 = 0\ ;\ \omega_f = \frac{2\pi\times10}{60} = 1{,}0472\ \text{rad/s}\ ;\ t = 12\ \text{s}$$

Parte (a) $\omega_f = \omega_0 + \alpha t \Rightarrow \alpha = 0{,}0873\ \text{rad/s}^2$

Entonces: $\tau = I.\alpha = (2\times10^4)(0{,}0873) = 1\,746\ \text{Nm}$

Parte (b) Potencia $= \tau.\omega = (1\,746)(1{,}0472)$

$\therefore$ Potencia = 1 828 watts

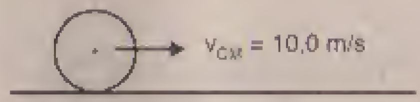
Capítulo 11

MOVIMIENTO DE RODAMIENTO, MOMENTO ANGULAR Y MOMENTO DE TORSIÓN

MOVIMIENTO DE RODAMIENTO DE UN CUERPO RÍGIDO

1. Un cilindro de 10,0 kg de masa rueda sin deslizar sobre una superficie horizontal. En el instante en que su centro de masa tiene una velocidad de 10,0 m/s, determine a) la energía cinética traslacional de su centro de masa, b) la energía rotacional alrededor de su centro de masa, y c) su energía total.

Resolución :



$M_{\text{rueda cilindro}} = 10$ kg

Parte (a) $I_{\text{cilindro}} = \frac{1}{2}MR^2$

$v_{CM} = 10 \Rightarrow R.\omega = 10 \quad \therefore \quad \omega = \frac{10}{R}$ rad/s

$E_{K\,(\text{traslacional})} = \frac{1}{2}M\,v_{CM}^2$

$\Rightarrow \quad E_{K\ \text{traslacional}} = \frac{1}{2}(10)(10)^2 = 500$ joules

Parte (b) $E_{K\ \text{rotacional}} = \frac{1}{2}I_{CM}\cdot\omega^2$

$\Rightarrow \quad E_{K\ \text{rotacional}} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}MR^2\right)\left(\frac{10}{R}\right)^2 = \frac{1}{4}(10)(100)$

$\therefore \quad E_{K\ \text{rotacional}} = 250$ joules

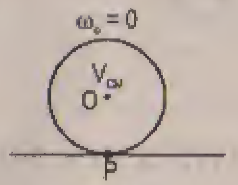
Parte (c) Energía total $= E_{K\ \text{rotación}} + E_{K\ \text{traslacional}}$

$\Rightarrow$ Energía total = 500 + 250

$\therefore$ Energía total = 750 joules

2. Una esfera sólida tiene un radio de 0,200 m y una masa de 150 kg. ¿Cuánto trabajo se necesita para lograr que la esfera ruede con una velocidad angular de 50,0 rad/s sobre una superficie horizontal? (Suponga que la esfera parte del reposo y rueda sin deslizar).

Resolución :



$M_{esfera} = 150$ kg

Radio = 0,200 m ; $I_{CM\ esfera} = \dfrac{2}{5}MR^2$

$\omega_{final} = 50$ rad/s

Por el teorema del trabajo y la energía

$$W_{total} = E_{K\ total}$$

$$\Rightarrow \quad W_{total} = \frac{1}{2}I_P\,.\,\omega^2 = \frac{1}{2}I_{CM}\,\omega^2 + \frac{1}{2}Mv_{CM}^2$$

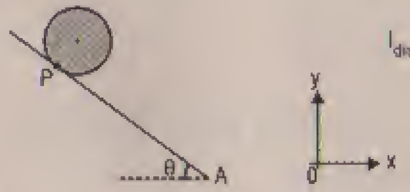
$$\Rightarrow \quad W_{total} = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}MR^2\right)(50)^2 + \frac{1}{2}(150)\left(\frac{50}{R}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad W_{total} = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}\right)(150)(0.2)^2(50)^2 + \frac{1}{2}(150)\left(\frac{50}{0,2}\right)^2$$

$$\therefore \quad W_{total} = 4,69 \times 10^6 \text{ joules}$$

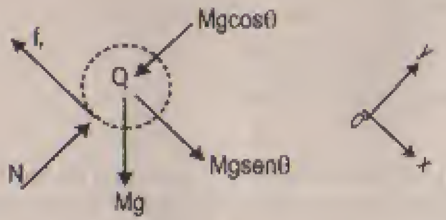
3. a) Determine la aceleración del centro de masa de un disco sólido uniforme que rueda hacia abajo por un plano inclinado y compare esta aceleración con la de un aro uniforme. b) ¿Cuál es el coeficiente mínimo de fricción necesario para mantener el movimiento de rodamiento puro del disco?

Resolución :



$I_{disco} = \dfrac{1}{2}MR^2$

Parte (a)



Por dinámica: $\Sigma F_x = ma \Rightarrow mg\text{sen}\theta - f_r = m.a$

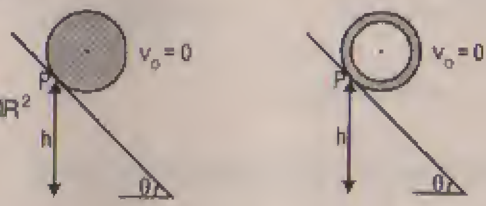
$$\Sigma\tau_0 = I_{CM}\,.\,\alpha \Rightarrow f_r(R) = \frac{1}{2}MR^2\left(\frac{a_{CM}}{R}\right) \quad \therefore \; f_r = \frac{Ma}{2}$$

Entonces: $Mg\text{sen}\theta - \dfrac{M}{2}a_{CM} = M\,.\,a_{CM} \quad \therefore \; a_{CM} = \dfrac{2}{3}g\,\text{sen}\,\theta$ (disco)

4. Un disco sólido uniforme y un aro uniforme se colocan uno frente al otro en la parte superior de una pendiente de altura *h*. Si se sueltan ambos desde el reposo y ruedan sin deslizar, determine sus velocidades cuando alcanzan el pie de la pendiente. ¿Qué objeto llega primero a la parte inferior?

Resolución :

$I_{CM\ disco} = \dfrac{1}{2}MR^2$



$I_{CM\ aro} = MR^2$

- Hallando la v_{CM} del disco por conservación de energía:

$$\Rightarrow \quad E_K = E_{potencial}$$

$$\Rightarrow \quad Mgh = \frac{1}{2}I_{CM}\,.\,\omega^2 + \frac{1}{2}M\,v_{CM}^2$$

$$\Rightarrow \quad Mgh = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}MR^2\right)\left(\frac{v_{CM}}{R}\right)^2 + \frac{1}{2}M\,.\,v_{CM}^2$$

$$\therefore \quad v_{CM(disco)} = 2\sqrt{\frac{gh}{3}} \text{ m/s}$$

- Hallando v_{CM} del aro: $E_{M\ inicial} = E_{M\ final}$

$$\Rightarrow \quad Mgh = \frac{1}{2}I_{CM}\,.\,\omega^2 + \frac{1}{2}M\,.\,v_{CM}^2$$

$$\Rightarrow \quad Mgh = \frac{1}{2}MR^2\left(\frac{v_{CM}}{R}\right)^2 + \frac{1}{2}Mv_{CM}^2$$

$$\therefore \quad v_{CM\ (aro)} = \sqrt{gh}$$

Como: La velocidad del "disco" es mayor que la velocidad del "aro" entonces el disco llegará primero a la parte inferior.

Luego: $28,2528 + 9,408 + 117,6 = 23,544\ d \Rightarrow d = 6,59$ m

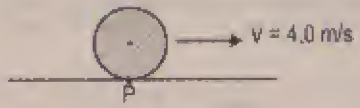
pero: $d = x\text{sen}\theta \Rightarrow 6,59 = x\ \text{sen}37° = x\,(0,6)$

$$\therefore \quad x = 10,99 \text{ m}$$

5. Una bola de boliche tiene una masa de 4,0 kg, un momento de inercia de $1,6 \times 10^{-2}$ kg . m² y un radio de 0,10 m. Si rueda por la pista sin deslizar a una velocidad lineal de 4,0 m/s, ¿cuál es su energía total?

5A. Una bola de boliche tiene una masa *M*, radio *R* y un momento de inercia de $\frac{2}{5}MR^2$. Si rueda por la pista sin deslizar a una velocidad lineal *v*, ¿cuál es su energía total en función de *M* y *v*?

Resolución :



$I_{\text{bola boliche}} = 1,6 \times 10^{-2}$ kg

$M_{\text{boliche}} = 4,0$ kg

Radio = 0,1 m

$$E_{total} = \frac{1}{2} I_{CM} \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} M v_{CM}^2$$

$$\Rightarrow \quad E_{total} = \frac{1}{2}(1,6 \times 10^{-2})\left(\frac{4,0}{0,1}\right)^2 + \frac{1}{2}(4,0)(4,0)^2$$

$$\therefore \quad E_{total} = 44,8 \text{ joules}$$

6. Un anillo de 2,4 kg de masa, radio interior de 6,0 cm y radio exterior de 8,0 cm sube rodando (sin deslizar) por un plano inclinado que forma un ángulo de $\theta = 36,9°$ con la horizontal (Fig. P11.6). En el momento en que el anillo ha recorrido una distancia x = 2,0 m al ascender por el plano su velocidad es de 2,8 m/s. El anillo continúa ascendiendo por el plano cierta distancia adicional y después rueda hacia abajo. Suponiendo que el plano es lo suficientemente largo de manera que el anillo no rueda fuera en la parte superior, ¿qué tan arriba puede llegar?

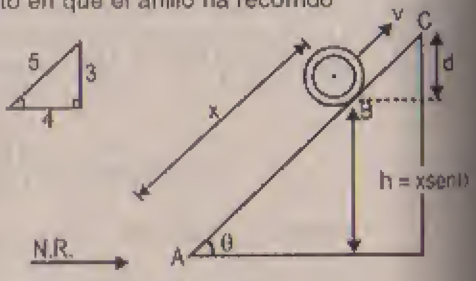


Figura P11.6

Resolución :

$\theta = 37°$ $\qquad R_{interior} = 6 \times 10^{-2}$ m

$R_{exterior} = 8 \times 10^{-2}$ m $\qquad$ Masa = 2,4 kg

x = 2,0 m $\qquad$ v = 2,8 m/s

Parte (a) $\quad I_{CM\ anillo} = \frac{1}{2} M \left(R_i^2 + R_{ex}^2\right)$

$$\Rightarrow \quad I_{CM\ anillo} = \frac{1}{2}(2,4)\,[(6 \times 10^{-2})^2 + (8 \times 10^{-2})^2]$$

$$\therefore \quad I_{CM\ anillo} = 1,2 \times 10^{-2} \text{ kg.m}^2$$

Por conservación de energía: $E_{MB} = E_{MC}$

$$\Rightarrow \quad Mgh + \frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_{CM}\, \omega^2 = mgd$$

$$\Rightarrow \quad Mg\,(x\,\text{sen}\theta) + \frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} M \left(R_i^2 + R_{ext}^2\right)\right)\left(\frac{v_{CM}}{R}\right)^2 = Mgd$$

$$\Rightarrow \quad (2,4)(9,81)(2)(0,6) + \frac{1}{2}(2,4)(2,8)^2 + \frac{1}{2}(1,2 \times 10^{-2})\left(\frac{2,8}{2,10^{-2}}\right)^2 = (2,4)(9,81)d$$

Parte (b) $\quad N = Mg\cos\theta$

$$f_r = \mu N = \mu Mg\cos\theta \quad \Rightarrow \quad \frac{m}{2}\left(\frac{2}{3} g\,\text{sen}\theta\right) = \mu\ mg\cos\theta$$

$$\therefore \quad \mu_{minimo} = \frac{1}{3}\tan\theta$$

EL PRODUCTO VECTORIAL Y EL MOMENTO DE TORSIÓN

7. Dos vectores están dados por $\vec{A} = -3\hat{i} + 4\hat{j}$, y $\vec{B} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$. Encuentre a) $\vec{A} \times \vec{B}$ y b) el ángulo entre $\vec{A}$ y $\vec{B}$.

Resolución :7

$\vec{A} = -3\hat{i} + 4\hat{j} \qquad \vec{B} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$

Parte (a)

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -3 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{A} \times \vec{B} = -9\hat{k} - 8\hat{k} = -17\hat{k}$$

Parte (b) $\quad |\vec{A}| = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2} = 5$

$$|\vec{B}| = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{13} \approx 3,6$$

Entonces sabemos: $\quad |A \times B| = |A||B|\ \text{sen}\theta$

$$\Rightarrow \quad 17 = (5)(3,6)\text{sen}\theta$$

$$\therefore \quad \text{sen}\theta = \frac{17}{18} = 0,944$$

Luego: $\quad \theta = \text{arc sen}\,(0,944) \approx 70,5°$

8. Un estudiante afirma que ha encontrado un vector A tal que $(2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}) \times \vec{A} = (4\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k})$. ¿Cree usted que esto es cierto? Explique.

Resolución :

$$(2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}) \times \vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$$

Sea: $\vec{A} = a\hat{i} + b\hat{j} + c\hat{k}$

$$\Rightarrow \quad (2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}) \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -3 & 4 \\ a & b & c \end{vmatrix} = 4\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$$

$$\Rightarrow \quad (-3c - 4b)\hat{i} + (4a - 2c)\hat{j} + (2b + 3a)\hat{k} = 4\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$$

Luego: $-3c - 4b = 4$
$4a - 2c = 3$
$2b + 3a = -1$

Resolviendo: no hay solución para: a, b, c

En consecuencia: "Esto no es cierto"

9. El vector A apunta en la dirección *y* negativa y el vector B apunta en la dirección x negativa. ¿Cuáles son las direcciones de a) A × B y b) B × A?

Resolución :

Parte (a) $\vec{A} \times \vec{B} = |A||B| \text{ sen}\theta$

$\therefore \quad \theta = 270°$ (negativa)

Parte (b) $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$

$\Rightarrow \quad \vec{B} \times \vec{A} = -\vec{A} \times \vec{B} = -270°$ (positiva)

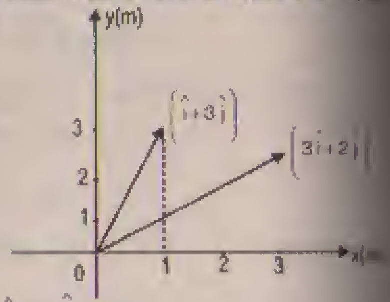
10. Una partícula se localiza en el vector de posición $r = (\hat{i} + 3\hat{j})$ m y la fuerza que actúa sobre ella es igual a $(3\hat{i} + 2\hat{j})$ N. ¿Cuál es el momento de torsión alrededor de a) el origen y b) el punto con coordenadas (0; 6) m?

Resolución :

Parte (a)

$\tau_o = \vec{r} \times \vec{F} = (3\hat{i} + 3\hat{j}) \times (3\hat{i} + 2\hat{j})$

$\Rightarrow \quad \tau_o = 2\hat{k} - 9\hat{k} = -7\hat{k}$



Parte (b)

$0' =$ origen (0; 6) m $\quad \therefore \quad \vec{r} = (\hat{i} + 3\hat{j}) - 6\hat{j} = \hat{i} - 3\hat{j}$

$$\tau_o = \vec{r} \times \vec{F} = (\hat{i} - 3\hat{j}) \times (3\hat{i} + 2\hat{j}) \quad \Rightarrow \quad \tau_o = 11\hat{k}$$

11. Si $|\vec{A} \times \vec{B}| = \vec{A} \cdot \vec{B}$, ¿cuál es el ángulo entre $\vec{A}$ y $\vec{B}$?

Resolución :

Si $|\vec{A} \times \vec{B}| = \vec{A} \cdot \vec{B}$ (por dato)

Nosotros sabemos que: $\quad \vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}|\,|\vec{B}| \cos\theta$

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \text{ sen}\theta \quad \Rightarrow \quad |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \text{ sen}\theta = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cos\theta$$

$$\therefore \quad \text{sen}\theta = \cos\theta \quad \Rightarrow \quad \theta = \pi/4$$

12. Verifique la ecuación 11.14 y demuestre que el producto cruz puede escribirse.

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

Resolución :

Por demostrar: $\quad \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$

Por la ecuación (11.14) se verifica que:

$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y \cdot B_z - A_z \cdot B_y)\,\hat{i} + (A_z \cdot B_x - A_x \cdot B_z)\,\hat{j} + (A_x \cdot B_y - A_y \cdot B_x)\,\hat{k}$

Entonces:

$A_y \cdot B_z\hat{i} - A_z \cdot B_y\hat{i} + A_z \cdot B_x\hat{j} - A_x \cdot B_z\hat{j} + A_x \cdot B_y\hat{k} - A_y \cdot B_x\hat{k} \quad \ldots (1)$

Por otro lado:

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}) \times (B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k})$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad \vec{A} \times \vec{B} = \; & A_x \cdot B_x\hat{i} \times \hat{i} + A_x \cdot B_y\hat{i} \times \hat{j} + A_x \cdot B_z\hat{i} \times \hat{k} + \\ & A_y \cdot B_x\hat{j} \times \hat{i} + A_y \cdot B_y\hat{j} \times \hat{j} + A_y \cdot B_z\hat{j} \times \hat{k} + \\ & A_z \cdot B_x k \times \hat{i} + A_z \cdot B_y\hat{k} \times \hat{j} + A_z \cdot B_z\hat{k} \times \hat{k} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{A} \times \vec{B} = \; A_x \cdot B_y\hat{k} - A_x \cdot B_z\hat{j} - A_y \cdot B_x\hat{k} + A_y \cdot B_z\hat{i} + A_z \cdot B_x\hat{j} - A_z \cdot B_y\hat{i}$$

Ordenando:

$(A_y \cdot B_z - A_z \cdot B_y)\hat{i} + (A_z \cdot B_x - A_x \cdot B_z)\hat{j} + (A_x \cdot B_y - A_y \cdot B_x)\hat{k} \quad \ldots (2)$

En consecuencia:

Como (2) = (1)

Entonces: $\quad \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \qquad$ l.q.q.d

13. Dos fuerzas F_1 y F_2 actúan a lo largo de los dos lados de un triángulo equilátero, como se muestra en la figura P11.13. Encuentre una tercera fuerza F_3 para aplicarse en *B* y a lo largo de *BC* que producirá un momento de torsión neto alrededor del punto de intersección de las alturas igual a cero. ¿El momento de torsión neto cambiará si F_3 no se aplica en *B* sino en otro punto a lo largo de *BC*?

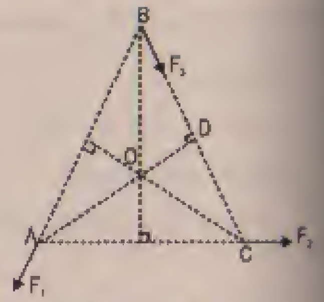
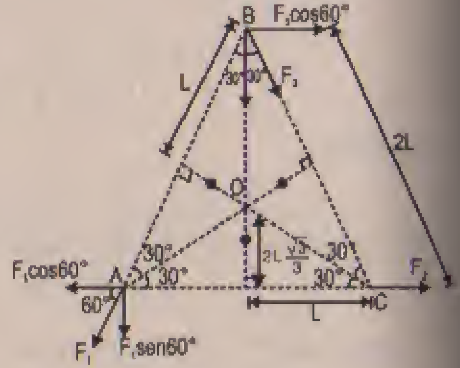


Figura P11.13

Resolución:



$\Sigma F_x = 0$

$\Rightarrow \quad F_3\cos 60° + F_2 = F_1\cos 60°$

$\Rightarrow \quad \dfrac{F_3}{2} + F_2 = \dfrac{F_1}{2}$

$\therefore \quad F_3 = F_1 - 2F_2 \quad \dots (1)$

$$\Sigma\tau_o = 0 \quad \Rightarrow \quad F_2\left(\frac{2L\sqrt{3}}{3}\right) + F_1\left(\frac{2L\sqrt{3}}{3}\right) = F_3\left(\frac{2L\sqrt{3}}{3}\right)$$

$\therefore \quad F_2 + F_1 = F_3 \quad \dots (2)$

(2) en (1)

$\Rightarrow \quad F_2 + F_1 = F_1 - 2F_2 \qquad \therefore \quad 3F_2 = 0$

En consecuencia: $\quad |F_1| + |F_2| = F_3$

como la línea de acción donde se aplica la fuerza F_3 es a lo largo de BC entonces el momento de torsión neto no cambiará.

14. Una fuerza $\vec{F} = (2{,}0\hat{i} + 3{,}0\hat{j})$ N se aplica a un objeto que está articulado alrededor de un eje fijo alineado a lo largo del eje de coordenadas **z**. Si la fuerza se aplica en el punto $\vec{r} = (4{,}0\hat{i} + 5{,}0\hat{j} + 0\hat{k})$ m, encuentre, a) la magnitud del momento de torsión neto alrededor del eje z, y b) la dirección del vector de momento de torsión τ

Resolución:

$\vec{F} = (2{,}0\hat{i} + 3{,}0\hat{j})$ N ; $\quad \vec{r} = (4{,}0\hat{i} + 5{,}0\hat{j} + 0\hat{k})$ m

Parte (a) $\quad \tau_o = \vec{r} \times \vec{F} = (2\hat{i} + 3\hat{j}) \times (4{,}0\hat{i} + 5{,}0\hat{j})$

$\Rightarrow \quad \tau_o = 10\hat{i} \times \hat{j} + 12\hat{j} \times \hat{i}$

$\therefore \quad \tau_o = 10\hat{k} - 12\hat{k} = -2\hat{k}$

Parte (b) $\quad |\vec{A} \times \vec{B}| = 22 = |A| \cdot |B|\text{sen}\theta$

$F = |\vec{A}| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \approx 3{,}6$

$r = |\vec{B}| = \sqrt{(4)^2 + (5)^2} = \sqrt{41} \approx 6{,}4$

$\Rightarrow \quad 22 = (3{,}6)(6{,}4)\text{sen}\theta$

$\therefore \quad \text{sen}\theta = 0{,}95 \qquad \theta = \text{arc sen}(0{,}95)$

MOMENTO ANGULAR DE UNA PARTÍCULA

15. Una barra rígida ligera de 1,00 m de largo gira en el plano xy alrededor de un pivote que pasa por el centro de la barra. Dos partículas de masas 4,00 kg y 3,00 kg se conectan a sus extremos (Fig. P11.15). Determine el momento angular del sistema alrededor del origen en el instante en que la velocidad de cada partícula es 5,00 m/s.

15A. Una barra rígida ligera de longitud *d* gira en el plano *xy* alrededor de un pivote que pasa por el centro de la barra. Dos partículas de masas m_1 y m_2 se conectan a sus extremos (Fig. P11.15). Determine el momento angular del sistema alrededor del origen en el instante en que la velocidad de cada partícula es *v*.

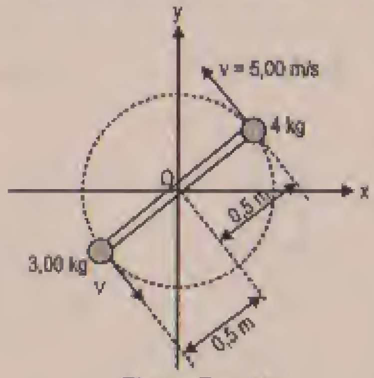


Figura P11.15

Resolución:

$\Sigma l_o = 4(0{,}5)(5) + 3(0{,}5)(5) \qquad \therefore \quad L_o = 17{,}5$ kg.m²/s

16. En un cierto instante la posición de una piedra en una honda está dada por $\vec{r} = (1{,}7\hat{i})$ m. El momento lineal **p** de la piedra es $(12\hat{j})$ kg . m/s. Calcule su momento angular $\mathbf{l} = \vec{r} \times \vec{p}$.

Resolución:

$r = 1{,}7\hat{i}$ m ; $\quad \vec{p} = 12\hat{j}$ kg . m/s

$\Rightarrow \quad \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = 1{,}7\hat{i} + 12\hat{j} = 20{,}4\hat{i} \times \hat{j}$

$\therefore \quad \vec{L} = 20{,}4\,\hat{k}$ kg.m²/s

17. El vector de posición de una partícula de 2,0 kg de masa está dado como una función del tiempo por $\vec{r} = (6{,}0\hat{i} + 5{,}0t\hat{j})$ m. Determine el momento angular de la partícula como una función del tiempo.

Resolución :

$m = 2{,}0$ kg ; $\vec{r} = (6{,}0\hat{i} + 5{,}0\,t\,\hat{j})$ m

$$\Rightarrow \quad \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} = (5{,}0\,\hat{j})\ \text{m/s}$$

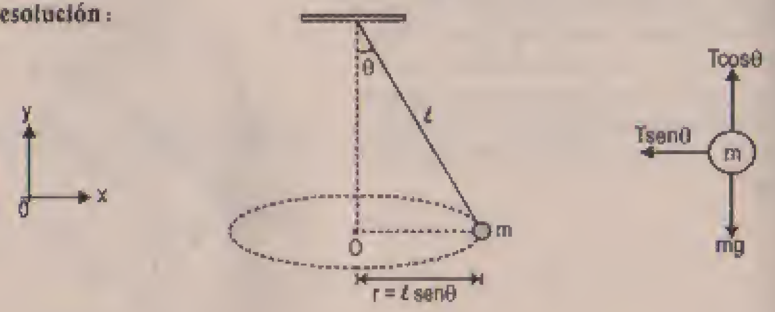
$$\Rightarrow \quad \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = (6{,}0\hat{i} + 5{,}0\,t\hat{j}) \times 2(5{,}0)\hat{j} \Rightarrow \quad L = 60\hat{i} \times \hat{j} + 0$$

$$\therefore \quad L = 60\ \hat{k}\ \text{kg.m/s}^2$$

18. Un péndulo cónico consta de una plomada de masa m que se mueve en una trayectoria circular en un plano horizontal, como se ilustra en la figura. Durante el movimiento, el alambre de soporte de longitud ℓ mantiene un ángulo constante θ con la vertical. Muestre que la magnitud del momento angular de la plomada respecto del punto de soporte es

$$L = \sqrt{\frac{m^2 g \ell^3 \operatorname{sen}^4\theta}{\cos\theta}}$$

Resolución :



Por demostrar: $L = \sqrt{\dfrac{m^2 g \ell^3 \operatorname{sen}^4\theta}{\cos\theta}}$

Por M.C.U: $\quad T\operatorname{sen}\theta = m \cdot \dfrac{v^2}{r} = m\,\dfrac{v^2}{\ell\operatorname{sen}\theta} \quad \ldots (1)$

Por otro lado: $\quad \Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad T\cos\theta = mg \quad \Rightarrow \quad T = \dfrac{mg}{\cos\theta}$

De (1) $\quad \dfrac{mg}{\cos\theta} \cdot \operatorname{sen}\theta = m\,\dfrac{v^2}{\ell\operatorname{sen}\theta} \qquad \therefore \quad v = \sqrt{\dfrac{\ell\operatorname{sen}^2\theta . g}{\cos\theta}}$

Entonces: $\quad L = r \times p = \ell\operatorname{sen}\theta \cdot m \cdot \sqrt{\dfrac{\ell . \operatorname{sen}^2\theta . g}{\cos\theta}}$

$$\therefore \quad L = \sqrt{\frac{\ell^3 m^2 \operatorname{sen}^4\theta\, g}{\cos\theta}} \qquad \text{l.q.q.d.}$$

19. Una partícula de masa *m* se mueve en un círculo de radio *R* a una velocidad constante *v*, como se indica en al figura P11.19. Si el movimiento empieza en el punto *Q* determine el momento angular de la partícula alrededor del punto *P* como una función del tiempo.

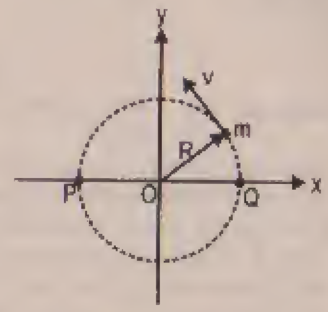


Figura P11.19

Resolución :

$\vec{r}(t) = (x; y) \quad ; \quad \omega = \dfrac{v}{R}$

$\vec{x}(t) = R\cos\theta\,\hat{i} \quad ; \quad \vec{y}(t) = R\operatorname{sen}\theta\,\hat{j}$

Parte del ángulo $\theta = 0$

$$\Rightarrow \quad r(t) = (R + R\cos(\omega t)\ \hat{i} + R\operatorname{sen}(\omega t)\,\hat{j})\ \text{m}$$

Entonces: $\quad L(t) = \vec{r}(t) \times \vec{P}$

$$\Rightarrow \quad L(t) = \left(\left[R + R\cos\left(\frac{v}{R}t\right)\right]\hat{i} + R\operatorname{sen}\left(\frac{v}{R}t\right)\hat{j}\right) \times m.v\,\hat{j}$$

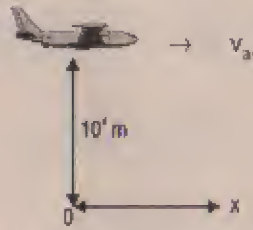
$$\Rightarrow \quad L(t) = mvR\hat{k} + mvR\cos\left(\frac{v}{R}t\right)\hat{k}$$

$$\therefore \quad L(t) = mvR\left(1 + \cos\left(\frac{vt}{R}\right)\right)\hat{k}$$

20. Un avión de 12 000 kg de masa efectúa un vuelo horizontal respecto del suelo a una altura de 10,0 km con una velocidad constante de 175 m/s respecto de la Tierra. a) ¿Cuál es la magnitud del momento angular del avión en relación con un observador en el suelo directamente abajo del avión? b) ¿Este valor cambia conforme el avión continúa su movimiento a lo largo de una línea recta?

Resolución :

Masa del avión = 12×10^3 kg $\rightarrow$ $v_{avión} = 175$ m/s



Parte (a) $L_0 = r \times p$

$\Rightarrow \quad L_0 = 10^4\ \hat{j} \times [(12 \times 10^3)\,175]\,\hat{i} \qquad \therefore \quad L_0 = 21 \times 10^9\,\hat{k}$ kg . m²/s

Parte (b) "No" cambia puesto que depende solo de la altura

21. Una bola que tiene masa m se une al extremo de un asta bandera que está conectada a uno de los lados de un alto edificio en el punto P indicado en la figura P11.21. La longitud del asta es l, y forma un ángulo θ con la horizontal. Si la bola se desprende y empieza a caer, determine su momento angular como una función del tiempo respecto de P. Ignore la resistencia del aire.

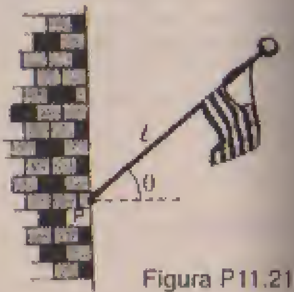


Figura P11.21

Resolución :

$$\tau_p = \frac{dL}{dt}$$

$\Rightarrow \quad \tau_p = r \times p = \ell \cos\theta\,(\hat{i}) \times mg\,(-\hat{j}) \quad \Rightarrow \quad \tau_p = -mg\,\ell\cos\theta\,\hat{k}$

Luego: $\quad -mg\,\ell\cos\theta\,\hat{k}\,dt = dL \qquad \therefore \quad L(t) = -mg\,\ell\cos\theta . t\,\hat{k}$

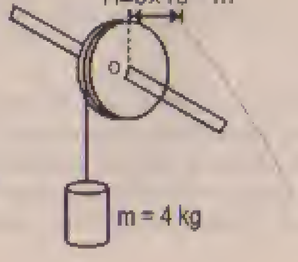
22. Una masa de 4,0 kg se une a una cuerda ligera, la cual está enrollada alrededor de una polea (Fig. 10.18). La polea es un cilindro sólido uniforme de 8,0 cm de radio y 2,0 kg de masa. a) ¿Cuál es el momento de torsión neto sobre el sistema alrededor del punto O? b) Cuando la masa tiene una velocidad *v*, la polea tiene una velocidad angular ω = *v*/R. Determine el momento angular total del sistema respecto de O. c) A partir del hecho de que τ = dL /*dt* y su resultado de b) calcule la aceleración de la masa.

Resolución :

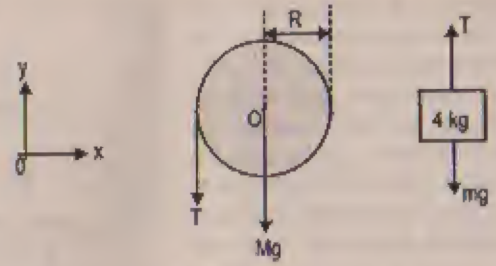
$I_{CM\ cilindro} = 1/2\ MR^2$

$g = 9{,}81$ m/s²

Masa de la polea = 2 kg



Parte (a)



$$\Sigma\tau_o = T.R = I_o . \alpha = I_o\,\frac{a}{R} \qquad \ldots (1)$$

$\Sigma F_y = ma \quad \Rightarrow \quad mg - T = ma \quad \Rightarrow \quad T = mg - ma$

Luego: de (1) $\quad mg - ma = I_o \cdot \frac{a}{R} \qquad \therefore \quad a = \dfrac{mg}{m + \dfrac{I_o}{R}}$

Luego: $\quad \Sigma\tau_o = \dfrac{I_o}{R}\left(\dfrac{mg}{m + \dfrac{I_o}{R}}\right)$

Reemplazando: $\quad \Sigma\tau_o = \dfrac{1}{2R}\,MR^2\left[\dfrac{mg}{m + \dfrac{1}{2R}\,MR^2}\right]$

$\therefore \quad \Sigma\tau_o = 0{,}23$ N.m

Parte (b) $L_0 = r \times p$

$\Rightarrow \quad L_0 = R \times m.v = R \times M\,\omega.r$

$\therefore \quad L_0 = M.R^2\,\omega = (2)(8 \times 10^{-2})^2 . \omega$

$\therefore \quad L_0 = \dfrac{128}{100}\,\omega = 1{,}28\,\omega$

Parte (c)

Sabemos que: $\quad \tau_o = \dfrac{dL_o}{dt} \quad \Rightarrow \quad 0{,}23\ \text{Nm} = \dfrac{d}{dt}\,(1{,}28\omega)$

$0{,}23\ \text{N.m} = 1{,}28\alpha \qquad \therefore \quad \alpha = 0{,}179\ \text{rad/s}^2$

En consecuencia: $\quad a_{sistema} = \alpha . R$

$\Rightarrow \quad a = 0{,}179\,(8 \times 10^{-2}) \qquad \therefore \quad a = 0{,}0144\ \text{m/s}^2$

23. Una partícula de masa m se dispara con una velocidad inicial $\mathbf{v}_0$ formando un ángulo θ con la horizontal, como se muestra en la figura P11.23. La partícula se mueve en el campo gravitacional de la Tierra. Determine el momento angular de la partícula respecto del origen cuando ésta se encuentra en: a) el origen, b) el punto más alto de su trayectoria, y c) justo antes de chocar con el suelo. d) ¿Qué momento de torsión hace que cambie su momento angular?

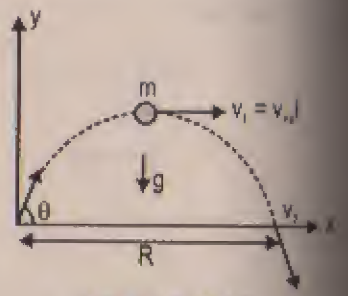


FIGURA P11.23

Resolución :

Parte (a) $L_0 = r \times p = (0\hat{i} + 0\hat{j}) \times (mv_0\cos\theta\ \hat{i} + mv_0\operatorname{sen}\theta\ \hat{j})$

$$\therefore\quad L_0 = 0$$

Parte (b)

Por movimiento parabólico: $0 = v_0\operatorname{sen}\theta - gt \quad \therefore\quad t = \dfrac{v_0\operatorname{sen}\theta}{g}$

por otro lado: $\tau_0 = \dfrac{dL_0}{dt}$

$$\Rightarrow\quad -mg\hat{j} \times \left(\frac{v_0\cos\theta\,.\,v_0\operatorname{sen}\theta}{g}\right)\hat{i} = \frac{dL_0}{dt}$$

$$\Rightarrow\quad \int_0^{v_0\operatorname{sen}\theta/g} -\frac{mg}{g}v_0^2\operatorname{sen}\theta.\cos\theta\,dt\,\hat{k} = \int_0^{L_1} dL_0$$

$$\Rightarrow\quad L_0(t) = L_0(v_0\operatorname{sen}\theta/g) = -\frac{mg}{g}v_0^2\operatorname{sen}\theta\cos\theta\left(\frac{v_0\operatorname{sen}\theta}{g}\right)\hat{k}$$

$$\therefore\quad L_0 = -\frac{m}{2g}v_0^3\operatorname{sen}^2\theta\cos\theta\ \hat{k}$$

Parte (c)

$t_{máx} = \dfrac{2\,v_0\operatorname{sen}\theta}{g} \qquad x_{máx} = v_0\cos\theta \times 2\,\dfrac{v_0\operatorname{sen}\theta}{g}\,\hat{i}$

$v_2 = v_0\cos\theta\,\hat{i} - v_0\operatorname{sen}\theta\ \hat{j}$

$L_0 = r \times p$

$$\Rightarrow\quad L_0 = \left(\frac{2}{g}v_0^2\operatorname{sen}\theta\,.\cos\theta\ \hat{i} + 0\hat{j}\right) \times m(v_0\cos\theta\ \hat{i} - v_0\operatorname{sen}\theta\ \hat{j})$$

$$\Rightarrow\quad L_0 = \frac{2}{g}mv_0^3\operatorname{sen}^2\theta.\cos\theta\hat{k}$$

Parte (d)

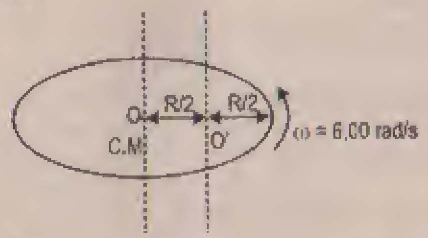
El "peso" ejerce momento de torsión, y esto hace que cambie su momento angular

ROTACIÓN DE UN CUERPO RÍGIDO ALREDEDOR DE UN EJE FIJO

24. Un disco sólido uniforme de 3,00 kg de masa y 0,200 m de radio gira alrededor de un eje fijo perpendicular a su cara. Si la frecuencia angular de rotación es 6,00 rad/s, calcule el momento angular del disco cuando el eje de rotación, a) pasa por su centro de masa, y b) pasa por un punto a la mitad entre el centro y el borde.

24A. Un disco sólido uniforme de masa M y radio R gira alrededor de un eje fijo perpendicular a su cara. Si la frecuencia angular de rotación es w, calcule el momento angular del disco cuando el eje de rotación a) pasa por su centro de masa, y b) pasa por un punto a la mitad entre el centro y el borde.

Resolución :



Masa del disco: 3,00 kg

Radio = 0,200 m

$I_{CM\ radio} = \dfrac{1}{2}MR^2$

Parte (a)

Por conservación del momento angular

$$L_{CM} = I_{CM}\,.\,\omega \quad\Rightarrow\quad L_{CM} = \frac{1}{2}(3)(0,2)^2 \times (6) = 0,36\ kg.m^2/s^2$$

Parte (b)

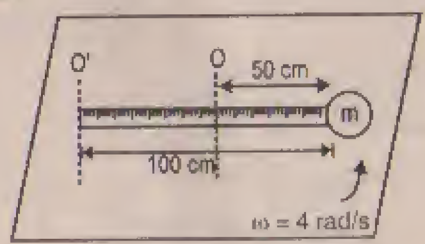
$L_{0'} = (I_{CM} + I)\,\omega$ (por ejes paralelos)

$$\Rightarrow\quad L_{0'} = \left(\frac{1}{2}MR^2 + MR^2\right).\,\omega \quad\Rightarrow\quad L_{0'} = \left[\frac{1}{2}(3)(0,2)^2 + 3(0,1)^2\right]^6$$

$$\therefore\quad L_{0'} = 0,54\ kg.m^2.rad/s$$

25. Una partícula de 0,400 kg de masa se une a la marca de 100 cm de una regla métrica de 0,100 kg de masa. La regla gira sobre una mesa horizontal sin fricción con una velocidad angular de 4,00 rad/s. Calcule el momento angular del sistema cuando la regla se articula en torno de un eje, a) perpendicular a la mesa y que pasa por la marca de 50,0 cm, y b) perpendicular a la mesa y que pasa por la marca de 0 cm.

Resolución :



Masa de m = 0,400 kg

Masa de la regla = 0,100 kg

Parte (a)

$$I_{CM\ de\ la\ regla} = I_{CM\ barra} = \frac{1}{12}ML^2 = \frac{1}{12}(0,1)(1)^2 = 0,0083\ kg\ .m^2$$

Entonces: $L_{CM} = L_0 = (I_{CM\ regla} + I_{masa})\ .\ \omega$

$$\Rightarrow \quad L_0 = [0,0083 + (0,4)\ (0,5)^2]\ (400)$$

$$\therefore \quad L_0 = 0,433\ kg.m^2.rad/s$$

Parte (b)

$$I_{0'\ barra} = I_{0'\ regla} = \frac{1}{2}ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ML^2 = \frac{1}{3}(0,1)(1)^2$$

$$I_{0'\ masa} = M.L^2 = (0,4)(1)^2$$

Luego: $L_{0'} = (I_{regla} + I_{masa})\ .\ \omega$

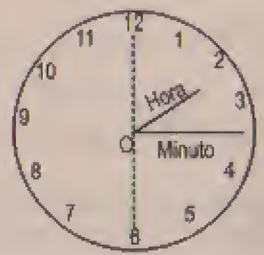
$$\Rightarrow \quad L_{0'} = [\frac{1}{3}(0,1)(1)^2 + (0,4)(1)^2]\ (4,00)\ rad/s$$

$$\Rightarrow \quad L_{0'} = (0,0333 + 0,4)(4,00)$$

$$\therefore \quad L_{0'} = 1,733\ kg\ .\ m^2\ .\ rad/s$$

26. Las manecillas de horas y minutos del Big Ben en Londres miden 2,7 m y 4,5 m de largo y tienen las masas de 60 kg y 100 kg respectivamente. Calcule su momento angular total alrededor del punto central. Considérelas como barras delgadas y largas.

Resolución :



Masa de la hora = 60 kg

Masa del minutero = 100 kg

$L_{horario} = 2,7$ m

$L_{minutero} = 4,5$ m

$$I_{0\ horario} = \frac{1}{3}(60)(2,7)^2 = 145,8\ kg.m^2$$

$$I_{0\ minutero} = \frac{1}{3}(100)(4,5)^2 = 675\ kg.m^2$$

Por otro lado:

En una hora: $2\pi\ rad = \omega_{minutero}\ 1\ hora$

$$\Rightarrow \quad \omega_{minutero} = 0,001745\ rad/s$$

$$\frac{\pi}{6}\ rad = \omega_{horario} \times (3\ 600\ s)$$

$$\therefore \quad \omega_{horario} = 0,0001454\ rad/s$$

Luego: $L_{0(horario)} = I_{0\ horario}\ .\ \omega_{horario}$

$$\Rightarrow \quad L_{0(horario)} = (145,8)(0,0001454)$$

$$\therefore \quad L_{0\ (horario)} = 0,022\ kg.m^2.rad/s$$

$$L_{0(minutero)} = I_{0\ minutero}\ .\ \omega_{minutero}$$

$$\therefore \quad L_{0\ (minutero)} = (675)(0,001745) = 1,1778\ kg.m^2\ rad/s$$

En consecuencia: $L_{0\ sistema} = L_{0\ horario} + L_{0\ minutero} = 0,022 + 1,778$

$$\therefore \quad L_{0\ sistema} = 1,199\ kg.m^2.rad/s$$

CONSERVACIÓN DEL MOMENTO ANGULAR

27. Un cilindro para el cual el momento de inercia es I_1 gira alrededor de un eje vertical sin fricción con velocidad angular ω_0. Un segundo cilindro, cuyo momento de inercia es I_2 y que no gira al principio, cae sobre el primer cilindro (Fig. P11.27). Puesto que las superficies no ofrecen fricción, en algún momento los dos discos alcanzarán la misma velocidad angular ω. a) Calcule ω. b) Muestre que se pierde energía en esta situación y calcule la proporción entre la energía rotacional final y la inicial.

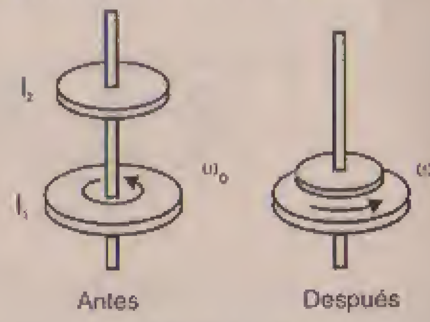


Figura P11.27

Resolución :

Parte (a) Por la conservación del momento angular

$$L_{inicial} = L_{final} \quad \Rightarrow \quad I_1\ .\ \omega_0 = (I_1 + I_2)\ .\ \omega$$

$$\therefore \quad \omega = \frac{I_1\ .\ \omega_0}{I_1 + I_2}$$

Parte (b)

$$E_{rotacional\ inicial} = \frac{1}{2}I_1\ .\ \omega_0^2$$

$$E_{rotacional\ final} = \frac{1}{2}I_1\ .\ \left(\frac{I_1\ .\ \omega_0}{I_1 + I_2}\right)^2 + \frac{1}{2}\ I_2\left(\frac{I_1 .\omega_0}{I_1 + I_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad E_{rotacional\ final} = \frac{1}{2}\ \frac{I_1^2\ \omega_0^2}{I_1 + I_2}$$

Luego: La pérdida de energía será: $E_{\text{rotacional inicial}} - E_{\text{rotación final}}$

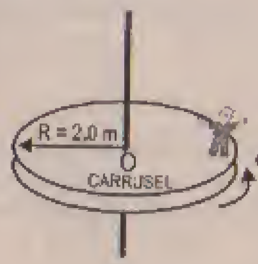
$$\Rightarrow \quad E_{\text{pérdida}} = \frac{1}{2} I_1 \cdot \omega_0^2 - \frac{1}{2} \frac{I_1^2 \cdot \omega_0^2}{I_1 + I_2}$$

$$\therefore \quad E_{\text{pérdida}} = \frac{1}{2} \frac{I_1 \cdot I_2}{I_1 + I_2} \cdot \omega_0^2$$

Luego: $$\frac{E_{\text{final}}}{E_{\text{inicial}}} = \frac{I_1}{I_1 + I_2}$$

28. Un carrusel de radio $R = 2{,}0$ m tiene un momento de inercia $I = 250$ kg.m^2 y gira a 10 rev/min. Un niño de 25 kg sube de un brinco al borde del carrusel. ¿Cuál es la nueva velocidad angular del carrusel?

Resolución :



$I_{\text{carrusel}} = 250$ kg.m^2

Masa del niño = 25 kg

$$L_{0\,\text{inicial}} = L_{0\,\text{final}} \quad \text{(sistema)}$$

$$\Rightarrow \quad L_{0\,\text{inicial}} = (250)\left(10\,\frac{\text{rev}}{\text{min}} \times \frac{2\pi\,\text{rad}}{1\text{rev}} \times \frac{1\ \text{min}}{60\,\text{s}}\right)$$

$$\therefore \quad L_{0\,\text{inicial}} = 261{,}8\ \text{kg.m}^2\text{.rad/s}$$

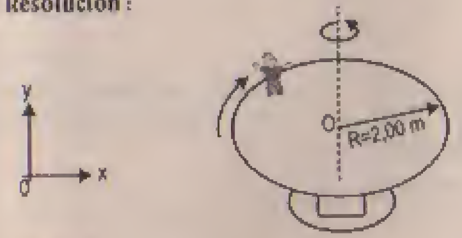
Por otro lado: $L_{0\,\text{final}} = (I_{0\,\text{carrusel}} + I_{0\,\text{niño}}) \cdot \omega_{\text{final}}$

$$\Rightarrow \quad L_{0\,\text{final}} = [250 + (25)(2)^2] \cdot \omega_{\text{final}}$$

Entonces: $261{,}8 = 350\,\omega_{\text{final}} \quad \therefore \quad \omega_{\text{final}} = 0{,}748$ rad/s

29. Una mujer de 60 kg que está parada en el borde de una mesa giratoria horizontal tiene un momento de inercia de 500 kg.m^2 y un radio de 2,00 m. La mesa giratoria al principio está en reposo y tiene libertad de girar alrededor de un eje vertical sin fricción que pasa por su centro. La mujer empieza a caminar alrededor de la orilla en la dirección de las manecillas del reloj (cuando se observa desde arriba del sistema), a una velocidad constante de 1,50 m/s en relación con la Tierra. a) ¿En qué dirección y con qué velocidad angular gira la mesa giratoria? b) ¿Cuánto trabajo realiza la mujer para poner en movimiento la mesa giratoria?

Resolución :



Masa de la mujer = 60 kg

$I_{\text{mesa}} = 500$ kg.m^2

$v_{M/T} = 1{,}50$ m/s

Parte (a)

Por la conservación del momento angular:

$$L_{0\,\text{sistema inicial}} = L_{0\,\text{sistema final}}$$

$$(I_{\text{mujer}})\omega_0 = (I_{\text{mujer}} + I_{\text{mesa}}) \cdot \omega_{\text{final}}$$

$$\Rightarrow \quad -[(60)(2)^2]\left[\frac{1{,}5}{2}\right] = (60(2)^2 - 500) \cdot \omega_{\text{final}}$$

$$\therefore \quad \omega_{\text{final de la mesa}} = 0{,}69\ \text{rad/s} \quad \text{(en contra de las manecillas del reloj)}$$

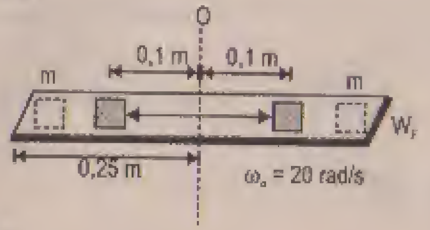
Parte (b) $$W_{\text{mujer}} = \frac{1}{2} I_{\text{mujer}} \cdot \omega^2$$

$$\Rightarrow \quad W_{\text{mujer}} = \frac{1}{2}(240)\left(\frac{1{,}5}{2}\right)^2 = 67{,}5\ \text{joules}$$

30. Una barra uniforme de 100 g de masa y 50,0 cm de longitud gira en un plano horizontal alrededor de un alfiler vertical fijo sin fricción que pasa por su centro. Dos pequeñas cuentas cada una de 30,0 g de masa, se montan sobre la barra de manera tal que pueden deslizar sin fricción a lo largo de su longitud. Al principio las cuentas se fijan por medio de retenes ubicados a 10,0 cm a cada lado del centro, tiempo durante el cual el sistema gira a una velocidad angular de 20,0 rad/s. Repentinamente, los retenes se quitan y las pequeñas cuentas se deslizan saliendo de la barra. Encuentre, a) la velocidad angular del sistema en el instante en que las cuentas alcanzan los extremos de la barra, y b) la velocidad angular de la barra después de que las cuentas han salido de ella.

30A. Una barra uniforme de masa M y longitud d gira en un plano horizontal en torno de un alfiler vertical fijo sin fricción que pasa por su centro. Dos pequeñas cuentas, cada una de masa m, se montan sobre la barra de manera tal que pueden deslizar sin fricción a lo largo de su longitud. Al principio las cuentas se fijan por medio de retenes ubicados en las posiciones x (donde x < d/2) a cada lado del centro, tiempo durante el cual el sistema gira a una velocidad angular ω. Repentinamente, los retenes se quitan y las pequeñas cuentas se deslizan saliendo de la barra. Encuentre, a) la velocidad angular del sistema en el instante en que las cuentas alcanzan los extremos de la barra, y b) la velocidad angular de la barra después de que las cuentas han salido de ella.

Resolución :



Masa de la barra = 0,1 kg
Masa de las cuentas = 0,03 kg

Parte (a)

Por conservación del momento angular:

$$L_{0\ \text{inicial del sistema}} = (I_{CM\ \text{barra}} + 2I_{\text{cuentas}}) \cdot \omega_0$$

$$\Rightarrow \quad L_{0\ \text{inicial del s.}} = [\frac{1}{12}\ (0,1)(0,5)^2 + 2(0,03)(0,1)^2\ ] \cdot 20$$

$$\therefore \quad L_{0\ \text{inicial del sistema}} = 0,053666\ \text{kg.m}^2\text{.rad/s}$$

$$L_{0\ \text{final del sistema}} = (I_{CM\ \text{barra}} + 2I_{\text{cuentas}}) \cdot \omega_{\text{final}}$$

$$\Rightarrow \quad L_{0\ \text{final del sistema}} = [\frac{1}{12}\ (0,1)(0,5)^2 + 2(0,03)(0,25)^2\ ] \cdot \omega_f$$

En consecuencia:

$$0,053666 = 0,0058333\ \omega_f \qquad \therefore \quad \omega_{\text{final}} = 9,2\ \text{rad/s}$$

Parte (b)

$$L_{0\ \text{inicial del sistema}} = L_{0\ \text{final de la barra}}$$

$$\Rightarrow \quad 0,053666 = \frac{1}{12}(0,1)(0,5)^2\ \omega_{\text{final}}$$

$$\therefore \quad w_{\text{final de la barra}} = 25,76\ \text{rad/s}$$

31. El estudiante de la figura 11.17 sostiene dos pesas, cada una de 10,0 kg de masa. Cuando sus brazos están extendidos horizontalmente, las pesas se encuentran a 1,00 m del eje de rotación y él gira con una velocidad angular de 2,00 rad/s. El momento de inercia del estudiante más el del taburete es de 8,00 kg.m² y se supone constante. Si el estudiante desplaza las pesas horizontalmente a 0,250 m del eje de rotación, calcule a) la velocidad angular del sistema, y b) el cambio en la energía mecánica de éste.

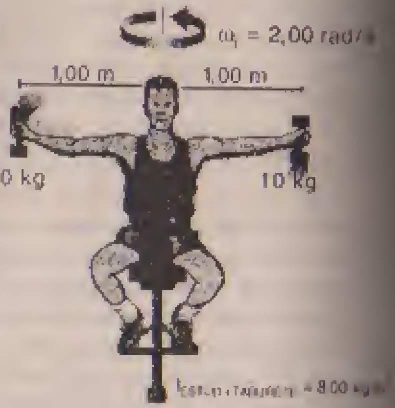


Figura 11.17

Resolución :

Parte (a)

Como el momento de torsión total del sistema es cero entonces el momento angular se conserva. Luego:

$$L_{0\ \text{inicial}} = L_{0\ \text{final}}\ \ (\text{sistema})$$

$$\Rightarrow \quad (I_{\text{estudio + tab}} + I_{\text{pesas}}) \cdot \omega_i = (I_{\text{estudio + tab}} + I_{\text{pesas}}) \cdot \omega_f$$

$$\Rightarrow \quad [8 + 2(10)(1)^2] \cdot 2 = [8 + 2(10)(0,250)^2] \cdot \omega_f$$

$$\therefore \quad \omega_{\text{final del sistema}} = 6,05\ \text{rad/s}$$

Parte (b)

$$E_{M\ \text{inicial}} = E_{\text{rotacional inicial}} = \frac{1}{2} I_{\text{sistema}} \cdot \omega_0^2$$

$$\Rightarrow \quad E_{M\ \text{inicial}} = \frac{1}{2}[8 + 2(10)(1)^2]\ (2)^2 = 56\ \text{joules}$$

$$E_{M\ \text{final}} = E_{\text{rotacional final}} = \frac{1}{2}\ I_{\text{sistema}} \cdot \omega_f^2$$

$$\Rightarrow \quad E_{M\ \text{final}} = \frac{1}{2}\ [8 + 2(10)(0,250)^2]\ (6,05)^2 = 169,3\ \text{joules}$$

Luego: $\Delta E_M = E_{M\ \text{final}} - E_{M\ \text{inicial}} = 169,3 - 56$

$$\therefore \quad \Delta E_M = 113,3\ \text{joules}$$

32. Un disco de goma de 80,0 g de masa y 4,00 cm de radio se desliza a lo largo de una mesa de aire a 1,5 m/s, como se muestra en la figura P11.32a. Choca indirectamente con un segundo disco de 6,00 cm de radio y 120 g de masa (inicialmente en reposo) de manera tal que sus bordes apenas se tocan. Los discos se mantienen unidos y giran después del choque (Fig. P11.32b). ¿Cuáles son a) el momento angular del sistema relativo al centro de masa, y b) su velocidad angular en torno al centro de masa?

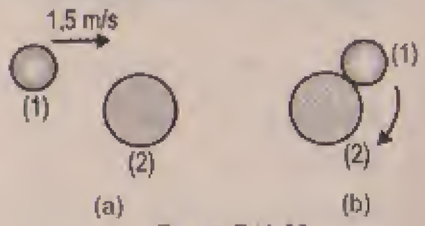


Figura P11.32

Resolución :

Datos:
Masa del disco (1) = 80×10^{-3} kg
Radio del disco (1) = 4×10^{-2} m
Masa del disco (2) = 120×10^{-3} kg
Radio del disco (2) = 6×10^{-2} m
v_0 disco (1) = 1,5 m/s
v_0 disco (2) = 0

Parte (a)

$$I_{CM\,disco\,1} = \frac{1}{2}(80 \times 10^{-3})(4 \times 10^{-2})^2 = 64 \times 10^{-6}\ kg.m^2$$

$$I_{CM\,disco\,2} = \frac{1}{2}(120 \times 10^{-3})(6 \times 10^{-2})^2 = 216 \times 10^{-6}\ kg.m^2$$

Por conservación del momento angular

$$L_{CM\,inicial} = L_{CM\,final}\ (sistema)$$

$$I_{CM} \cdot \omega_1\ (s) + I_{CM} \cdot \omega_1\ (2) = I_{CM} \cdot \omega_{f_1} + I_{CM}\ \omega_{f_2}$$

$$\Rightarrow \quad 64 \times 10^{-6} \cdot \left(\frac{1{,}5}{4 \times 10^{-2}}\right) + 0 = \omega_{final}\ (64 \times 10^{-6} + 216 \times 10^{-6})$$

$$\therefore \quad \omega_{final} = 8{,}57\ rad/s$$

Nos piden el momento angular:

$$L_{CM}\ (sistema) = (8{,}57)(280 \times 10^{-6}) = 24 \times 10^{-4}\ kg.m^2.rad/s$$

Parte (b) $\omega_{final\ del\ sistema} = 8{,}57\ rad/s$

33. Un bloque de madera de masa M que descansa sobre una superficie horizontal sin fricción está unido a una barra rígida de longitud ℓ y masa despreciable (Fig. P11.33). La barra gira alrededor de un pivote en el otro extremo. Una bala de masa m que se desplaza paralela a la superficie horizontal y normal a la barra con velocidad v golpea el bloque y queda incrustada en él. a) ¿Cuál es el momento angular del sistema bala–bloque? b) ¿Qué fracción de la energía cinética original se pierde en la colisión?

Figura P11.33

Resolución:

Parte (a)

Por colisión inelástica se cumple que: $\vec{P}_{inicial\ y} = \vec{P}_{final\ y}$

$$\Rightarrow \quad m\,v\,\hat{j} = (M + m)\ \vec{V}_{final}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{V}_{final(sistema)} = \frac{mv}{m+M}\,\hat{j}$$

Entonces: $L_{0(sistema)} = \ell \times p = \ell\hat{i} \times (M + m)\left(\frac{mv}{m+M}\right)\hat{j}$

$$\therefore \quad L_{0\ sistema} = \ell mv\ \hat{k}$$

Parte (b) $E_{K\,inicial\,(sistema)} = \frac{1}{2}mv^2$

$$E_{K\,final\,(sistema)} = \frac{1}{2}(m + M)\left[\frac{mv}{m+M}\right]^2$$

$$\therefore \quad E_{K\,final\,(sistema)} = \frac{m^2v^2}{2(m+M)}$$

Por lo tanto la energía que se pierde es:

$$\frac{1}{2}m\,v^2 - \frac{m^2v^2}{2(m+M)} = \frac{1}{2}m\,v^2\left[\frac{M}{m+M}\right]$$

$$\therefore \quad \Delta E = \text{Energía perdida} = \frac{m\,M\,v^2}{2(m+M)}$$

34. Una estación espacial en forma de rueda tiene un radio de 100 m y un momento de inercia de $5{,}00 \times 10^8\ kgm^2$. Una tripulación de 150 personas vive en el borde. La estación gira de manera que ellos experimentan una gravedad aparente de g (Fig. P11.34). Si 100 personas se mueven al centro, la velocidad de rotación angular cambia. ¿Qué gravedad aparente experimentan aquellos que permanecen en el borde? Suponga una masa promedio de 65,0 kg por cada miembro de la tripulación.

Figura P11.34

Resolución:

$I_{est.\,esp.} = 5{,}00 \times 10^8\ kg.m^2$

Masa de c/p = 65 kg

R = 100 m

Por conservación del momento angular:

$$L_{CM\,inicial} = L_{CM\,final}\ (sistema)$$

$$\Rightarrow \quad (I_{est.esp} + I_{150\,pers.}) \cdot \omega_i = (I_{est.esp} + I_{150\,pers.}) \cdot \omega_{final}$$

$$\Rightarrow \quad [5 \times 10^8 + 150 \times 65 \times (100)^2] \cdot \omega_i = [5 \times 10^8 + 50 \times 65 \times (100)^2] \cdot \omega_{final} \ \dots (1)$$

Por movimiento circular:

$$M_{150\,p}\,g = M_{150} \cdot \omega_i^2\,(100) \Rightarrow g = 100\,\omega_i^2 \quad \dots (2)$$

Por otro lado:

$$M_{50}x = M_{50p}\cdot \omega_i^2(100) \quad \Rightarrow \quad x = 100\,\omega_i^2 \qquad \dots(3)$$

De (1): $1.12.\omega_i = \omega_{final}$

De (2): $\omega_i = \frac{1}{10}\sqrt{9}$

Entonces en (3): en consecuencia: $x_{gravedad\ final\ aparente} = 1,25\ g$

MOMENTO ANGULAR COMO UNA CANTIDAD FUNDAMENTAL

35. En el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno, el electrón se mueve en una órb[...] circular de $0,529\times10^{-10}$ m de radio alrededor del protón. Suponiendo que el mo[...]mento angular orbital del electrón es igual a h, calcule a) la velocidad orbital [...] electrón, b) la energía cinética del electrón, y c) la frecuencia angular del movimien[...]to del electrón.

Resolución:

Datos: Radio $= 0,529\times10^{-10}$ m ; $m_{e^-} = 9,11\times10^{-31}$ kg ; $Le^- = h$

Parte (a) $Le^- = h = R\times P = (0,52\times10^{-10})\times 9,11\times10^{-31}\ .\ v$

$$\therefore\ v_{e^-} = 2.h\times10^{40}\ m/s$$

Parte (b)

$$E_K = \frac{1}{2}m_e\times v_e^2 = \frac{1}{2}(9,11\times10^{-31})(2h\times10^{40})^2 = 18,2\ h^2\times10^{49}\ \text{joules}$$

Parte (c)

$$\omega_{e^-} = \frac{v_{e^-}}{R} = \frac{2h\times10^{40}}{0,529\times10^{-10}} \qquad \therefore\ \omega_{e^-} = 3,8\ h\times10^{50}\ rad/s$$

PROBLEMAS ADICIONALES

36. Una esfera sólida uniforme de radio r se coloca sobre la superficie interior de un tazón hemisférico de radio R. La esfera se libera desde el reposo a un ángulo θ con la vertical y rueda sin deslizar (Fig. P11.36). Determine la velocidad angular de la esfera cuando alcanza el fondo del tazón.

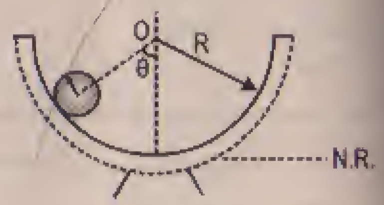
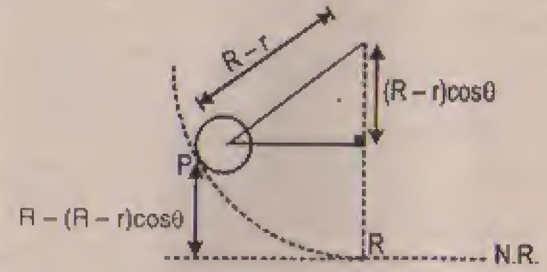


Figura P11.36

Resolución:

$$I_{CM\ esfera} = \frac{2}{5}MR^2$$



Por conservación de la energía: $E_{M\ inicial} = E_{M\ final}$

$$\Rightarrow\quad Mg\,[R-(R-r)\cos\theta] = \frac{1}{2}I_{ESF}\cdot\omega^2 + \frac{1}{2}M\left(\frac{\omega}{R}\right)^2$$

$$\Rightarrow\quad MgR(1-\cos\theta) + Mgr\cos\theta = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}Mr^2\right)\omega^2 + \frac{1}{2}M\left(\frac{\omega^2}{r^2}\right)$$

$$\Rightarrow\quad gR - gR\cos\theta + gr\cos\theta = \frac{r^2\omega^2}{5} + \frac{\omega^2}{2r^2}$$

$$\Rightarrow\quad g[R - R\cos\theta + r\cos\theta] = \omega^2\left[\frac{2r^4+5}{10r^2}\right]$$

$$\therefore\quad \omega = \sqrt{\frac{10\,r^2 g}{2r^4+5}\,[R - R\cos\theta + r\cos\theta]}$$

37. El cometa Halley se mueve alrededor del Sol en una órbita elíptica. Su máximo acercamiento al Sol es de 0,59 UA y su máxima distancia es de 35 UA (1 UA = la distancia Tierra-Sol). Si la velocidad del cometa en el máximo acercamiento es de 54 km/s, ¿cuál es la velocidad cuando se encuentra más alejado del Sol, suponiendo que su momento angular respecto del Sol es constante?

Resolución:

Datos:

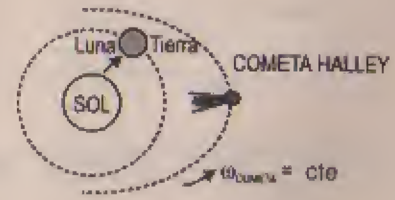
Máximo acercamiento = 0,59 UA

$V_{cometa(máx,acerc)} = 54\times10^3$ m/s

Máxima distancia del cometa = 35 UA

1 UA = distancia Tierra–Sol

Distancia: Tierra–Sol $= 1,496\times10^{11}$ m



$$L_{0\ \text{acercamiento}} = L_{0\ \text{aleamiento}}$$

$$L_{0\ \text{acercamiento}} = M_C\, v_C \times r = 0{,}59\ U_A \times M_C\ .\ 54 \times 10^3$$

$$L_{0\ \text{alejamiento}} = 35\ .\ U_A \times M_C\, v_{final}$$

$$\Rightarrow\quad 0{,}59\ U_A \times M_C\ .\ 54 \times 10^3 = 35\ .\ U_A \times M_C\, v_{final}$$

$$\therefore\quad v_{\text{final del cometa}} = 910{,}3\ \text{m/s}$$

38. Una delgada y uniforme mesa giratoria cilíndrica de 2,00 m de radio y 30,0 kg gira en un plano horizontal con una velocidad angular inicial de 4π rad/s. El cojinete de la mesa giratoria no ofrece fricción. Una pequeña masa de arcilla de 0,250 kg se deja caer sobre la mesa giratoria y se mantiene adherida en un punto a 1,80 m del centro de rotación. a) Encuentre la velocidad angular final de la arcilla y la mesa giratoria. (Considere la arcilla como una masa puntual.) b) ¿La energía mecánica es constante en esta colisión? Explique y utilice resultados numéricos para verificar su respuesta.

Resolución :

$$I_{\text{CM mesa cilíndrica}} = \frac{1}{2}MR^2$$

Masa de la mesa = 30 kg
Radio de la masa = 2,00 m
Masa de la arcilla = 0,250 kg

Parte (a)

$$L_{0\ \text{inicial del sistema}} = L_{0\ \text{final del sistema}}$$

$$\Rightarrow\quad I_{\text{CM mesa}} \times \omega_0 = (I_{\text{CM mesa}} + I_{\text{arcilla}})\ .\ \omega_{final}$$

$$\Rightarrow\quad \frac{1}{2}(30)(2)^2\,(4)(3{,}1416) = [\frac{1}{2}(30)(2)^2 + (0{,}250)(1{,}8)^2]\ \omega_{final}$$

$$\therefore\quad \omega_{final} = 12{,}4\ \text{rad/s}$$

Parte (b)

$$E_{M\ \text{inicial}} = \frac{1}{2}I_{CM}\ .\ \omega_0^2 = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}(30)(2)^2)(4 \times 3{,}1416)^2 = 4{,}74\ \text{kJ}$$

$$E_{M\ \text{final}} = \frac{1}{2}(I_{\text{CM mesa}} + I_{\text{arcilla}})\ .\ \omega_f^2 = \frac{1}{2}(60 + 0{,}81)(12{,}4)^2 = 4{,}66\ \text{kJ}$$

Como $E_{M\ \text{inicial}} > E_{M\ \text{final}}$, la energía mecánica no es constante

39. Una cuerda se enrolla alrededor de un disco uniforme de radio *R* y masa *M*. El disco se suelta desde el reposo con la cuerda vertical y su extremo superior amarrado a un soporte fijo (Fig. P11.39). A medida que el disco desciende, demuestre que a) la tensión en la cuerda es un tercio del peso del disco, b) la magnitud de la aceleración del centro de masa es $2g/3$, y c) la velocidad del centro de masa es $(4gh/3)^{1/2}$. Verifique su respuesta a la pregunta c) utilizando métodos de energía.

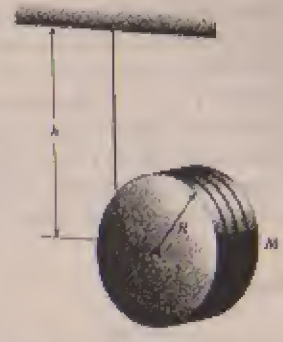
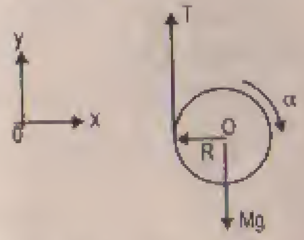


Figura P11.39

Resolución :

$$I_{\text{CM del disco}} = \frac{1}{2}MR^2$$



$$\Sigma\tau_o = I_{\text{CM disco}}\ .\ \alpha = I_{CM}\ .\ \frac{a}{R}$$

$$\Rightarrow\quad T.R = I_{CM}\ .\ \frac{a}{R} \qquad \therefore\quad a = \frac{TR^2}{I_{CM}}$$

Por otro lado: $\quad Mg - T = Ma \quad \Rightarrow \quad Mg = M\left(\dfrac{TR^2}{I_{CM}}\right) + T$

$$\therefore\quad T = \frac{Mg}{\left(\dfrac{MR^2}{I_{CM}} + 1\right)} = \frac{1}{3}Mg$$

Parte (b) Como: $\quad a_{CM} = \dfrac{TR^2}{I_{CM}} \quad \Rightarrow \quad a_{CM} = \left(\dfrac{1}{3}Mg\right)\dfrac{(R^2)}{\dfrac{1}{2}MR^2} = \dfrac{2g}{3}$

Parte (c)

Por cinemática: $\quad \omega_f^2 = \omega_0^2 + 2\alpha.h$

$$\Rightarrow\quad \frac{v_{CM}^2}{R^2} = 0 + 2h\left(\frac{2g}{3R}\right) \qquad \therefore\quad v_{CM} = \left(\frac{4ghR}{3}\right)^{1/2}$$

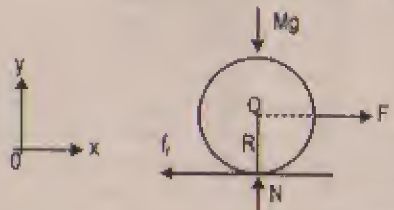
40. Una Fuerza horizontal constante **F** se aplica a un rodillo de césped que tiene la forma de un cilindro sólido uniforme de radio *R* y masa *M* (Fig. P11.40). Si el rodillo

rueda sin deslizar sobre una superficie horizontal, demuestre que: a) la aceleración del centro de masa es $2F/3M$, y b) el coeficiente de fricción mínimo necesario para evitar el deslizamiento es $F/3\ Mg$. (*Sugerencia:* Considere el momento de torsión respecto del centro de masa.)

FIGURA P11.40

Resolución :

$$I_{CM\ cilindro} = \frac{1}{2} MR^2$$



Parte (a)

Por demostrar: $\boxed{a_{CM} = \dfrac{2F}{3M}}$

$$\Sigma F_x = M.a \Rightarrow F - f_r = M.a \qquad ...(1)$$

$$\Sigma\tau_O = I_{CM} \cdot \alpha \Rightarrow f_r \cdot R = \frac{1}{2} MR^2 \cdot \frac{a}{R} \Rightarrow \frac{2 f_r}{M} = a \quad ...(2)$$

(2) en (1)

$$\Rightarrow F - \frac{aM}{2} = Ma \qquad \therefore\ a_{CM} = \frac{2F}{3M} \quad \text{l.q.q.d.}$$

Parte (b)

Como: $F - f_r = Ma$

$$\Rightarrow F - \mu_{min} \cdot Mg = \frac{2}{3} F \qquad \therefore\ \mu_{min} = \frac{F}{3Mg} \quad \text{l.q.q.d.}$$

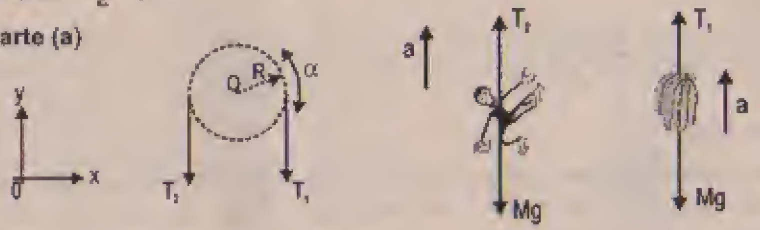
41. Una cuerda ligera pasa sobre una polea ligera sin fricción. Un extremo está amarrado a una penca de plátanos de masa M, y un chango de masa M está colgado en el otro extremo (Fig. P11.41). El chango asciende por la cuerda intentando alcanzar los plátanos. a) Considerando que el sistema se compone del chango, los plátanos, la cuerda y la polea, evalúe el momento de torsión neto respecto del eje de la polea. b) Empleando los resultados de a), determine el momento angular total respecto del eje de la polea y describa el movimiento del sistema. ¿El chango alcanzará los plátanos?

Figura P11.41

Resolución :

$$I_{CM\ polea} = \frac{1}{2} m_p.R^2$$

Parte (a)



$$\Sigma\tau_O = I_{CM\ polea} \cdot \alpha = I_{CM} \cdot \frac{a}{R}$$

$$\Rightarrow T_2 R - T_1 R = I_{CM} \cdot \frac{a}{R} \quad ...(1)$$

Por otro lado: $T_2 - Mg = Ma$ ... (2) (sube el mono)

$T_1 - Mg = Ma$ ... (3) (sube el plátano)

Como (2) = (3) $\Rightarrow$ $T_2 = T_1$

En consecuencia $\Sigma\tau_O = 0$

Parte (b)

$$\Sigma\tau_O = \frac{dL_O}{dt} \Rightarrow 0 = \frac{dL_O}{dt}$$

$$\therefore\ L_{0\ inicial} = L_{0\ final} = \text{Constante} = 0$$

En consecuencia: El chango no podrá alcanzar los plátanos.

42. Una pequeña esfera sólida de masa m y radio r rueda sin deslizar a lo largo de la pista mostrada en la figura P11.42. Si parte del reposo en la parte superior de la pista a una altura h, donde h es grande comparada con r, a) ¿cuál es el valor mínimo de h (en función del radio de la trayectoria R) de modo que la esfera complete la trayectoria? b) ¿Cuáles son las componentes de fuerza de la esfera en el punto P si h = 3R?

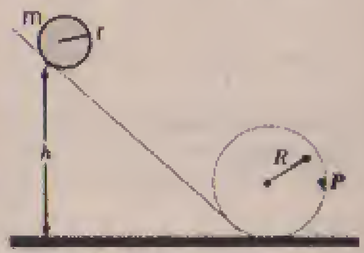


Figura P11.42

Resolución :

Parte (a) $I_{CM\ esfera} = \dfrac{2}{5} mr^2$

Por conservación de energía: $E_{MA} = E_{MB}$

$$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2} I_{CM}\, \omega^2 + \frac{1}{2} m\, \frac{\omega^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow \quad mgh = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mr^2\right)\omega^2 + \frac{1}{2}m\,.\,\frac{\omega^2}{r^2}$$

$$\therefore \quad \omega_B = \left(\frac{10\,ghr^2}{r^4+5}\right)^{1/2} \quad \Rightarrow \quad v_B = \left(\frac{r^3 \times 10.gh}{r^4+5}\right)^{1/2}$$

Por otro lado:

Para que la esfera pueda dar como mínimo una vuelta completa, el peso tiene que emplear un movimiento circular y a la vez la $E_{MB} = E_{MC}$

Entonces: $E_{MA} = E_{MB} = E_{MC}$

$$\Rightarrow \quad mgh = \frac{1}{2}m\,.\,v_c^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\,.\,\omega_C^2 + mg\,(2R)$$

por M.C.U: $mg = m\,.\,\dfrac{v_C^2}{R} \quad \Rightarrow \quad v_C^2 = gR$

$$\Rightarrow \quad mgh = \frac{1}{2}m(gR) + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mr^2\right)\left(\frac{gR}{r^2}\right) + mg(2R)$$

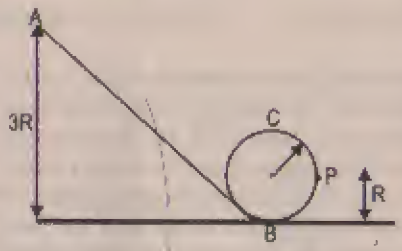
$$\Rightarrow \quad gh = \frac{gR}{2} + \frac{gR}{5} + 2gR$$

$$\therefore \quad h_{mínimo} = \frac{25R^2 + 2R^2}{10R}$$

Parte (b)

Por M.C.U.

$N = m\,.\,\dfrac{v_P^2}{R}$ ... (1)



Por conservación:

$E_{MA} = E_{MP}$

$$\Rightarrow \quad mg(3R) = mgR + \frac{1}{2}I_{CM}\left(\frac{v_P^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2}\,m\,.\,v_p^2$$

$$\Rightarrow \quad mg(3R) = mgR + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mr^2\right)\frac{v_P^2}{r^2} + \frac{1}{2} + m.v_p^2$$

$$\therefore \quad v_p^2 = \frac{20\,gR}{7}$$

En (1): $\quad N = \dfrac{m}{R} \times \left(\dfrac{20\,gR}{7}\right) = \dfrac{20}{7}mg$

En consecuencia las componentes de "F" serán

$$F_x = mg\,\hat{i} \quad ; \quad F_y = -mg\,\hat{j}$$

43. Este problema describe un método para determinar el momento de inercia de un objeto de forma irregular, como la carga de un satélite. La figura P11.43 muestra un método para determinar *I* en forma experimental. Una masa *m* está colgada de una cuerda enrollada alrededor de un eje interior (radio *r*) de una mesa giratoria que soporta al objeto. Cuando la masa se suelta a partir del reposo, desciende uniformemente una distancia *h*, adquiriendo una velocidad *v*. Muestre que el momento de inercia *I* del equipo (incluida la mesa giratoria) es $mr^2\,(2gh/v^2 - 1)$.

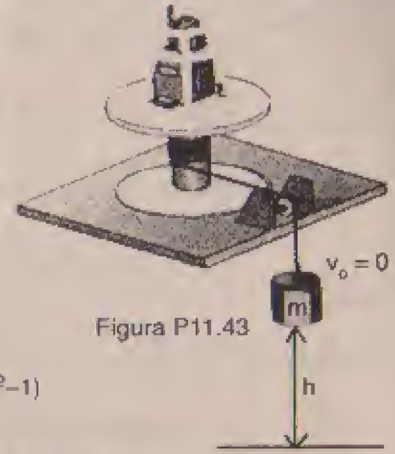


Figura P11.43

Resolución :

Por demostrar: $I = mr^2\,(2gh/v^2 - 1)$

Por la conservación de la energía:

$$E_{M\,inicial\,sistema} = E_{M\,final\,del\,sistema}$$

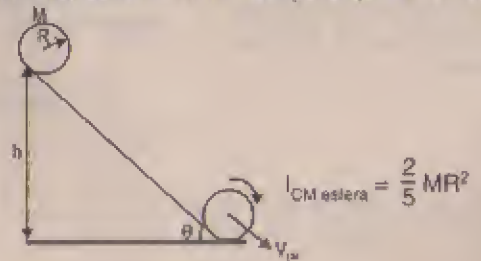
Entonces: $\quad mgh = \dfrac{1}{2}mv^2 + \dfrac{1}{2}I\,.\,\dfrac{v^2}{r^2}$

$$\Rightarrow \quad mgh = \frac{1}{2}v^2\left(m + \frac{I}{r^2}\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{2mgh}{v^2} - m = \frac{I}{r^2}$$

$$\therefore \quad I = mr^2\left[\frac{2gh}{v^2} - 1\right] \quad \text{l.q.q.d.}$$

44. Considere el problema de la esfera sólida que desciende rodando por un plano inclinado, como el descrito en el ejemplo 11.1. a) Elija un eje instantáneo que pase por el punto de contacto *P* como el eje del origen para la ecuación del momento de torsión y muestre que la aceleración del centro de masa es $a_{CM} = \dfrac{5}{7}g\text{sen}\theta$. b) Demuestre que el coeficiente de fricción mínimo para que la esfera ruede sin deslizar es $\mu_{min} = \dfrac{2}{7}\tan\theta$.

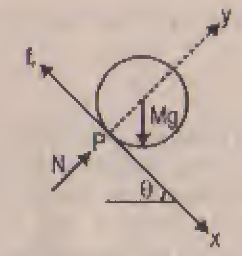
Resolución :



Parte (a)

$\Sigma F_y = 0$

$\Rightarrow \quad N = Mg\cos\theta$



$\Sigma F_x = M.a_{CM}$

$\Rightarrow \quad Mg\text{sen}\theta - f_r = M \,.\, a_{CM}$

$$\Sigma\tau_{CM} = I_{CM}\cdot\frac{a_{CM}}{R} \quad \Rightarrow \quad f_r.R = \frac{2}{5}MR^2\,.\,\frac{a_{CM}}{R} \qquad \therefore \quad f_r = \frac{2}{5}Ma_{CM}$$

Luego: $\quad Mg\text{sen}\theta - \frac{2}{5}Ma_{CM} = Ma_{CM}$

$$\therefore \quad a_{CM} = \frac{5}{7}g\text{sen}\theta \qquad \text{l.q.q.d}$$

Parte (b)

Sabemos que: $f_r = \frac{2}{5}M\,a_{CM}$

$$\Rightarrow \quad \mu_{min}\,.\,Mg\cos\theta = \frac{2}{5}M\left(\frac{5}{7}g\ \text{sen}\,\theta\right)$$

$$\therefore \quad \mu_{min} = \frac{2}{7}\tan\theta \qquad \text{l.q.q.d.}$$

45. Una demostración física común (Fig. P11.45) consiste en una bola que descansa a ℓ metros del extremo articulado de una tabla de longitud ℓ que se eleva a un ángulo θ respecto de la horizontal. Una taza que se coloca sobre la tabla a una distancia r_c recibirá la bola cuando la vara de soporte se quite repentinamente. Demuestre que si la bola va a caer en la taza, a) θ debe ser al menos de 35,3° cuando la bola se sitúa en el extremo de la tabla, y b) que la taza debe situarse en $r_c = \dfrac{2\ell}{3\cos\theta}$ para este ángulo límite. c) Si la bola está en el extremo de una vara de 1,0 m a este ángulo crítico, demuestre que la taza debe estar a 18,4 cm del extremo articulado.

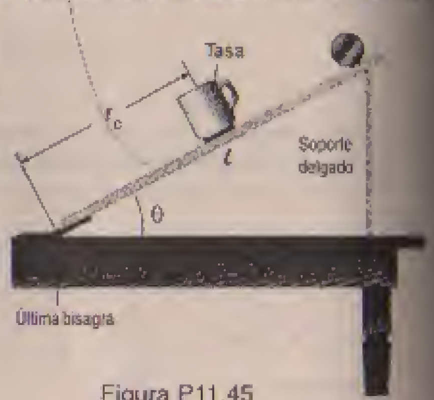


Figura P11.45

Resolución :

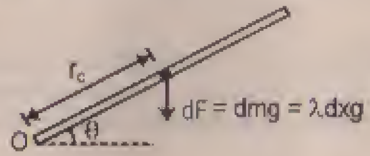
Parte (a)

Si $\quad \theta = 35{,}3° \quad \Rightarrow \quad \text{sen}(35{,}3°) \approx 0{,}568$
$\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \cos(35{,}3°) \approx 0{,}823$

Por conservación de energía

$$E_{M\,inicial} = E_{M\,final} \Rightarrow \quad mg\,(\ell - r_c)\,\text{sen}\theta = \frac{1}{2}mv^2 \qquad \therefore \quad v^2 = 2g(\ell - r_c)\text{sen}\theta$$

Parte (b)



Por otro lado: $\quad \tau_o = dmr_c^2\,\alpha = \lambda dxgr_c\cos\theta$

$$\Rightarrow \quad \lambda\,dx.r_c^2\alpha = \lambda dx.gr_c\cos\theta$$

$$\therefore \quad \alpha = \frac{g\cos\theta}{r_c}$$

pero como "α" de la taza es igual a la "a" barra, entonces:

$$\alpha = \frac{3}{2}\,\frac{g\cos\theta}{\ell} \qquad \therefore \quad r_c = \frac{2\ell}{3\cos\theta} \qquad \text{l.q.q.d.}$$

Parte (c)

Si: $\quad L = 1{,}0\ m \quad \theta = 35{,}3°$ Hallar $r_c = 0{,}184\ m$ (por demostrar)

Sabemos que: $\quad r_c = \dfrac{2\ell}{3\cos\theta}$

$$\Rightarrow \quad r_c = \frac{2(1)}{3\cos 35{,}3} = \frac{2}{3(0{,}823)}$$

$$\therefore \quad r_c = 0{,}184\ m = 18{,}4\ m \qquad \text{l.q.q.d.}$$

46. Una bola de boliche se desliza y gira sobre una superficie horizontal de modo tal que su energía cinética rotacional es igual a su energía cinética traslacional. ¿Cuál es la proporción entre la velocidad del centro de masa de la bola y la velocidad tangencial de un punto sobre su superficie?

Resolución :

$$I_{CM\,boliche} = I_{CM\,esfera} = \frac{2}{5}MR^2$$

Por dato: $\quad E_{K\,rotacional} = E_{K\,traslacional}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}\,I_{CM}\,.\,\omega^2 = \frac{1}{2}M.v^2_{CM}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}M.R^2\right)\omega^2 = \frac{1}{2}M\,.\,v^2_{CM} \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{5}\,(\omega.R)^2 = v^2_{CM}$$

Velocidad tangencial = $v_T = \omega.R$

$$\Rightarrow \quad \frac{2}{5} \cdot v_T^2 = v_{CM}^2 \qquad \therefore \quad \frac{v_{CM}}{v_T} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

47. Un momento de torsión constante de 25,0 N . m se aplica a una piedra de afilar cuyo momento de inercia es 0,130 kg.m². Utilizando principios de energía, determine la velocidad angular después de que la piedra de afilar ha efectuado 15,0 rev. (Ignore la fricción).

Resolución :

$\tau = 25{,}0$ N.m

$I_{CM\ piedra} = 0{,}130$ kg.m²

$\theta = 15$ rev

$\tau = I_{CM} \cdot \alpha$

por otro lado: $\omega = \int_{\theta_0}^{\theta} \tau\, d\theta = \int_{\omega_0}^{\omega} I\, \omega d\omega$

$$\Rightarrow \quad (25{,}0)(15) = \frac{1}{2} I\omega^2 - \frac{1}{2} I\omega_0^2$$

$$\therefore \quad \sqrt{\frac{60\,\pi\,(25{,}0)}{0{,}130}} = \omega \qquad \therefore \quad \omega = 190{,}4 \text{ rad/s}$$

48. Un proyectil de masa m se mueve a la derecha con velocidad v_0 (Fig. P11.48a). El proyectil golpea y queda fijo en el extremo de una barra estacionaria de masa M y longitud d que está articulada alrededor de un eje sin fricción que pasa por su centro (Fig. P11.48b). a) Encuentre la velocidad angular del sistema justo después de la colisión. b) Determine la pérdida traccionaria de energía mecánica debido a la colisión.

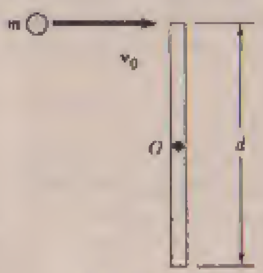


Fig. P11.48.a

Fig. P11.48b

Resolución :

Parte (a) $\qquad I_{CM\ barra} = \frac{1}{12} Md^2$

Por choque inelástico: $\qquad P_{inicial} = P_{final}$ (sistema)

$$\Rightarrow \quad m\,v_0 = (M+m)v_f \qquad \therefore \quad v_{final} = \frac{m\,v_o}{M+m}$$

Entonces: $\omega_f \cdot (d/2) = \dfrac{m\,v_o}{M+m} \qquad \therefore \quad \omega_{final\ del\ sistema} = \dfrac{2m\,v_o}{d(M+m)}$

Parte (b) $\qquad E_{inicial} = \frac{1}{2} m.v_o^2$

$$E_{final} = E_{final\ de\ rotación} + E_{final\ de\ traslación}$$

$$= \frac{1}{2}\left(I_{CM\ barra} + I_{masa}\right) \cdot \omega^2 + \frac{1}{2}(M+m)\,v_{CM}^2$$

$$\Rightarrow \quad E_{final} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{12} Md^2 + m \cdot \frac{d^2}{4}\right]\left(\frac{2\,m\,v_o}{d\,(m+M)}\right)^2$$

Entonces:
$$\frac{E_{final}}{E_{inicial}} = \frac{\dfrac{m^2 v_o^2\,(3m+M)}{6(M+m)^2}}{\dfrac{m\,v_o^2}{2}}$$

$$\therefore \quad \frac{E_{final}}{E_{inicial}} = \frac{m\,(3m+M)}{3\,(M+m)^2}$$

49. Una masa m está unida a una cuerda que pasa por un pequeño hoyo en una superficie horizontal sin fricción (Fig. P11.49). La masa inicialmente orbita con velocidad v_0 en un círculo de radio r_0. La cuerda se jala después lentamente desde abajo, disminuyendo el radio del círculo a r. a) ¿Cuál es la velocidad de la masa cuando el radio es r? b) Encuentre la tensión en la cuerda como una función de r. c) ¿Cuánto trabajo W se efectúa al mover m de r_0 a r? (Nota: La tensión depende de r.) d) Obtenga valores numéricos para v, T y W cuando r = 0,100 m, m = 50,0 g, r_0 = 0,300 m y v_0 = 1,50 m/s.

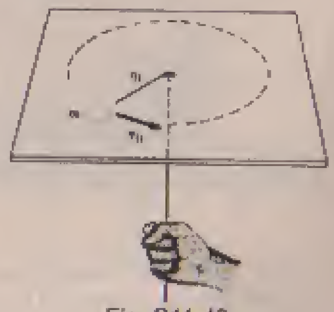


Fig. P11.49

Resolución :

Parte (a)

Por conservación del momento angular:

$$L_{0\ inicial\ del\ sistema} = L_{0\ final\ sistema}$$

$$\Rightarrow \quad m r_0^2 \frac{v_0}{r_0} = mr^2.\omega_{final} \quad \therefore \quad \omega_{final} = \frac{r_0 v_0}{r^2}$$

En consecuencia $\quad v_{final\ del\ sistema} = \frac{r_0}{r} v_0$

Parte (b)

Por movimiento circular: $\quad T = m . \frac{v^2}{r}$

$$\Rightarrow \quad T = \frac{m}{r} \times \left(\frac{r_0}{r} v_0 \right)^2 \qquad \therefore \quad T = \frac{m\, r_0^2 v_0^2}{r^3} \text{ N}$$

Parte (c)

Por el teorema del trabajo y la energía

$$W = \frac{1}{2} I . \omega_f^2 - \frac{1}{2} I \omega_0^2$$

$$\Rightarrow \quad W = \frac{1}{2} mr^2 \left(\frac{r_0 v_0}{r^2} \right)^2 - \frac{1}{2} mr_0^2 \left(\frac{v_0}{r_0} \right)^2$$

$$\therefore \quad W = \frac{1}{2} m . v_0^2 \left[\frac{r_0^2 - r^2}{r^2} \right] \text{ joules}$$

Parte (d)

$r = 0{,}1$ m ; $m = 50 \times 10^{-3}$ kg ; $r_0 = 0{,}3$ m ; $v_0 = 1{,}5$ m/s

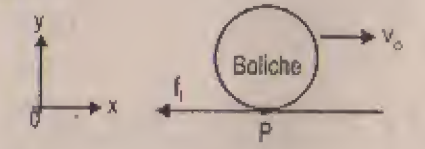
- $v = \frac{r_0}{r} . v_0 \quad \Rightarrow \quad v = \frac{0{,}3}{0{,}1} \times 1{,}5 = 4{,}5$ m/s

- $T = \frac{m\, r_0^2\, v_0^2}{r^3} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{(50 \times 10^{-3})(0{,}3)^2 (1{,}5)^2}{(0{,}1)^3} = 10{,}125$ N

- $W = \frac{1}{2} m.v_0^2 \left[\frac{r_0 - r}{r} \right] \left[\frac{r_0 + r}{r} \right] \Rightarrow W = \frac{1}{2} (50 \times 10^{-3})(1{,}5)^2 \left[\frac{0{,}2}{0{,}1} \right] \left[\frac{0{,}4}{0{,}1} \right] = 0{,}45$ J

50. A una bola de boliche se le da una velocidad inicial v_0 en un canal de manera tal que inicialmente se desliza sin rodar. El coeficiente de fricción entre la bola y el canal es μ. Demuestre que durante el tiempo en que ocurre el movimiento de rodamiento puro, a) la velocidad del centro de masa de la bola es $5v_0/7$, y b) la distancia que recorre es $12v_0^2/49\ \mu g$. (*Sugerencia*: cuando ocurre el movimiento de rodamiento puro, $v_{CM} = R\omega$. Puesto que la fuerza de fricción proporciona la desaceleración, a partir de la segunda ley de Newton se concluye que $a_{CM} = \mu g$).

Resolución :



$$I_{CM\ boliche} = \frac{2}{5} MR^2$$

Parte (a)

Por rodamiento puro $\qquad E_{M\ inicial} = E_{M\ final}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m\, v_0^2 = \frac{1}{2} I_P . \frac{v_{CM}^2}{R^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} MR^2 + MR^2 \right) \frac{v_{CM}^2}{R^2}$$

$$\therefore \quad v_{CM} = \left(\frac{5}{7} \right)^{1/2} v_0 \qquad \text{l.q.q.d.}$$

Parte (b)

Por la segunda ley: $\quad -f_i = -\mu g M = M.a_{CM\,x} \qquad \therefore \quad \vec{a}_{CM} = -\mu . g$

Por cinemática: $\qquad v_{CM}^2 = v_0^2 + 2a_{CM} . d \quad \Rightarrow \quad \frac{5}{7} v_0^2 = v_0^2 - 2\mu g d$

$$\Rightarrow \quad d = \frac{v_0^2}{7\mu g} = \frac{7 v_0^2}{49\, \mu g} \qquad \text{l.q.q.d.}$$

51. Un remolque con un peso cargado **w** es jalado por un vehículo con una fuerza **F**, como en la figura P11.51. El remolque está cargado de manera tal que su centro de masa se localiza como se indica. Ignore la fuerza de fricción por rodamiento y suponga que el remolque tiene una aceleración de magnitud *a*. a) Encuentre la componente vertical de **F** en función de los parámetros dados. b) Si a = 2,00 m/s² y h = 1,50 m, ¿cuál debe ser el valor de d para que F_y = 0 (no hay carga vertical sobre el vehículo)? c) Encuentre F_x y F_y dado que w = 1 500 N, d = 0,800 m, L = 3,00 m, h = 1,50 m y a = −2,00 m/s².

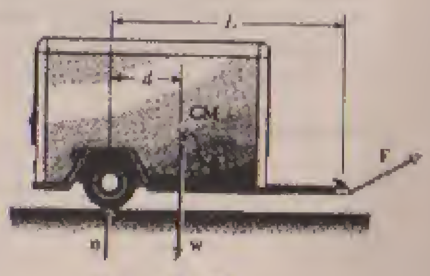


Figura P11.51

Resolución :

Parte (a)

$$\Sigma F_x = m.a \quad \Rightarrow \quad F_x = \frac{w}{g} . a \qquad ...(1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad F_y + n = w \qquad ...(2)$$

$$\Sigma\tau_{CM} = 0 \quad \Rightarrow \quad F_y(L-d) + F_x(h) - n(d) = 0 \qquad \dots (3)$$

De (2): $F_y\, d + nd = wd \quad \Rightarrow \quad nd = wd - F_y \cdot d \qquad \dots (4)$

(4) y (1) en (3)

$$\Rightarrow \quad F_y \cdot L - F_y d + \frac{wa}{g} \cdot h = wd - F_y d \qquad \therefore \quad F_y = \frac{w}{L}\left(d - \frac{ah}{g}\right)$$

Parte (b)

Si $a = 2{,}00$ m/s^2 ; $h = 1{,}5$ m ; $d = ?$; $F_y = 0$

Como $F_y = 0 = \dfrac{w}{L}\left(d - \dfrac{ah}{g}\right)$

$$\Rightarrow \quad d = \frac{ah}{g} \qquad \therefore \quad d = \frac{2 \times 1{,}5}{9{,}8} = 0{,}306 \text{ m}$$

Parte (c)

$F_x = ?$, $F_y = ?$; $w = 1\,500$ N ; $d = 0{,}800$ m ; $L = 3{,}00$ m ; $h = 1{,}5$ m
$a = -2{,}00$ m/s^2

Sabemos que:

- $F_x = \dfrac{w}{g} \cdot a \quad \Rightarrow \quad F_x = \dfrac{1500}{9{,}81}(-2{,}00) = -305{,}8\,\hat{i}$ N

- $F_y = \dfrac{w}{L}\left(d - \dfrac{ah}{g}\right) \quad \Rightarrow \quad F_y = \dfrac{1\,500}{3}\left(0{,}8 + \dfrac{2(1{,}5)}{9{,}81}\right) \quad \therefore \; F_y = 552{,}9\,\hat{j}$ N

52. a) Una delgada barra de longitud h y masa M se sostiene verticalmente con su extremo inferior descansando sobre una superficie horizontal sin fricción. Después se deja que la barra caiga libremente. Determine la velocidad de su centro de masa justo antes de que golpee la superficie horizontal. b) Suponga que la barra está articulada en su extremo inferior. Determine la velocidad del centro de masa de la barra justo después de que golpea la superficie.

Resolución :

$$I_{barra} = \frac{1}{3}Mh^2$$

$$I_{CM\,barra} = \frac{1}{12}Mh^2$$

Parte (a)

Por conservación de la energía: $E_{M\,inicial} = E_{M\,final}$

$$\Rightarrow \quad Mg\,\frac{h}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}Mh^2\right)v_{CM}^2 \cdot \frac{4}{h^2} \qquad \therefore \qquad v_{CM} = \frac{1}{2}\sqrt{3hg}$$

Parte (b)

Después de que golpea la barra el suelo, la v_{CM} es la misma, debido a la conservación de la cantidad de movimiento.

53. Dos astronautas (Fig. P11.53), cada uno con una masa de 75 kg, están conectados por medio de una cuerda de 10 m y masa despreciable. Se encuentran aislados en el espacio, orbitando alrededor de su centro de masa a velocidades de 5,0 m/s. Calcule: a) la magnitud del momento angular del sistema considerando a los astronautras como partículas, y b) la energía rotacional del sistema. Al jalar la cuerda, los astronautas acortan la distancia entre ellos a 5,0 m. c) ¿Cuál es el nuevo momento angular del sistema? d) ¿Cuáles son sus nuevas velocidades? e) ¿Cuál es la nueva energía rotacional del sistema? f) ¿Cuánto trabajo realizan los astronautas al acortar la distancia que los separa?

53A. Dos astronautas (Fig. P11.53), cada uno con una masa M, están conectados por medio de una cuerda de longitud d y masa despreciable. Se encuentran aislados en el espacio, orbitando alrededor de su centro de masa a velocidades v. Calcule: a) la magnitud del momento angular del sistema considerando a los astronautas como partículas, y b) la energía rotacional del sistema. Al jalar la cuerda, los astronautas acortan la distancia entre ellos a $d/2$. c) ¿Cuál es el nuevo momento angular del sistema? d) ¿Cuáles son sus nuevas velocidades? e) ¿Cuál es la nueva energía rotacional del sistema? f) ¿Cuánto trabajo realizan los astronautas al acortar la distancia que los separa?

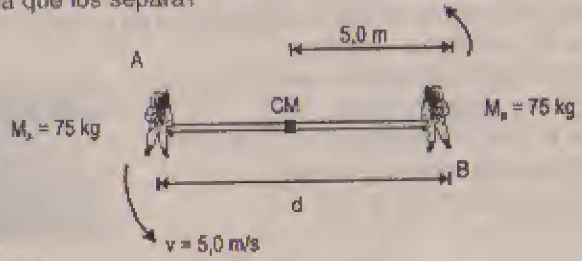


Figura P11.53

Resolución :

$M_A = 75$ kg ; $M_B = 75$ kg

$v = 5{,}0$ m/s

Parte (a) $\quad L_{CM\,sistema} = (5{,}0) \times (75)(5) + 5{,}0\,\hat{i} \times 75\,(5)\,\hat{j}$

$\therefore \quad L_{CM\,sistema} = 3{,}75 \times 10^3$ kg.m^2/s

Parte (b) $\quad E_{rotacional\,del\,sistema} = \dfrac{2}{2} I_A \cdot \omega^2$

$$\Rightarrow \quad E_{rot\ sistema} = 75 \times (5)^2 \left(\frac{5}{5}\right)^1$$

$$\therefore \quad E_{rot\ sistema} = 1\ 875 \text{ joules}$$

Parte (c) $\quad d = 2{,}5$ m

Por conservación del momento angular:

$$L_{CM\ sistema} = 2(5{,}0) \times (75)(5) = L_{CM\ sistema\ inicial}$$

$$\therefore \quad L_{CM\ sistema} = 3{,}75 \times 10^3 \text{ kg.m}^2/\text{s}$$

Parte (d)

Por conservación del momento angular:

$$3{,}75 \times 10^3 = 2(75)(2{,}5)^2 \cdot \omega_f$$

$$\therefore \quad \omega_{final\ del\ sistema} = 4{,}00 \text{ rad/s}$$

luego la velocidad de cada astronauta será:

$$v_A = \omega_f \cdot (2{,}5) = v_B = 4 \times (2{,}5) = 10 \text{ m/s}$$

Parte (e)

$$E_{rot\ sistema} = 2(75)(2{,}5)^2(4)^2 = 7\ 500 \text{ joules}$$

Parte (f)

$$W = E_{rotacional\ final} - E_{rotacional\ inicial} = 7\ 500 - 1\ 875 = 5\ 626 \text{ joules}$$

54. Un cubo sólido de madera de lado 2*a* y masa *M* descansa sobre una superficie horizontal. El cubo está restringido a rotar alrededor de un eje *AB* (Fig. P11.54). Una bala de masa *m* y velocidad *v* se dispara contra la cara opuesta a la *ABCD* a una altura de 4a/3. La bala queda incrustada en el cubo. Encuentre el valor mínimo necesario de *v* para volcar el cubo de manera que caiga sobre la cara *ABCD*. Suponga que m < M.

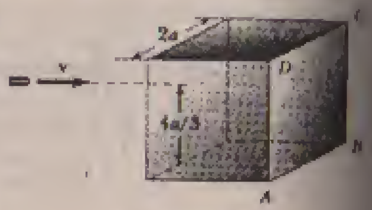


Figura P11.54

Resolución :

Por choque perfectamente inelástico: $\vec{P}_{inicial\ x} = \vec{P}_{final\ x}$

$$\Rightarrow \quad m\, v_B = m + M\, v_{final} \qquad \dots (1)$$

Por conservación de la energía

$$E_{M\ inicial}\ (\text{después del choque}) = E_{M\ final}\ (\text{después del choque})$$

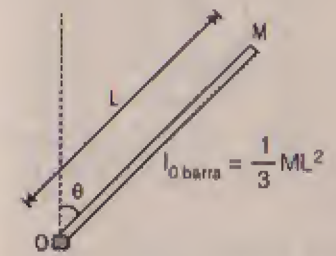
$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(m_{bala}) \cdot v^2_{final} = m \cdot g\left(\frac{4}{3}a\right)$$

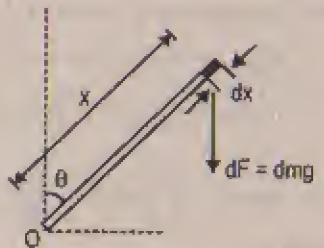
$$\therefore \quad v_{final} = \left[\frac{8\ amg}{3(m_{bala})}\right]^{1/2} \qquad \dots (2)$$

(2) en (1) $\Rightarrow m \cdot v_B = (m + M)\left(\frac{8\ amg}{3(m_{bala})}\right)^{1/2} \qquad \therefore\ v_{bala} = \left(\frac{8ag(m+M)^2}{3m^2}\right)^{1/2}$

55. Con frecuencia las chimeneas muy altas se fracturan en su parte media debido a que el mortero entre los ladrillos no puede soportar una fuerza de tensión tan alta. A medida que la chimenea se derrumba, esta tensión suministra las fuerzas centrípetas sobre los segmentos superiores que son necesarias para mantenerlas recorriendo un arco. Por simplicidad tomaremos a la chimenea como una barra uniforme de longitud L con un pivote en el extremo inferior. La barra empieza su movimiento desde el reposo en posición vertical (con el pivote en la parte inferior) y cae bajo la influencia de la gravedad. ¿Qué fracción de la longitud de la barra tiene una aceleración tangencial mayor que gsenθ, donde θ es el ángulo que la chimenea forma con el eje vertical?

Resolución :55





$$\frac{m}{L} = \lambda \ \Rightarrow\ dm = \lambda\, dL$$

$$dF = dm.g \ \Rightarrow\ dF = \lambda\, dx.g$$

$$\Rightarrow \quad d\tau_o = I_o \cdot \alpha$$

$$\Rightarrow \quad dF \cdot x\, \text{sen}\theta = \frac{1}{3} dm.x^2\alpha$$

$$\Rightarrow \quad \lambda\, dx\, gx\, \text{sen}\theta = \frac{1}{3}\lambda\, dx.x^2\alpha$$

Luego: $\qquad \alpha = \frac{3}{x}\, g\, \text{sen}\theta$

Como $\qquad a_T = \alpha.x \ \Rightarrow\ a_T = 3g\text{sen}\theta \ \Rightarrow\ a_T \geq 3g\text{sen}\theta$

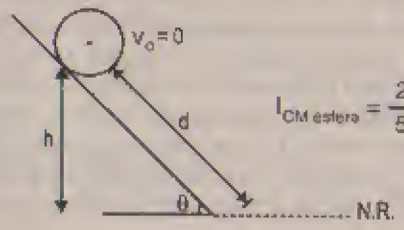
Pero como nos piden una aceleración ≥ gsenθ, entonces

$$\frac{x}{3} \geq g\text{sen}\theta, \quad \text{si } x = L \qquad \therefore\ \frac{L}{3} \geq g\, \text{sen}\theta$$

En consecuencia $\frac{L}{3}$ de la barra tendrá una aceleración $\geq g\,sen\theta$

56. Una esfera sólida se coloca en la parte superior de un plano inclinado que forma un ángulo θ con la horizontal. Esta posición inicial de la esfera corresponde a una distancia vertical *h* sobre el suelo. La esfera se suelta y desciende por el plano. Calcule la velocidad de la esfera cuando alcanza el pie de la pendiente en el caso en que a) rueda sin deslizar y b) se desliza sin fricción y sin rodar. Compare los tiempos que se requieren para llegar al pie de la pendiente en los casos a) y b).

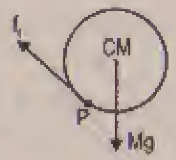
Resolución :



$$I_{CM\,esfera} = \frac{2}{5}MR^2$$

Parte (a)

Por conservación de energía:



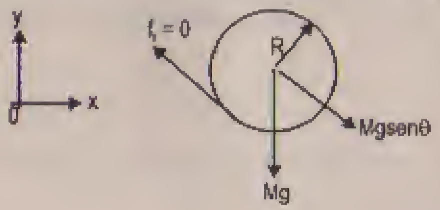
$$E_{M\,inicial} = E_{M\,final}$$

$$\Rightarrow \quad Mgh = \frac{1}{2}I_{CM}\,\omega^2 + \frac{1}{2}M.\,v_{CM}^2$$

$$\Rightarrow \quad Mgh = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}MR^2\right).\frac{v_{CM}^2}{R^2} + \frac{1}{2}M\,.\,v^2_{CM} \qquad \therefore \quad v_{CM} = \left(\frac{10}{7}gh\right)^{1/2}$$

Parte (b)

Como se desliza entonces por conservación de energía:



$$E_{M\,inicial} = E_{M\,final}$$

$$Mgh = \frac{1}{2}M\,v_{CM}^{\;2}$$

$$\Rightarrow \quad v_{CM} = \sqrt{2gh}$$

Parte (c)

Por rodadura pura $a_{CM} = \frac{5}{7}\,gsen\theta$

$$\Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2d}{a_{CM}}} = \sqrt{\frac{14\,d}{5gsen\,\theta}}$$

Por deslizamiento sin fricción: $a_{CM} = gsen\theta$

$$\Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2d}{a_{CM}}} = \sqrt{\frac{2d}{g\,sen\,\theta}}$$

57. Un carrete de alambre de masa *M* y radio *R* se desenrolla con una fuerza constante **F** (Fig. P11.57). Suponiendo que el carrete es un cilindro sólido uniforme que no desliza, muestre que, a) la aceleración del centro de masa es 4F/3*M*, y b) la fuerza de fricción es hacia la *derecha* y su magnitud es igual a *F*/3. c) Si el cilindro parte del reposo y rueda sin deslizar, ¿cuál es la velocidad de su centro de masa después de que ha rodado una distancia *d*?

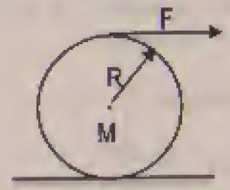


Figura P11.57

Resolución :57

$I_{CM\,cilindro} = 1/2\ MR^2$

Parte (a)

$$\Sigma F_x = M.a_{CM}$$

$$\Rightarrow \quad F + f_i = M.a_{CM} \qquad ...(1)$$

$$\Sigma\,\tau_{CM} = I_{CM}\,.\,\frac{a_{CM}}{R}$$

$$\Rightarrow \quad (F - f_i)\,R = \frac{1}{2}MR^2\,.\,\frac{a_{CM}}{R} \qquad ...(2)$$

(1) + (2)

$$\Rightarrow \quad 2F = \frac{3}{2}M\,a_{CM} \qquad \therefore \quad a_{CM} = \frac{4F}{3M} \qquad \text{l.q.q.d.}$$

Parte (b)

De la ecuación (1)

$$F + f_i = M\left(\frac{4F}{3M}\right) \qquad \therefore \quad f_i = \frac{F}{3} \qquad (+)\ \text{derecha}$$

Parte (c)

Por cinemática: $\quad v^2_{f\,CM} = v_0^2 + 2a_{CM}\,(d)$

$$\therefore \quad v_{f\,CM} = \sqrt{\frac{8\,F\,d}{3\,M}}$$

58. Un disco sólido uniforme se pone en rotación con una velocidad angular ω_0 alrededor de un eje que pasa por su centro. Mientras permanece girando a esta

velocidad, el disco se pone en contacto con una superficie horizontal y se suelta, como en la figura P11.58. a) ¿Cuál es la velocidad angular del disco una vez que ocurre el rodamiento puro? b) Encuentre la pérdida fraccionaria de la energía cinética desde el momento en que el disco se suelta hasta que ocurre el rodamiento puro. (*Sugerencia*: considere momentos de torsión alrededor del centro de masa).

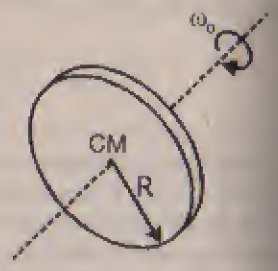


FIGURA P11.58

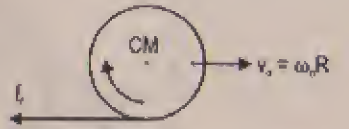
Resolución :

$I_{CM\,disco} = \frac{1}{2} mR^2$

Parte (a)

En el momento que el disco hace contacto con la superficie la velocidad angu[lar] inicial es cero $\omega_0 = 0$; pero el disco se mueve con $v_0 = \omega_0 R$.

Parte (b)



$\therefore \quad f_r = \mu mg$

En el momento en que el disco hace contacto con la superficie para iniciar el mov[i]miento de rodamiento puro lo hace con una velocidad lineal inicial igual a $v_0 = \omega_0 R$ entonces:

$$E_{inicial} = E_{K\,inicial} = \frac{1}{2} m . v_0^2 = \frac{1}{2} m\omega_0^2 R^2$$

$$E_{final} = E_{K\,rotacional} + E_{K\,traslacional}$$

$$\Rightarrow \quad E_{final} = \frac{1}{2} I_{CM} . \omega_f^2 + \frac{1}{2} mv_f^2 \qquad ...(1)$$

Por cinemática: $a_{CM} = -\mu g \quad \wedge \quad \alpha = 2mg/R$

$$v_f = \omega_0 R - \mu g . t \Rightarrow \quad t = \omega_0 R/3\mu g$$

$$\omega_f = \alpha . t$$

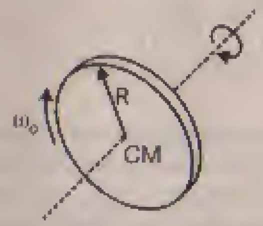
En consecuencia: $\omega_f = 2\omega_0/3 \qquad \therefore \quad v_f = 2R\omega_0/3$

Luego: $$E_{final} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} mR^2\right)\left(\frac{2\omega_0}{3}\right)^2 + \frac{1}{2} m\left(\frac{2R\omega_0}{3}\right)^2$$

$$\therefore \quad \Delta E_K = \text{pérdida de la energía} = \frac{1}{2} mR^2 \omega_0^2 - \frac{1}{3} mR^2 \omega_0^2 = \frac{1}{6} mR^2 \omega_0^2$$

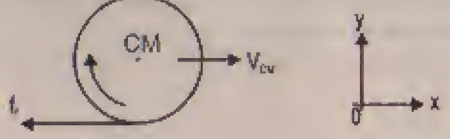
59. Suponga un disco sólido de radio R al cual se le da una velocidad angular ω_0 alrededor de un eje que pasa por su centro y después se baja hasta una superficie horizontal y se suelta, como en el problema 58 (Fig. P11.58). Suponga también que el coeficiente de fricción entre el disco y la superficie es μ. a) Muestre que el tiempo que tarda en ocurrir el movimiento de rodamiento puro es $R\omega_0/3\mu g$. b) Muestre que la distancia que recorre el disco antes de que ocurra el rodamiento puro es $R^2\omega_0^2/18\mu g$.

Resolución :



$I_{CM\,disco} = \frac{1}{2} MR^2$

Parte (a)



Como inicialmente gira alrededor de su centro de masa con ω_0, al hacer contacto con la superficie horizontal, el disco se mueve con una velocidad inicial $v_0 = \omega_0 . R$ entonces:

$$\Sigma F_x = M . a_{CM} \quad \Rightarrow \quad -f_r = -\mu . mg = m . a_{CM} \qquad \therefore \quad a_{CM} = -\mu g$$

$$\Sigma \tau_{CM} = I_{CM} . \alpha \quad \Rightarrow \quad f_{r(R)} = \frac{1}{2} MR^2 . \alpha$$

$$\Rightarrow \quad +\mu . MgR = \frac{1}{2} MR^2 . \alpha \qquad \therefore \quad \alpha = \frac{2\mu g}{R}$$

Por cinemática: $v_f = \omega_0 . R + (-\mu g)t \qquad ...(1)$

$\omega_f = \alpha . t \qquad ...(2)$

Igualando y reemplazando resulta que: $t = \omega_0 R/3 \mu g$ l.q.q.d.

Parte (b)

$$d = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$\Rightarrow \quad d = \omega_0 R \left(\frac{\omega_0 R}{3\mu g}\right) - \frac{1}{2}(+\mu g)\left(\frac{\omega_0 R}{3\mu g}\right)^2$$

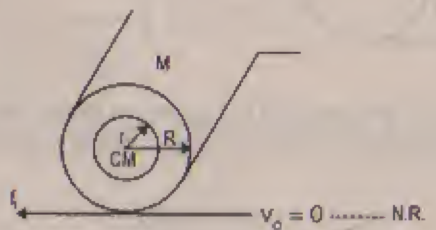
$$\Rightarrow \quad d = \frac{\omega_0^2 R^2}{3\mu g} - \frac{\omega_0^2 R^2}{18\mu g} = \frac{5\,\omega_0^2 R^2}{18\mu g} \quad \text{(después del rodamiento)}$$

Nos piden antes del rodamiento
entonces: $v_0 = 0$

Luego: $$d = \frac{1}{2}(\mu g)\left(\frac{\omega_0 R}{3\mu g}\right)^2 = \frac{\omega_0^2 R^2}{18\,\mu g} \qquad \text{l.q.q.d.}$$

60. Un gran rollo cilíndrico de papel de seda de radio inicial R se encuentra sobre una larga superficie horizontal con el extremo abierto del papel clavado sobre la superficie. Al rollo se le da un pequeño empujón ($v_0 \approx 0$) y comienza a desenrrollarse. a) Determine la velocidad del centro de masa del rollo cuando su radio ha disminuido a r. b) Calcule un valor numérico para esta velocidad en r = 1,0 mm, suponiendo R = 6,0 m. c) ¿Qué sucede con la energía del sistema cuando el papel se ha desenrollado completamente? (*Sugerencia*: Suponga que el rollo tiene una densidad uniforme y aplique métodos de energía).

Resolución :



Parte (a) $\quad I_{CM\ \text{rollo cilíndrico}} = \frac{1}{2}M(R^2 + r^2)$

Por rodamiento, se conserva la energía: $\quad E_{M\ \text{inicial}} = E_{M\ \text{final}}$

$$\Rightarrow \quad MgR = Mgr + \frac{1}{2}I_{CM}\cdot\omega^2 + \frac{1}{2}M\omega^2\cdot(R^2 + r^2)$$

$$\Rightarrow \quad Mg(R - r) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}M\,[R^2 + r^2]\right)\cdot\omega^2 + \frac{1}{2}M(R^2 + r^2)\omega^2$$

$$\therefore \quad \omega = \left(\frac{4g\,(R - r)}{R^2 + r^2}\right)^{1/2}$$

Luego: $$v_{CM} = \left[\frac{4g(R - r)^3}{R^2 + r^2}\right]^{1/2}$$

Parte (b) $\quad r = 10^{-3}$ m ; $\quad R = 6{,}0$ m ; $\quad g = 9{,}81$ m/s^2

$$\Rightarrow \quad v_{CM} = \left[\frac{4(9{,}81)\left(6 - 10^{-3}\right)^3}{(6)^2 - \left(10^{-3}\right)^2}\right]^{1/2} \qquad \therefore \quad v_{CM} \approx 15{,}34 \text{ m/s}$$

Parte (c) $\quad E_{final} = E_{K\ final} = \frac{1}{2}M\,(4gR) = 2MgR$

Como $R_{final} = 0 \qquad \therefore \quad E_{K\ final} = 0$

61. Un cubo sólido de lado 2a y masa M se desliza sobre una superficie sin fricción con velocidad uniforme v_0, como se puede ver en la figura P11.61a. Golpea un pequeño obstáculo al final de la mesa, lo que ocasiona que el cubo se ladee como en la figura P1.61b. Encuentre el valor mínimo de v_0 tal que el cubo caiga de la mesa. Advierta que el momento e inercia del cubo alrededor de un eje a lo largo de uno de sus bordes es $8Ma^2/3$. (*Sugerencia*: El cubo experimenta un choque inelástico en el borde).

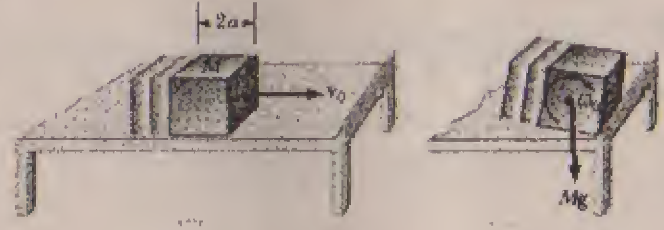


Figura P11.61

Resolución :

$I_{cubo} = 8\ Ma^2/3$

obs.: Datos incorrectos

62. En una demostración conocida como el carrito balístico, una pelota se proyecta verticalmente hacia arriba desde un carrito que se mueve con velocidad constante a lo largo de la dirección horizontal. La pelota cae en la taza de captura del carrito debido a que tanto éste como aquélla tienen la misma componente horizontal de velocidad. Considere un carrito balístico que se mueve sobre una pendiente que forma un ángulo θ con la horizontal como en la figura P11.62. El carrito (incluidas las ruedas) tiene una masa M y el momento de inercia de cada rueda es $mR^2/2$. a) Usando la conservación de la energía (con la suposición de que no hay fricción entre el carrito y el eje), y suponiendo movimiento de rodamiento puro (sin desliza-

miento), demuestre que la aceleración del carrito a lo largo de la pendiente es

$$a_x = \left(\frac{M}{M+2m}\right) g\,\text{sen}\theta$$

b) Advierta que la componente x de aceleración de la pelota lanzada por el carrito es $g\,\text{sen}\theta$. De modo que la componente x de la aceleración del carrito es *más pequeña* que la de la pelota por el factor $M/(M + 2m)$. Con este hecho y con ecuaciones cinemáticas demuestre que la pelota sobrepasa al carrito en una cantidad Δx donde

$\Delta x = \left(\frac{4m}{M+2m}\right)\left(\frac{\text{sen}\,\theta}{\cos^2\theta}\right)\frac{v_{yo}^2}{g}$ y v_{yo} es la velocidad inicial de la pelota impartida por el resorte en el carrito. c) Muestre que la distancia *d* que la pelota recorre medida a lo largo de la pendiente es $d = \frac{2v_{yo}^2}{g}\,\frac{\text{sen}\,\theta}{\cos^2\theta}$

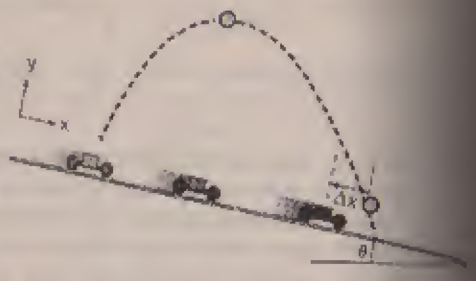
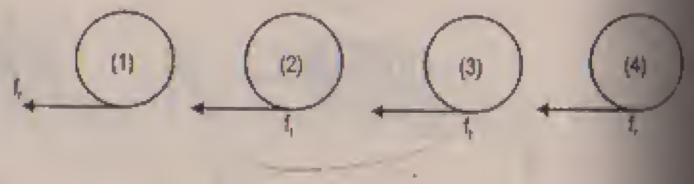


FIGURA P11.62

Resolución:

$I_{rueda} = m.\frac{R^2}{2}$



Parte (a)

Por demostrar: $a_x = \left(\frac{M}{M+2m}\right)g\,\text{sen}\theta$

Analizando el sistema: $Mg\,\text{sen}\theta - 4f_r = M.a_x$ ... (1)

$\Sigma\tau_{CM(cuerda)} = I_{rueda}\cdot\frac{a_x}{R} \Rightarrow f_r(R) = m\frac{R^2}{2}\,\frac{a_x}{R} \quad \therefore \quad f_r = \frac{m}{2}a_x$

Luego: de (1) $\quad Mg\,\text{sen}\theta = M.a_x + 4\left(\frac{m}{2}\cdot a_x\right)$

$$\therefore \quad a_x = \left(\frac{M}{M+2m}\right)g\,\text{sen}\theta \qquad \text{l.q.q.d.}$$

Parte (b)

Por dato: $a_{x\ pelota} = g\,\text{sen}\theta \Rightarrow a_{y\ pelota} = g\cos\theta$

Además: $v_{inicial\ pelota\ en\ y} = v_{0y}$; $v_{0\ inicial\ del\ carro} = v_0\cos\theta = 0$

$$v_{inicial\ de\ la\ pelota\ en\ x} = v_0\cos\theta = 0$$

Entonces por cinemática:

$$D_{carro} = v_0\cos\theta\,.\,t_{máx} + \frac{1}{2}g\,\text{sen}\theta\left[\frac{M}{M+2m}\right]t_{máx}^2 \quad ...(1)$$

$$D_{pelota} = D_{carro} + \Delta_x = v_0\cos\theta\,.\,t_{máx} + \frac{1}{2}g\,\text{sen}\theta\,.\,t_{máx}^2 \quad ...(2)$$

Por otro lado: $\quad t_{máx} = \frac{2v_{oy}}{g\cos\theta} \quad ...(3)$

Entonces reemplazando: (3) en [(1) en (2)]

$$\Delta x = v_0\cos\theta\,.\,t_{máx} + \frac{1}{2}g\,\text{sen}\theta\,.\,t^2_{máx} - v_0\cos\theta\,.\,t_{máx} - \frac{1}{2}g\,\text{sen}\theta\left[\frac{M}{M+2m}\right]t^2_{máx}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta x = \frac{1}{2}g\,\text{sen}\theta\left[\frac{2v_{oy}}{g\cos\theta}\right]^2 - \frac{1}{2}g\,\text{sen}\theta\left[\frac{M}{M+2m}\right]\cdot\left[\frac{2v_{oy}}{g\cos\theta}\right]^2$$

$$\Rightarrow \quad \Delta x = \frac{1}{2}g\,\text{sen}\theta\left[\frac{4v_{oy}}{g^2\cos^2\theta}\right]\left[1-\frac{M}{M+2m}\right]$$

$$\therefore \quad \Delta x = \left(\frac{4m}{M+2m}\right)\left(\frac{\text{sen}\,\theta}{\cos^2\theta}\right)\frac{v_{oy}^2}{g} \qquad \text{l.q.q.d.}$$

Parte (c)

$$D_{pelota} = v_0\cos\theta\,.\,t_{máx} + \frac{1}{2}g\,\text{sen}\theta\,.\,t^2_{máx}$$

$$\Rightarrow \quad D_{pelota} = v_0\cos\theta\left[\frac{2v_{oy}}{g\cos\theta}\right] + \frac{1}{2}g\,\text{sen}\theta\left[\frac{2v_{oy}}{g\cos\theta}\right]^2$$

$$\Rightarrow \quad D_{pelota} = \frac{4v_{oy}^2\,g\,\text{sen}\theta}{2g^2\cos^2\theta}$$

$$\therefore \quad D_{pelota} = \frac{2v_{oy}^2\,g\,\text{sen}\theta}{g\cos^2\theta} \qquad \text{l.q.q.d.}$$

63. La figura P11.63 muestra un carrete de alambre que descansa sobre una superficie horizontal. Cuando se jala, no se desliza en el punto de contacto P. El carrete se jala en las direcciones indicadas por medio de los vectores F_1, F_2, F_3 y F_4. Para cada fuerza determine la dirección en que rueda el carrete. Advierta que la línea de acción de F_2 pasa por P.

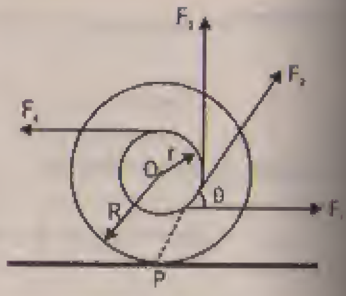


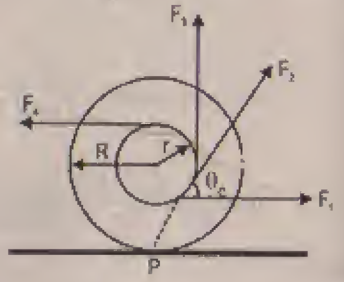
Figura P11.63

Resolución :

F_1: momento de torsión a favor de las manecillas del reloj.
F_2: momento de torsión igual a cero, porque pasa por "P".
F_3: momento de torsión en contra de las manecillas del reloj
F_4: momento de torsión en contra de las manecillas del reloj

64. El carrete mostrado en la figura P11.63 tiene un radio interior r y un radio externo R. El ángulo θ entre la fuerza aplicada y la horizontal puede variar. Demuestre que el ángulo crítico para el cual el carrete no rueda y permanece estacionario está dado por $\cos\theta_c = r/R$. (*Sugerencia*: En el ángulo crítico la línea de acción de la fuerza aplicada pasa por el punto de contacto).

Resolución :64



Por demostrar:

$$\cos\theta_c = \frac{r}{R}$$

$$F_1 + F_2\cos\theta_c - F_4 = 0$$

$$\Rightarrow \quad F_2\cos\theta_c = F_4 - F_1 \qquad \dots(1)$$

$$\Sigma\tau_o = 0 \quad \Rightarrow \quad (F_3 + F_4 + F_1)\,r = -F_2\cos\theta_c \,.\, R$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{r}{R} = \frac{F_2\cos\theta_c}{F_3 + F_4 + F_1} \qquad \dots(2)$$

$$\Sigma\tau_p = 0 \quad \Rightarrow \quad F_4(R + r) + F_3 \,.\, r = F_1(R - r)$$

$$\Rightarrow \quad (F_1 + F_3 + F_4)\,r = (F_1 - F_4)\,R$$

$$\Rightarrow \quad \frac{r}{R} = \frac{F_1 - F_4}{F_1 + F_3 + F_4} \qquad \dots(3)$$

$$(1)\text{ en }(2) \quad \Rightarrow \quad \frac{r}{R} = \frac{F_1 - F_4}{F_1 + F_3 + F_4} \qquad \dots(\alpha)$$

En consecuencia: $\cos\theta_c = \dfrac{r}{R}$ l.q.q.d.

65. Un tablón que tiene una masa M = 6,0 kg se transporta sobre dos rodillos cilíndricos sólidos idénticos, cada uno con un radio R = 5,0 cm y masa m = 2,0 kg (Fig. P11.65). El tablón se jala con una fuerza horizontal constante F = 6,0 N aplicada a su extremo y perpendicular a los ejes de los cilindros (que son paralelos). Los cilindros ruedan sin deslizar sobre una superficie plana. Tampoco hay deslizamiento entre los cilindros y el tablón. a) Encuentre la aceleración del tablón y de los rodillos. b) ¿Qué fuerzas de fricción actúan?

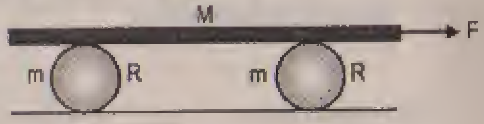


Figura P11.65

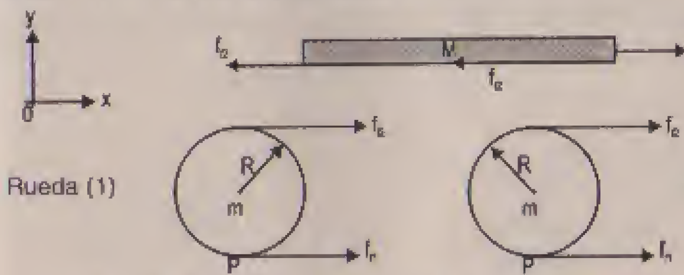
Resolución :

$$I_{CM\ cilindro} = \frac{1}{2}MR^2$$

Datos: M = 6,0 kg ; R = 0,05 m ; m = 2 kg ; F = 6,0 N

Parte (a)

Diagrama de cuerpo libre de cada objeto:



$$\Sigma F_x = M \,.\, a_{tablón} \quad \Rightarrow \quad F - 2f_{t2} = M \,.\, a_{tablón} \qquad \dots(1)$$

Por otro lado:

Tomando el sistema (rueda 1 + rueda 2)

$$\Rightarrow \quad \Sigma F_x = m.a_{rueda} \quad \Rightarrow \quad 2(f_{t2} + f_{r1}) = m \,.\, a_{rueda}$$

$$\therefore \quad f_{t2} + f_{r1} = m\left(\frac{a}{2}\right) \text{rueda} \qquad \dots(2)$$

En consecuencia la aceleración de cada rodillo es la mitad de la aceleración del tablón. Luego:

$$a_{rodillo} = \frac{a_{tablón}}{2}$$

Por otro lado: $\Sigma \tau_p = I_p \dfrac{a_{tablón}}{2R}$

$$\Rightarrow \quad f_{t2}(2R) = \left(\frac{3}{2} mR^2\right)\frac{a_{tablón}}{2R} \qquad \therefore \quad f_{t2} = \frac{3}{8} m\, a_{tablón}$$

Entonces de (2): $f_{t1} = \dfrac{m}{8} a_{tablón}$

Luego de la ecuación (1)

$$6 - 2\left(\frac{3}{8} m a_T\right) = M.a_{tablón} \qquad \therefore \quad a_{tablón} = \frac{6}{\left(\dfrac{3m}{4} + M\right)}$$

En consecuencia: $a_{tablón} = \dfrac{6}{\dfrac{6}{4} + 6} = 0{,}800 \text{ m/s}^2$

$$a_{rodillo} = \frac{a_{tablón}}{2} = 0{,}400 \text{ m/s}^2$$

Parte (b) $f_{t2} = \dfrac{3}{8}(2)(0{,}800) = 0{,}600$ N (hacia arriba)

$$f_{t1} = \frac{1}{8}(2)(0{,}800) = 0{,}200 \text{ N (de abajo)}$$

Capítulo 12

EQUILIBRIO ESTÁTICO Y ELASTICIDAD

LAS CONDICIONES DE EQUILIBRO DE UN OBJETO RÍGIDO

1. Un jugador de beisbol sostiene un bat de 36 oz (peso = 10,0 N) con una mano en el punto O (Fig. P12.1). El bat está en equilibrio. Su peso actúa a lo largo de una línea a 60 cm a la derecha de O. Determine la fuerza y el momento de torsión ejercidos sobre el bat por el jugador.

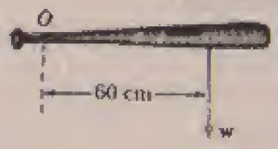


Figura P12.1

Resolución :

$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad F - w = 0$$
$$\therefore \quad F = 10 \text{ N}$$
$$\tau_o = w.d$$
$$\Rightarrow \quad \tau_o = 10 \times (0{,}6) = 6 \text{ N.m (en sentido contrario a las agujas del reloj)}$$

2. Escriba las condiciones necesarias de equilibrio para el cuerpo que se muestra en la figura P12.2. Considere el origen de la ecuación del momento de torsión en el punto O.

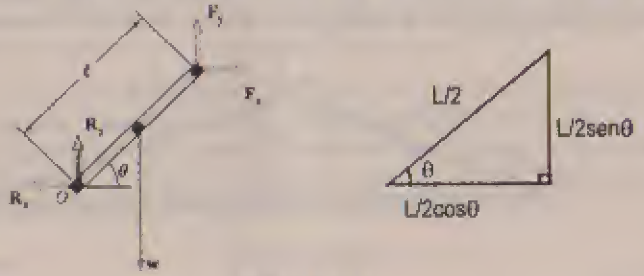


Figura P12.2

Resolución :

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad F_x - R_x = 0 \qquad \therefore \quad F_x = R_x$$
$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad R_y - F_y - w = 0 \qquad \therefore \quad R_y + F_y = w$$
$$\tau_o = F_y \,.\, L\cos\theta - w \,.\, \frac{1}{2}\cos\theta$$
$$\Rightarrow \quad \tau_o = L\cos\theta\left[F_y - \frac{w}{2}\right]$$

3. Una viga uniforme de peso w y longitud L tiene los pesos w_1 y w_2 en dos posiciones, como muestra la figura P12.3. La viga descansa en dos puntos. ¿En qué valor de x la viga estará equilibrada en P de manera tal que la fuerza normal en O sea cero?

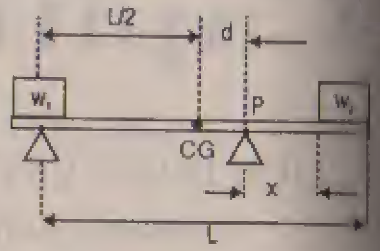


Figura P12.3

Resolución :

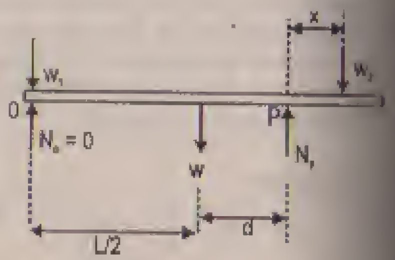
$\Sigma F_y = 0$

$\Rightarrow \quad w_1 + w_2 + w = N_p$

$\Sigma \tau_p = 0$

$$\Rightarrow \quad w_1\left(\frac{L}{2}+d\right) + w(d) - w_2(x) = 0$$

$$\therefore \quad x = \frac{\left[(w_1+w)d + w_1L/2\right]}{w_2}$$



4. Una letra "A" se forma con dos pedazos uniformes de metal, cada uno de 26,0 N de peso y 1,00 m de largo, articulados en la parte superior y mantenidos unidos por medio de un alambre horizontal de 1,20 m de longitud (Fig. P12.4). La estructura descansa sobre una superficie sin fricción. Si el alambre se conecta en puntos a una distancia de 0,65 m de la parte superior de la letra, determine la tensión en el alambre.

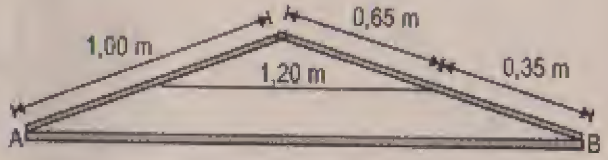
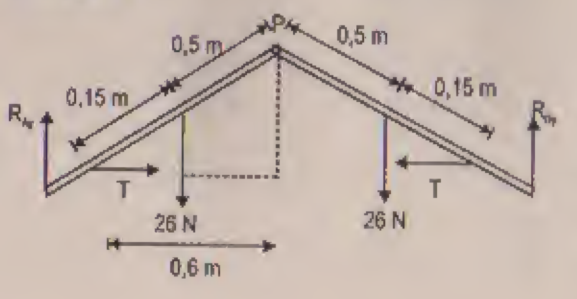
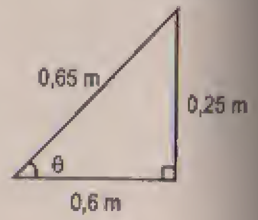


Figura P12.4

Resolución :





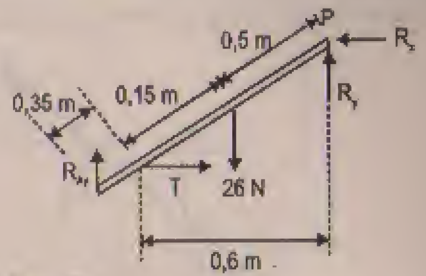
Por primera condición de equilibrio:

Para todo el sistema:

$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow$

$R_A + R_B - (26 + 26) = 0$

$\therefore \quad R_A + R_B = 52 \text{ N}$



$\Sigma \tau_p = 0 \quad \Rightarrow$

$R_B\text{sen}\theta - R_A\text{sen}\theta + 26(0,5)\cos\theta - 26(0,5)\cos\theta$

$+ T(0,65)\text{sen}\theta - T(0,65)\text{sen}\theta = 0$

$\therefore \quad R_A = R_B$

Por otro lado:

Para una sola barra: $\Sigma \tau_p = 0$

$\Rightarrow \quad 26(0,5)\cos\theta + T(0,65)\,\text{sen}\theta - R_A(\cos\theta) = 0$

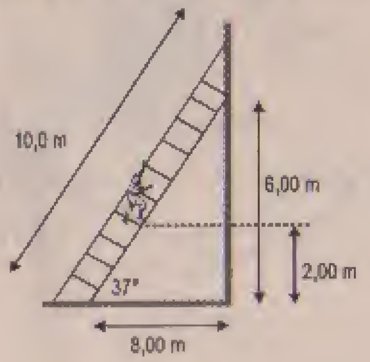
$$\Rightarrow \quad 26(0,5)\,\frac{(0,6)}{0,65} + T(0,65)\,\frac{(0,25)}{0,65} = \frac{26(0,6)}{0,65}$$

$$\Rightarrow \quad 12 + (0,25)T = 24 \qquad \therefore \quad T = \frac{12}{0,25} = 48 \text{ N}$$

5. Una escalera de 400 N de peso y 10,0 m de largo se coloca contra una pared vertical sin fricción. Una persona que pesa 800 N está parada sobre la escalera a 2,00 m del pie de ésta medidos a lo largo de ella. El pie de la escalera se encuentra a 8,00 m de la parte inferior de la pared. Calcule la fuerza ejercida por la pared y la fuerza normal ejercida por el piso sobre la escalera.

5A. Una escalera de peso w_1 y longitud L se coloca contra una pared vertical sin fricción. Una persona que pesa w_2 está parada sobre la escalera a una distancia x del pie de ésta medidos a lo largo de ella. El pie de la escalera se encuentra a una distancia d de la parte inferior de la pared. Calcule la fuerza ejercida por la pared y la fuerza normal ejercida por el piso sobre la escalera.

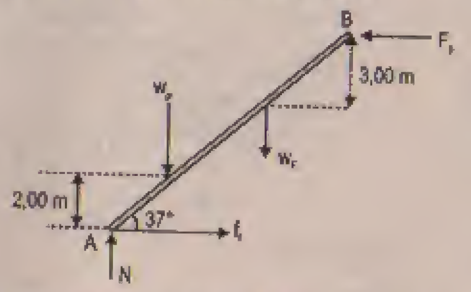
Resolución :

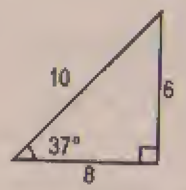


$w_{escalera} = 400 \text{ N}$

$w_{persona} = 800 \text{ N}$

Visita frontal: (Diagrama de cuerpo libre)





Por primera condición de equilibrio: $\quad \Sigma F_y = 0$

$\Rightarrow \quad N - w_p - w_E = 0 \qquad \Rightarrow \quad N = 400 + 800 = 1\,200\ N$

Por segunda condición de equilibrio: $\quad \Sigma\tau_A = 0$

$\Rightarrow \quad F_p\,(6) - w_p\,(2,0)\cos 37° - w_E\,(5)\cos 37° = 0$

$\Rightarrow \quad F_p\,(6) = 800(2,0)(0,8) + 400(5)(0,8) \qquad \Rightarrow \quad F_p\,(6) = 2\,880$

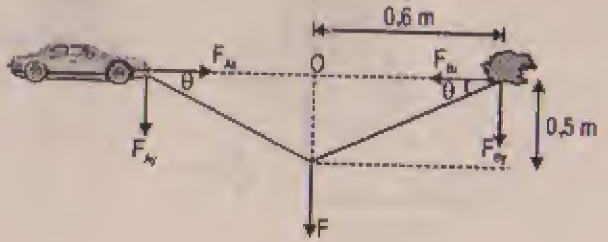
$\therefore \quad F_p = 480\ N$

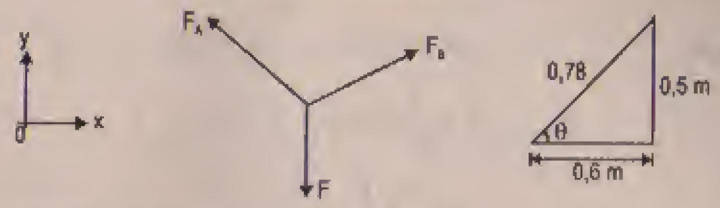
6. El carro de un estudiante queda atascado por una ventisca de nieve. Para rescatarlo, como estudiante de física, une un extremo de una cuerda al vehículo y el otro extremo al tronco de un árbol cercano, y deja una pequeña cantidad de cuerda. El estudiante ejerce después una fuerza **F** sobre el centro de la cuerda en la dirección perpendicular a la línea carro–árbol, como se muestra en la figura P12.6. Si la cuerda es inextendible y la magnitud de la fuerza aplicada es de 500 N, ¿cuál es la fuerza sobre el carro? (Suponga condiciones de equilibrio.)

Figura P12.6

Resolución :

F = 500 N





Por fuerzas concurrentes: $\quad \Sigma F_x = 0 \quad \wedge \quad \Sigma F_y = 0$

$\Rightarrow \quad F_B\cos\theta - F_A\cos\theta = 0 \Rightarrow \quad F_A = F_B$

Por otro lado: $\quad F_A\,\text{sen}\theta + F_B\,\text{sen}\theta - F = 0$

$\Rightarrow \quad (F_A + F_B)\,\text{sen}\theta = F \qquad \Rightarrow \quad 2F_A\,\dfrac{(0.5)}{0.78} = 500$

$\Rightarrow \quad F_A = \dfrac{(500)\,(0,78)}{1,00} \qquad \therefore \quad F_A = 390\ N$

MÁS ACERCA DEL CENTRO DE GRAVEDAD

7. En la figura P12.7 se muestra cómo a una pizza circular de radio *R* se le cortó un pedazo circular de radio *R*/2. Es claro que el centro de gravedad se ha movido de *C* a *C'* a lo largo del eje x. Demuestre que la distancia de *C* a *C'* es R/6. (Suponga que el espesor y la densidad de la pizza son uniformes).

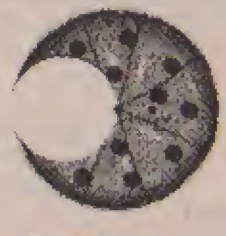
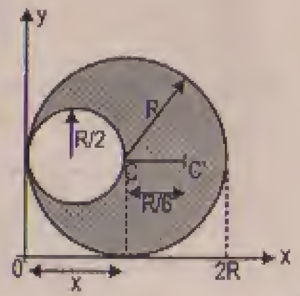


Figura P12.7

Resolución :



$x_{CG(total)}$ = círculo total relleno

$= \dfrac{16R}{6}$

Por demostrar: $\quad \overline{C'C} = \dfrac{R}{6} \qquad x_{CG} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i\,m_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$

Por otro lado: $\quad \dfrac{M}{A} = \rho \quad \Rightarrow \quad M = \pi R^2.\ \rho \qquad \therefore \quad dm = 2\pi.R\rho.d_R$

Luego: $x_{CG} = \int dm.x = \int x_1.dm_1 + \int x_2.dm_2$

$$\Rightarrow \quad x_{CG} = \frac{3\pi}{2}\rho\int_0^R x^2dx + \pi\rho\int_R^{2R} x^2dx$$

$$\Rightarrow \quad M.x_{CG} = \frac{3\pi}{2}\rho\,\frac{x^3}{3}\Big|_0^R + \frac{\pi\rho}{3}\,x^3\Big|_R^{2R}$$

$$\Rightarrow \quad M.x_{CG} = \frac{\pi}{2}\rho R^3 + \frac{8\pi\rho R^3}{3} - \pi\rho\,\frac{R^3}{3}$$

$$\Rightarrow \quad M.x_{CG} = \frac{17\pi.\rho R^3}{6} = \frac{17}{6}MR \quad \therefore \quad x_{CG} = \frac{17R}{6}$$

Luego: $x_{CG} - x_{CG(total)} = \frac{17R}{6} - \frac{16R}{6} = \frac{R}{6}$ l.q.q.d.

8. En la figura P12.8 se ve una escuadra de carpintero en forma de una "L". Localice su centro de gravedad.

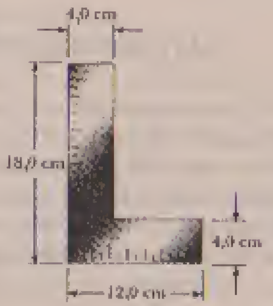
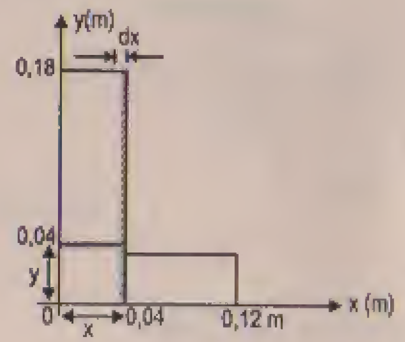


Figura P12.8

Resolución :



$$\frac{M}{A} = \rho \Rightarrow M = 104 \times 10^{-4}\rho$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{dm = \rho.dA}$$

Sea: $M.x_{CG} = \int x\,dm_1 + \int x\,dm_2$

$$\Rightarrow \quad M.x_{CG} = \int_0^{0,04}\rho(0,18)x\,dx + \int_{0,04}^{0,12}\rho(dx)(0,04)(x)$$

$$\Rightarrow \quad M.x_{CG} = \rho(0,18)\,\frac{x^2}{2}\Big|_0^{0,04} + \rho(0,04)\,\frac{x^2}{2}\Big|_{0,04}^{0.12}$$

$$\therefore \quad x_{CG} = \frac{4\times10^{-4}.\rho}{104\times10^{-4}.\rho} = \frac{4}{104} = 0,0385 \text{ m}$$

Por otro lado:

$$M._{CG} = \int y\,dm_1 + \int y\,dm_2$$

$$\Rightarrow \quad M.y_{CG} = \int_0^{0,04}\rho(0,12)y\,dy + \int_{0,04}^{0,18}\rho(0,04)y\,dy$$

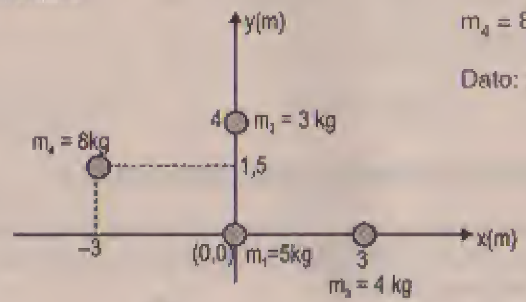
$$\Rightarrow \quad M.y_{CG} = \frac{(0,12)}{2}\rho y^2\Big|_0^{0,04} + \frac{\rho(0,04)}{2}y^2\Big|_{0,04}^{0,18}$$

$$\Rightarrow \quad 104\times10^{-4}\,y_{CG} = 7,12\,\rho\times10^{-4} \quad \therefore \quad y_{CG} = 7,12/104 = 0,0685 \text{ m}$$

En consecuencia: $\vec{r}_{CG} = (x;\, y) = (0,0385;\, 0,0685)$ m

9. Considere la siguiente distribución de masa: 5,0 kg en (0; 0) m; 3,0 kg en (0; 4,0) m y 4,0 kg en (3,0; 0) m. ¿Dónde se debe ubicar una cuarta masa de 8,0 kg de modo que el centro de gravedad del arreglo de cuatro masas esté en (0; 0)?

Resolución :



$m_4 = 8$ kg

Dato: $r_{CG} = (0;\, 0)$

$M_{total} = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 5 + 3 + 4 + 8 = 20$ kg

Por otro lado: $M\,x_{CG} = x_1\,m_1 + x_2\,m_2 + x_3\,m_3 + x_4\,m_4$

$\Rightarrow \quad 20\,x_{CG} = 0(5) + 0(3) + 3(4) + x_4\,(8)$

$\Rightarrow \quad 0 = 12 + 4\,x_4 \quad \therefore \quad x_4 = -3$ m

Así también: $M\,.\,y_{CG} = y_1\,m_1 + y_2\,m_2 + y_3\,m_3 + y_4\,m_4$

$\Rightarrow \quad 20\,y_{CG} = 0(5) + 4(3) + 0(4) + y_4(8)$

$\Rightarrow \quad 20(0) = 12 + 8\,y_4$

$\therefore \quad y_4 = 1,5$ m

Luego:
La cuarta masa se colocará en la posición (x; y) = (−3;1,5) m para que el centro de gravedad del sistema esté en (0; 0)

10. Pat construye tranquilamente una pista para su carro a escala (Fig. P12.10). La pista tiene 5,0 cm de ancho, 1,0 m de altura y 3,0 m de largo. El camino se corta de manera tal que forma una parábola, $y = (x-3)^2/9$. Localice la posición horizontal del centro de gravedad de esta pista.

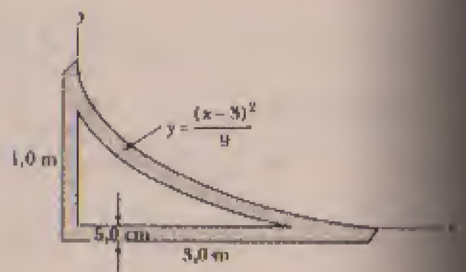


Figura P12.10

Resolución :

Sabemos que: $\frac{M}{A} = \rho \quad \Rightarrow \quad M_{total} = \rho\int_0^3 \frac{(x-3)^2}{9}\,dx = \frac{1}{9}\,9\rho = \rho$

Entonces: $M \cdot x_{CG} = \int_0^3 (0.05)(dx)\rho x + \rho\int_0^3 \frac{(x-3)^2}{9}\,x\,dx$

$\Rightarrow \quad M \cdot x_{CG} = (0,05)\rho\int_0^3 x\,dx + \frac{\rho}{9}\int_0^3 x(x-3)^2 dx$

$\Rightarrow \quad M \cdot x_{CG} = \frac{(0,05)}{2}\rho\, x^2\Big|_0^3 + \frac{\rho}{36}x^4\Big|_0^3 - \frac{2}{9}\rho x^3\Big|_0^3 + \frac{\rho}{2}x^2\Big|_0^3$

$\Rightarrow \quad \rho\, x_{CG} = 0,2\rho + 2,25\rho - 6\rho + 4\rho$

$\Rightarrow \quad \rho\, x_{CG} = 0,45\rho$

$\therefore \quad x_{CG} = 0,45$ m

EJEMPLOS DE OBJETOS RÍGIDOS EN EQUILIBRIO ESTÁTICO

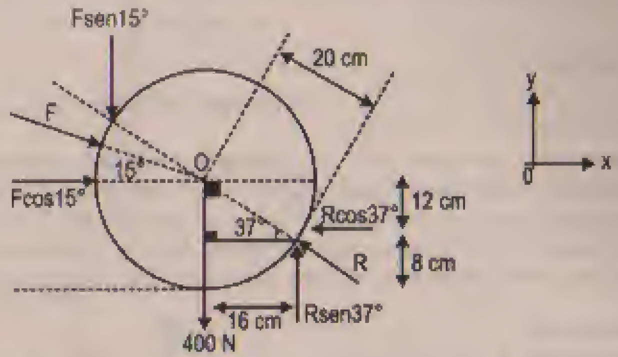
11. Chris empuja a su hermana Nicole en una carretilla cuando ésta es detenida por un ladrillo de 8,0 cm de altura (Fig. P12.11). Los manubrios forman un ángulo de 15,0° con la horizontal. Una fuerza hacia debajo de 400 N se ejerce sobre la rueda, la cual tiene un radio de 20,0 cm. a) ¿Qué fuerza debe aplicar Chris a lo largo de los manubrios para apenas levantar la rueda sobre el ladrillo? b) ¿Cuál es la fuerza (magnitud y dirección) que el ladrillo ejerce sobre la rueda justo cuando la rueda empieza a levantarse sobre éste? Suponga en ambas partes que el ladrillo permanece fijo y que no se desliza por el suelo.

Fig. P12.11

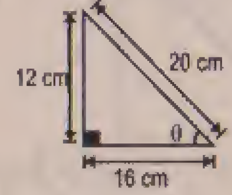
Resolución :

sen15° ≈ 0,259
cos15° ≈ 0,966

Parte (a)



Por triángulo notable:



$\therefore \quad \theta = 37°$

$\Sigma F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad F\cos 15° = R\cos 37° \quad \therefore \quad R = \frac{F\cos 15°}{\cos 37°}$

$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad R\,\text{sen}37° = 400 + F\,\text{sen}15°$

$\Rightarrow \quad \frac{F\cos 15°}{\cos 37°}\cdot \text{sen}37° - F\,\text{sen}15° = 400$

$\Rightarrow \quad F(\cos 15°\,\text{sen}37° - \text{sen}15°\,\cos 37°) = 400\cos 37°$

Reemplazando: $\therefore \quad F = 859$ N

Parte (b)

Sabemos que $\quad R = \frac{F\cos 15°}{\cos 37°}$

$\Rightarrow \quad R = \frac{(859)(0,966)}{0,8} \quad \therefore \quad R = 1037,2$ N

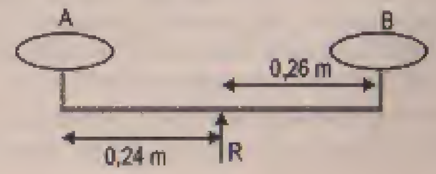
12. Dos platillos de una balanza están a 50,0 cm de distancia. Un tendero deshonesto ha movido el punto de apoyo de la balanza 1,0 cm más allá del centro. ¿En qué porcentaje el verdadero peso de los alimentos está siendo registrado de más por el tendero? (Suponga que la balanza tiene masa despreciable.)

Resolución :

$\Sigma F_y = 0$

$\Rightarrow \quad w_A = w_B = R$

$\Rightarrow \quad R = 2w$



$$\Sigma\tau_A = 0 \quad \Rightarrow \quad 2w\,(0{,}24) = w_B\,(0.5)$$

$$\therefore \quad w = 1{,}042\ w_B$$

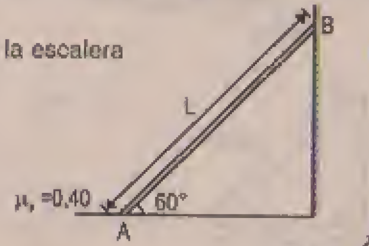
En consecuencia $w_{tendero\%} = 1{,}042 \times 100 = 104\%$

$\therefore$ 4% de más registrará

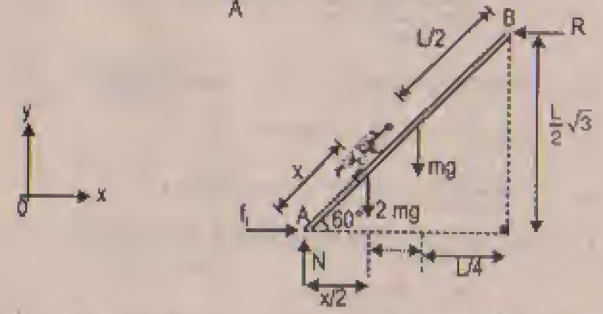
13. Una escalera que tiene una densidad uniforme y masa m descansa sobre una pared vertical sin fricción aun ángulo de 60°. El extremo inferior se apoya sobre una superficie plana donde el coeficiente de fricción estática es $\mu_s = 0{,}40$. Un estudiante con una masa $M = 2m$ intenta subir por la escalera. ¿Qué fracción de la longitud L de la escalera habrá alcanzado el estudiante cuando ésta empieza a deslizarse?

Resolución :

Vista frontal de la escalera



Datos: $w_{escalera} = mg$
$w_{estudiante} = 2\ mg$



$\Sigma F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad f_r = R \qquad \Rightarrow \quad 0{,}40\ N = R$

$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N - 2mg - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad N = 3mg$

Por otro lado:

$$\Sigma\tau_A = 0 \quad \Rightarrow \quad R\left(\frac{L}{2}\sqrt{3}\right) = 2mg\left(\frac{x}{2}\right) + mg\left(\frac{L}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \quad (0{,}40)(3mg)\left(\frac{L}{2}\sqrt{3}\right) = mg\left(x + \frac{L}{4}\right)$$

$$\therefore \quad x = 0{,}789\ m$$

14. Un tablón uniforme de 6,0 m de longitud y 30 kg de masa descansa horizontalmente sobre un andamio. Por uno de los extremos del andamio cuelgan 1,5 m del tablón. ¿Qué distancia puede recorrer un pintor de 70 kg de masa sobre la parte colgante del tablón antes de que éste se voltee?

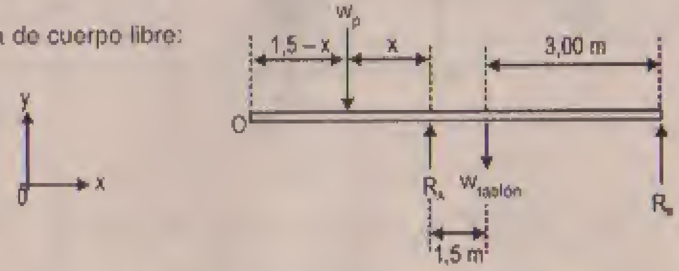
14.A Un tablón uniforme de longitud L y masa m_1 descansa horizontalmente sobre un andamio. Colgando por uno de los extremos del andamio cuelga una longitud d del

tablón. ¿Qué distancia puede recorrer un pintor de masa m_2 sobre la parte colgante del tablón antes de que éste se voltee?

Resolución :

Masa del tablón = 30 kg
Masa de la persona = 70 kg

Diagrama de cuerpo libre:



$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad R_A + R_B = w_P + w_{tablón} = 100\,(9{,}81) = 9{,}81\ N \qquad \dots(1)$

Así también:

$\Sigma\tau_o = 0 \quad \Rightarrow \quad R_A\,(1{,}5) + R_B\,(6) - w_P\,(1{,}5 - x) - w_{tab}\,(3) = 0$

$\Rightarrow \quad 1{,}5\ R_A + 6\ R_B = 70(9{,}81)(1{,}5 - x) + 30(9{,}81)(3) \qquad \dots(2)$

Por otro lado:

$\Sigma\tau_A = 0 \quad \Rightarrow \quad w_p\,(x) + R_B\,(4{,}5) = 294{,}3\,(1{,}5)$

$$\Rightarrow \quad R_B = \frac{294{,}3(1{,}5) - 70(9{,}81)(x)}{4{,}5} \qquad \dots(3)$$

Así también: $\quad \Sigma\,\tau_{tablón} = 0$

$\Rightarrow \quad w_P\,(x + 1{,}5) + R_B\,(3) - R_A\,(1{,}5) = 0$

$\Rightarrow \quad 6\ R_B = 3R_A - 2w_P\,(x + 1{,}5)$

$\Rightarrow \quad 1{,}5\ R_A - 70\,(9{,}81)(1{,}5 - x) - 90\,(9{,}81) = 3R_A - 2w_P\,(x + 1{,}5)$

$\Rightarrow \quad 1{,}5\ R_A = 2w_P\,(x + 1{,}5) - 70\,(9{,}81)(1{,}5 - x) - 90(9{,}81)$

$$\therefore \quad R_A = \frac{2\,w_p\,(x + 1{,}5) - 70(9{,}81)(1{,}5 - x) - 90(9{,}81)}{1{,}5} \qquad \dots(4)$$

$3 \times (4) + (3) \qquad$ (sumando)

$6w_P\,(x + 1{,}5) - 210\,(9{,}81)(1{,}5 - x) - 270\,(9{,}81) + 294{,}3\,(1{,}5) - 70\,(9{,}81)\,x = 981\,(4{,}5)$

$6(70)(9{,}81)(x + 1{,}5) - 210(9{,}81)(1{,}5 - x) - 270(9{,}81) + 294{,}3\,(1{,}5) - 70\,(9{,}81)x = 981\,(4{,}5)$

$4\,120{,}2\,x + 6\,180{,}3 - 3\,090{,}15 + 2\,060{,}1x - 2\,648{,}7 + 441{,}45 - 686{,}7x = 4\,414{,}5$

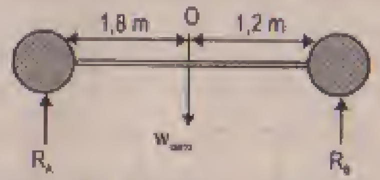
$$5\,493{,}6x = 4\,414{,}5 - 882{,}9$$

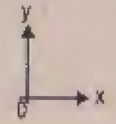
$$\therefore \quad x = 0{,}643\ m$$

15. Un automóvil de 1 500 kg tiene una base en las ruedas (la distancia entre los ejes) de 3,0 m. El centro de masa del automóvil está sobre la línea central en un punto a 1,2 m detrás del eje frontal. Encuentre la fuerza ejercida por el suelo sobre cada rueda.

Resolución :

$$w_{carro} = 1\,500 \times (9{,}81) = 14\,715 \text{ N}$$





$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad R_A + R_B = w_{carro} \quad \text{... (1)}$

$\therefore \quad R_A + R_B = 14\,715 \text{ N}$

$\Sigma\tau_O = 0 \quad \Rightarrow \quad R_B\,(1{,}2) - R_A\,(1{,}8) = 0 \quad \Rightarrow \quad R_B = R_A\,\dfrac{1{,}8}{1{,}2} \quad \text{... (2)}$

Reemplazando (2) en (1): $R_A + \dfrac{1{,}8}{1{,}2}\,R_A = 14\,715$

$\Rightarrow \quad 3R_A = (1{,}2) \times 14\,715 \qquad \therefore \quad R_A = 5\,886 \text{ N}$

Luego: $\quad R_B = \dfrac{1{,}8}{1{,}2} \times (5\,886) \qquad \therefore \quad R_B = 8\,829 \text{ N}$

16. Una barra uniforme de peso *w* y longitud *L* se sostiene en sus extremos por medio de una pileta sin fricción, como se muestra en la figura P12.16. a) Demuestre que el centro de gravedad de la barra está directamente arriba del punto *O* cuando la barra está en equilibrio. b) Determine el valor de equilibrio del ángulo θ.

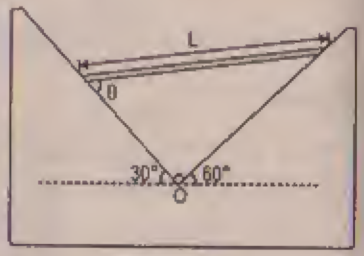


Figura P12.16

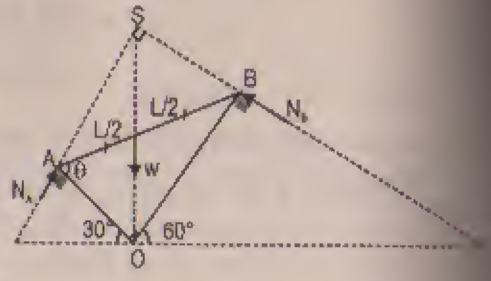
Resolución :
Peso de la barra = w

Parte (a)

Por fuerzas concurrentes:

$\Rightarrow \quad \Sigma F = 0\,;$

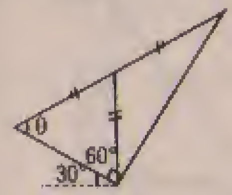
$\Sigma\tau_s = \Sigma\tau_O = 0$



En consecuencia el peso y centro de gravedad de la barra está por encima del punto "0"

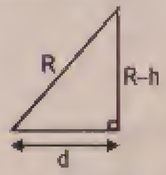
Parte (b)
Por teorema de la mediana:
en un triángulo rectángulo:

$\Rightarrow \quad \theta = 60°$



17. Un taco de billar golpea la bola roja y le da un impulso horizontal que hace que ésta ruede sin deslizar cuando empieza a moverse. ¿A qué altura sobre el centro de la bola (en función del radio de la bola) fue efectuado el tiro?

Resolución :



$R^2 = (R - h)^2 + d^2$

$\Rightarrow \quad 2R = d$

Luego $\Rightarrow \quad h = \dfrac{3R}{4}$

18. Una cadena flexible que pesa 40 N cuelga entre dos ganchos ubicados a la misma altura (Fig. P12.18). En cada gancho, la tangente a la cadena forma un ángulo θ = 42° con la horizontal. Encuentre a) la magnitud de la fuerza que cada gancho ejerce sobre la cadena, y b) la tensión en la cadena en su punto medio. (*Sugerencia*: Para el inciso b) construya un diagrama de cuerpo libre para la mitad de la cadena).

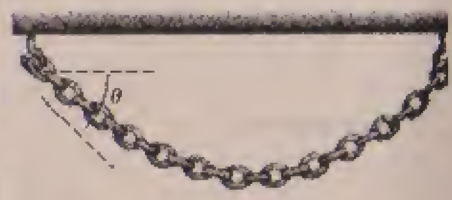


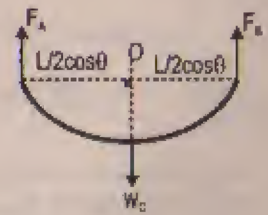
Figura P12.18

Resolución :
$w_{cadena} = 40 \text{ N}$

$\theta = 42°$

Considerar: $\quad \text{sen}42° \approx 0{,}669$

$\qquad \cos 42° \approx 0{,}743$



Parte (a)

$\Sigma F_y = 0 \qquad \Rightarrow \quad F_A + F_B - W_C = 0 \Rightarrow F_A + F_B = 40 \text{ N}$

$\Sigma\tau_o = 0 \qquad \Rightarrow \quad F_B\left(\dfrac{L}{2}\cos\theta\right) - F_A\left(\dfrac{L}{2}\cos\theta\right) = 0 \qquad \therefore \quad F_A = F_B$

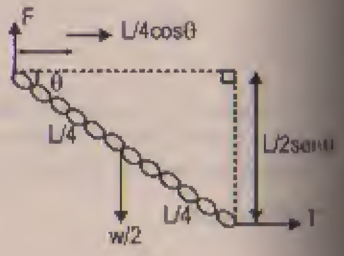
Luego: $\quad 2F = 40 \quad \Rightarrow \quad F = 20\text{ N} = F_A = F_B$

Parte (b)
$\theta = 42°$

$\Sigma\tau_o = 0 \quad \Rightarrow \quad T\left(\dfrac{L}{4}\operatorname{sen}\theta\right) - F\left(\dfrac{L}{4}\cos\theta\right) = 0$

$\Rightarrow \quad T = F\,\dfrac{\cos 42°}{\operatorname{sen} 42°} = 20\,\dfrac{(0{,}743)}{(0{,}669)}$

$\therefore \quad T = 22{,}2\text{ N}$



19. Un letrero hemisférico de 1,0 m de diámetro y de densidad de masa uniforme está sostenido por dos cuerdas, como se muestra en la figura P12.19. ¿Qué fracción de peso del letrero soporta cada cuerda?

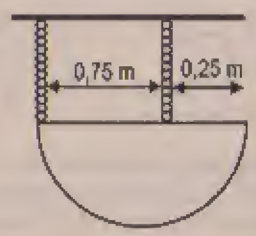
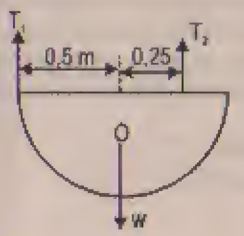


Figura P12.19

Resolución :19



$\Sigma F_y = 0$

$\Rightarrow \quad T_1 + T_2 = w$

$\Sigma\tau_o = 0$

$\Rightarrow \quad T_2\,(0{,}25) - T_1\,(0{,}5) = 0 \qquad \therefore\ T_2 = 2T_1$

Luego: $\quad T_1 + 2T_1 = w \qquad \therefore\ T_1 = w/3 \ \wedge\ T_2 = 2w/3$

20. Sir Lost se pone su armadura y sale del castillo sobre su fiel corcel buscando salvar bellas doncellas de los dragones (Fig. P12.20). Desafortunadamente su ayudante bajó demasiado el puente levadizo y finalmente lo detuvo 20,0° debajo de la horizontal. Sir Lost y su caballo se detienen cuando su centro de masa combinado se encuentran a 1,0 m del extremo del puente. El puente mide 8,0 m de largo y tiene una masa de 2 000 kg; el cable de izamiento está unido al puente a 5,0 m del extremo del castillo y hasta un punto 12,0 m arriba del puente. La masa de Sir Lost combinada con su armadura y corcel es de 1 000 kg. a) Determine la tensión en el cable, y b) las componentes de fuerzas horizontal y vertical que actúan sobre el puente en el extremo del castillo.

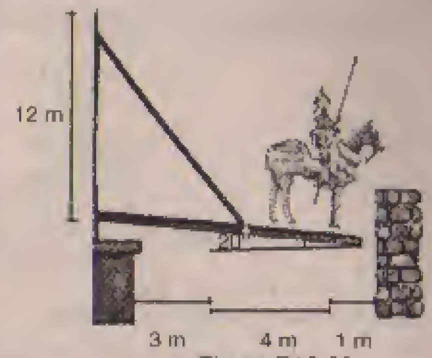


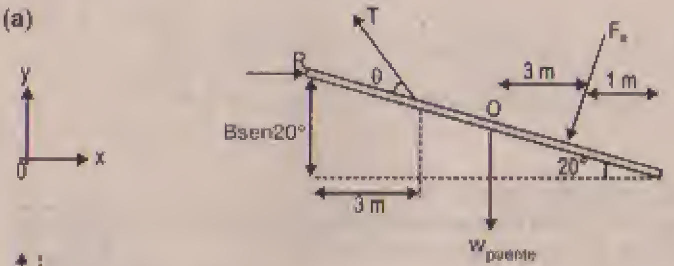
Figura P12.20

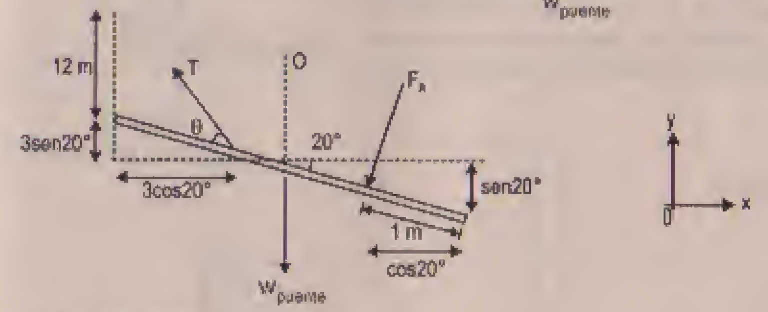
Resolución :

$w_{S,C\ y\ A} = 1000\text{ kg}\ ; \qquad M_{puente} = 2\,000\text{ kg}$

$\operatorname{sen}20° = 0{,}345\ ; \qquad \cos 20° = 0{,}9386$

Parte (a)





Por componentes:

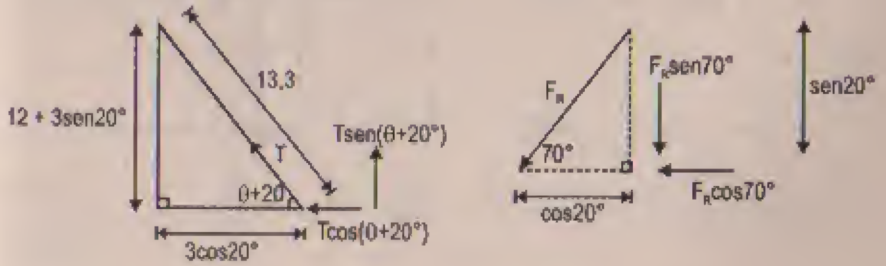


Diagrama de cuerpo libre de: Armadura-corcel

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Rightarrow \quad F_R = w_{C,A}\cos 20°$$

$$\therefore \quad F_R = (1\,000)(9{,}81)(0{,}938...)$$

$$F_R \approx 9207{,}67 \text{ N}$$

Por primera condición de equilibrio:

$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad T\text{sen}(\theta + 20°) - F_R\cos 20° - w_{puente} = 0$$

$$\Rightarrow \quad T = \frac{9\,207{,}67\,(0{,}9386) + 2\,000(9{,}81)}{\dfrac{12 + 3\,\text{sen}\,20°}{13{,}3}} \qquad \therefore \quad T \approx 28\,839 \text{ N}$$

Parte (b) $\vec{F}_{R_x} = -(9\,207{,}67)\cos 70°\ \hat{i} = -3\,176{,}65\ \hat{i}$ N

$\vec{F}_{R_y} = -(9\,207{,}67)\cos 20°\ \hat{j} = -8\,642{,}3\ \hat{j}$ N

21. Dos ladrillos uniformes idénticos de longitud *L* se colocan uno sobre el otro en el borde de una superficie horizontal sobresaliendo lo máximo posible sin caer, como se ve en la figura P12.21. Encuentre la distancia x.

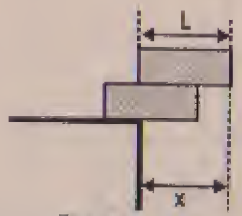


Figura P12.21

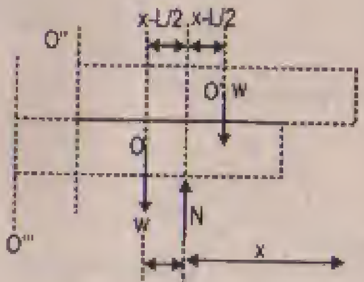
Resolución :21

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Rightarrow \quad N = 2w$$

$$\Sigma \tau_0^{'''} = 0$$

$$\Rightarrow \quad 2w\,(x) = w\left(\frac{L}{2}\right) + w(L)$$



$$\therefore \quad x = 3L/4$$

22. La figura P12.22 muestra una garrochista que sostiene en equilibrio una garrocha de 29.4 N ejerciendo una fuerza hacia arriba, **U**, con su mano delantera, y una fuerza hacia abajo, **D**, con su mano trasera. Si suponemos que el peso de la garrocha actúa en su punto medio, ¿cuáles son las magnitudes de **U** y **D**?

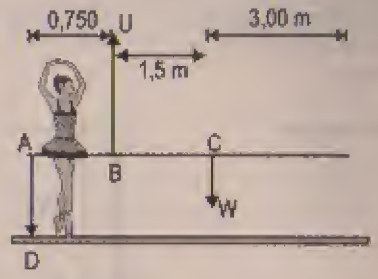


Figura P12.22

Resolución :

$w = 29{,}4$ N

$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad U - D - w = 0 \qquad \Rightarrow \quad U - D = 29{,}4 \text{ N} \quad ...(1)$

Por otro lado:

$\Sigma \tau_c = 0 \quad \Rightarrow \quad D(2{,}25) - U(1{,}5) = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{(sumando)} \quad ...(2)$

Luego: $\quad U = \dfrac{1{,}5\,U}{2{,}25} + 29{,}4 \qquad \therefore \quad U = 88{,}2 \text{ N}$

Entonces $\quad D = 88{,}2 - 29{,}4 = 58{,}8 \text{ N}$

PROPIEDADES ELÁSTICAS DE SÓLIDOS

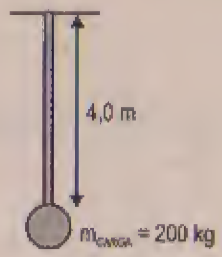
23. Una carga de 200 kg cuelga de un alambre de 4,0 m de largo, $0{,}20 \times 10^{-4}$ m² de área de sección transversal y módulo de Young de $8{,}0 \times 10^{10}$ N/m². ¿Cuánto aumenta su longitud?

Resolución :23

$Y = 8{,}0 \times 10^{10}$ N/m²

$A = 0{,}20 \times 10^{-4}$ m²

$\Delta L = ?$



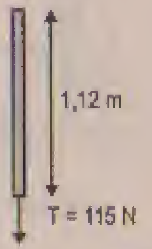
$F = mg = 200(9{,}81) = 1\,962$ N

Entonces: $\dfrac{F}{A} = Y \cdot \dfrac{\Delta L}{L} \Rightarrow \Delta L = \dfrac{F.L}{A.Y} = \dfrac{(1\,962 \text{ N})(4 \text{ m})}{(0{,}20 \times 10^{-4}\text{m}^2)(8{,}0 \times 10^{10}\text{N/m}^2)}$

Aumenta en: $\qquad \therefore \quad \Delta L = 4{,}905 \times 10^{-3}$ m

24. Un alambre de acero de un piano de 1,12 m de largo tiene un área de sección transversal de $6,0 \times 10^{-3}$ cm. Si se somete a una tensión de 115 N, ¿cuánto se alarga?

Resolución :



Área = $6,0 \times 10^{-7}$ m²
$Y_{acero} = 20 \times 10^{10}$ N/m²
$\Delta L = ?$

$$\frac{F}{A} = Y \cdot \frac{\Delta L}{L} \quad \Rightarrow \quad \Delta L = \frac{F.L}{AY}$$

Luego: $$\Delta L = \frac{(115\,N)\times(1{,}12\,m)}{(6{,}0\times10^{-7}\,m^2)(20\times10^{10}\,N/m^2)}$$

$\therefore$ Se alarga $\Delta L = 10{,}7 \times 10^{-4}$ m

25. Suponga que el módulo de Young para un hueso es $1{,}5 \times 10^{10}$ N/m² y que el hueso se fracturará si se ejercen más de $1{,}5 \times 10^{8}$ N/m². a) ¿Cuál es la fuerza máxima que puede ejercerse sobre el hueso fémur en la pierna si éste tiene un diámetro efectivo mínimo de 2,5 cm? b) Si esta gran fuerza se aplica comprensivamente, ¿cuánto se acorta un hueso de 25,0 cm de largo?

Resolución :

$Y_{hueso} = 1{,}5 \times 10^{10}$ N/m²

Parte (a) $$\frac{S}{\frac{\Delta L}{L}} = 1{,}5 \times 10^{10}\,N/m^2 \Rightarrow \frac{\Delta L}{L} = \frac{1{,}5\times10^{8}}{1{,}5\times10^{10}}$$

$$\frac{F_{máx}}{\pi\left(\frac{2{,}5\times10^{-2}}{2}\right)^2} = 1{,}5\times10^{10}\times\left(\frac{1{,}5\times10^{8}}{1{,}5\times10^{10}}\right) \quad \therefore F_{máx} = 7{,}36\times10^{4}\,N$$

Parte (b) $$\frac{7{,}36\times10^{4}}{(3{,}1416)\left[\frac{2{,}5\times10^{-2}}{2}\right]^2} = 1{,}5\times10^{10}\frac{\Delta L}{25\times10^{-1}} \quad \therefore \Delta L = 2{,}50\,mm$$

26. Si el límite del cobre es $1{,}5 \times 10^{8}$ N/m², determine el diámetro mínimo que un alambre de cobre puede tener bajo una carga de 10 kg si su límite elástico no va a excederse.

Resolución :

Sabemos que $Y_{cobre} = 11 \times 10^{10}$ N/m²

Además: $$\frac{S}{\frac{\Delta L}{L}} = 11{,}0 \times 10^{10}\,N/m^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta L}{L} = \frac{1{,}5\times10^{8}}{11{,}0\times10^{10}}$$

Luego: nos piden diámetro bajo una carga de 10 kg

Entonces: $$\frac{10\times(9{,}81)}{\pi R^2} = 11\times10^{10}\times\left(\frac{1{,}5\times10^{18}}{11{,}0\times10^{10}}\right)$$

Entonces resolviendo $$R = \sqrt{\frac{10\times(9{,}81)}{\pi\,(1{,}5\times10^{8})}}$$

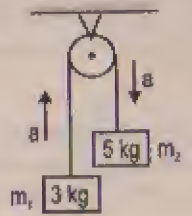
$\therefore$ $R = 10^{-5} \times (4{,}567)$ m

En consecuencia: Diámetro = 2R = $9{,}1 \times 10^{-5}$ m

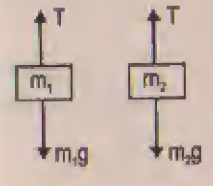
27. Un alambre cilíndrico de acero de 2,0 m de largo con un diámetro de sección transversal de 4,0 mm se coloca sobre una polea sin fricción. Un extremo del alambre se conecta a una masa de 5,00 kg y el otro extremo se conecta a una masa de 3,00 kg. ¿Cuánto se alarga el alambre mientras las masas están en movimiento?
27A. Un alambre cilíndrico de acero de longitud *L* con un diámetro de sección transversal *d* se coloca sobre una polea sin fricción. Un extremo del alambre se conecta a una masa m_1 y el otro extremo se conecta a una masa m_2. ¿Cuánto se alarga el alambre mientras las masas están en movimiento?

Resolución :

$\Delta L = ?$



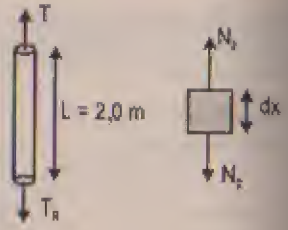
$L_{alambre} = 2{,}0$ m
Diámetro = 4×10^{-3} m
g = 9,81 m/s²
$Y_{acero} = 20 \times 10^{10}$ N/m²



$$\left.\begin{aligned} T - m_1 g &= m_1 a \\ m_2 g - T &= m_2 a \end{aligned}\right| (+) \qquad \therefore \quad a = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)\cdot g$$

$$T = \frac{2\,m_1 m_2\,g}{m_1 + m_2}$$

$$\text{Área trans} = \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2$$



Resumiendo: $$\Delta L = \frac{4 \cdot F_{total} \cdot L}{\pi D^2 Y (m_1 + m_2)}$$

Entonces: reemplazando:

$$\Delta L = \frac{8(3)(5)(9{,}81)(2)}{(3{,}1416)(4\times10^{-3})^2(8)} \qquad \therefore \quad \Delta L = 29{,}2\ \mu m$$

$$\text{ó} \quad \Delta L = 29{,}2 \times 10^{-6}\ m$$

28. Calcule la densidad del agua de mar a una profundidad de 1 000 m, donde la pre- sión hidráulica es aproximadamente $1{,}000 \times 10^7$ N/m². (La densidad del agua de mar en la superficie es $1{,}030 \times 10^3$ kg/m³).

Resolución :

Datos: $\rho_{H_2O\ inicial} = 1{,}03 \times 10^3$ kg/m³ — Tener en cuenta:

$h = 10^3$ m — $B_{agua\ salada} = 0{,}16 \times 10^{10}$ N/m²

$\Delta P = 1{,}000 \times 10^7$ N/m²

$\rho_{H_2O} =_{final\ del\ mar} = ?$

$$\Delta P = -B \cdot \frac{\Delta V}{V} = -B\,\frac{(V'-V)}{V} = B\left(1-\frac{V'}{V}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \Delta P = \left(1-\frac{\rho_{inicial}}{\rho_{final}}\right) \cdot B$$

Luego: $$\rho_{final} = \frac{\rho_{inicial}}{1-\frac{\Delta P}{B}} = \frac{1{,}03\times10^3}{1-\frac{10^7}{0{,}16\times10^{10}}} = 1{,}036 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$$

29. Si el esfuerzo de corte en el acero excede aproximadamente $4{,}0 \times 10^8$ N/m², el acero se rompe. Determine la fuerza de corte necesaria para: a) cortar un perno de acero de 1,0 cm de diámetro, y b) hacer un hoyo de 1,0 cm de diámetro en una placa de acero de 0,50 cm de espesor.

Resolución :

$$S_{corte\ acero} = 8{,}4 \times 10^{10}\ N/m^2$$

Parte (a) $$\text{Área} = \pi\left(\frac{1{,}0\times10^{-2}}{2}\right)^2 = 3{,}1416\left(\frac{10^{-2}}{2}\right)^2$$

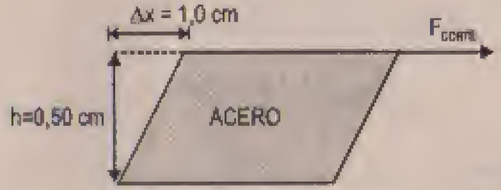
$$\therefore \quad \text{Área} = 0{,}7854 \times 10^{-4}\ m^2$$

Por dato: $$S = \frac{\text{Esfuerzo de corte}}{\frac{\Delta x}{h}} \Rightarrow \frac{\Delta x}{h} = \frac{4{,}0\times10^8}{8{,}4\times10^{10}}$$

Entonces: $$\frac{F_{corte}}{0{,}7854\times10^{-4}} = 8{,}4\times10^{10}\times\left(\frac{4{,}0\times10^8}{8{,}4\times10^{10}}\right)$$

$$\therefore \quad F_{corte} = 31{,}416\ kN$$

Parte (b)



$S_{corte} = 8{,}4 \times 10^{10}$ N/m² $$\text{Área} = \pi\left(\frac{1\times10^{-2}}{2}\right)^2 = 3{,}1416\left(\frac{10^{-2}}{2}\right)^2$$

$$\therefore \quad \text{Área} = 0{,}7854 \times 10^{-4}\ m^2$$

Entonces

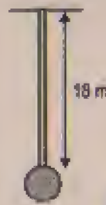
Como: $$\frac{\Delta x}{h} = \frac{F_{corte}}{A \cdot S}$$

Luego: $$\frac{F_{corte}}{0{,}7854\times10^{-4}} = 8{,}4\times10^{10}\times\frac{1{,}0\times10^{-2}}{0{,}50\times10^{-2}}$$

$$\therefore \quad F_{corte} = 62{,}8\ kN$$

30. a) Encuentre el diámetro mínimo de un alambre de acero de 18 m de largo que no se elongará más de 9,0 mm cuando se cuelga una carga de 380 kg en su extremo inferior. b) Si el límite elástico para este acero es $3{,}0 \times 10^8$ N/m², ¿ocurrirá una deformación permanente con esta carga?

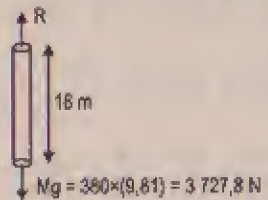
Resolución :



$\Delta L = 9$ mm
Masa $= 380$ kg
$Y_{acero} = 20 \times 10^{10}$ N/m²
$g = 9{,}81$ m/s²
D = Diámetro = ?

Parte (a)
Sabemos que:

$$\Delta L = \frac{MgL}{A \cdot Y}$$



Por otro lado: $\text{Área} = \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 = (3{,}1416)(0{,}25)\,D^2$

$\Rightarrow$ $\text{Área} = 0{,}7854\,D^2$

Entonces: $9 \times 10^{-3}\text{ m} = \dfrac{3\,727{,}8\text{ N}\times 16\text{ m}}{20\times10^{10}\text{N/m}^2\times(0{,}7854D^2)}$

$$\Rightarrow \quad D^2 = \frac{(3727{,}8)(16)}{(9\times10^{-3})(20\times10^{10})(0{,}7854)}$$

$\therefore$ $D_{\text{diámetro}} \approx 10^{-3} \times 6{,}89\text{ m}$

Parte (b)

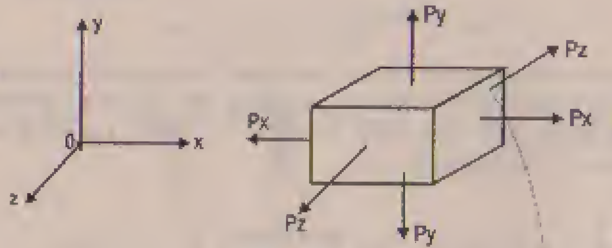
Como: $\dfrac{F_{\text{carga}}}{\text{Área}} = \dfrac{3\,727{,}8}{(3{,}1416)(0{,}7854)(6{,}89\times10^{-3})^2}$

$\therefore$ Esfuerzo de tensión $= 0{,}32 \times 10^{8}\text{ N/m}^2$

Como el esfuerzo de tensión de esta carga es menor que el límite elástico para el acero, entonces "sí" ocurrirá una deformación permanente con esta carga.

31. Cuando el agua se congela se expande cerca de 9%. ¿Cuál sería el aumento de presión dentro del monoblock del motor de su automóvil si el agua en él se congelará? (El módulo volumétrico del hielo es $2{,}0 \times 10^9\text{ N/m}^2$.)

Resolución :



Dato: $\beta_{\text{hielo}} = 2{,}0 \times 10^9\text{ N/m}^2$

$\dfrac{\Delta V}{V} = 0{,}09$

Eje x: $\dfrac{\Delta L_x}{L_x} = \dfrac{P}{Y} - \dfrac{\gamma P}{Y} - \dfrac{\gamma P}{Y}$

$$\frac{\Delta L_y}{L_y} = \frac{P}{Y} - \frac{\gamma P}{Y} - \frac{\gamma P}{Y} \qquad (+)$$

$$\frac{\Delta L_z}{L_z} = \frac{P}{Y} - \frac{\gamma P}{Y} - \frac{\gamma P}{Y}$$

$$\frac{\Delta L_x}{L_x} + \frac{\Delta L_y}{L_y} + \frac{\Delta L_z}{L_z} = \frac{\Delta V}{V} = \frac{3P}{Y}(1-2\gamma) \quad \ldots(1)$$

Donde: Y = módulo de Young
P = esfuerzo de presión
γ = módulo de Poisson

Entonces:

Por otro lado sabemos que: $\beta = \dfrac{Y}{3(1-2\gamma)}$ ... (α)

Reemplazando (α) en (1)

Luego: $\dfrac{\Delta V}{V} = P\left[\dfrac{3\,(1-2\gamma)}{Y}\right] \Rightarrow \beta\,.\,\dfrac{\Delta V}{V} = P$

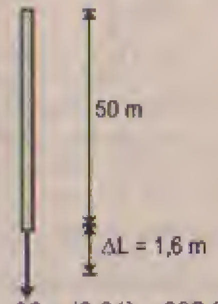
$\therefore$ $P = (\beta_{\text{hielo}})\left(\dfrac{\Delta V}{V}\right) = 2{,}0\times10^9\times(0{,}09)$

$\therefore$ $P = 18 \times 10^7\text{ N/m}^2$

32. Por seguridad en el ascenso, un montañista utiliza una cuerda de nylon de 50 m que tiene 10 mm de diámetro. Cuando soporta al alpinista de 90 kg en un extremo, la cuerda se elonga 1,6 m. Encuentre el módulo de Young correspondiente al material de la cuerda.

Resolución :

Dato:
Diámetro tranv. = 10 mm
$Y_{\text{material}} = ?$



$W_{\text{montañista}} = 90 \times (9{,}81) = 882{,}9\text{ N}$

Sabemos que: $\dfrac{F_{\text{tensión}}}{\text{Área}} = Y_{\text{material}} \cdot \dfrac{\Delta L}{L}$

$$\text{Área} = \pi\left(\frac{\text{Diametro}}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad \text{Área} = (3{,}1416)\left(\frac{10^{-2}}{2}\right)^2 = 0{,}7854 \times 10^{-4}\text{ m}^2$$

Entonces: $\dfrac{882{,}9\text{ N}}{0{,}7854\times10^{-4}\text{ m}^2} = Y_{\text{material}} \cdot \dfrac{1{,}6\text{ m}}{50\text{m}}$

$\therefore$ $Y_{\text{material}} = 3{,}513 \times 10^8\text{ N/m}^2$

PROBLEMAS ADICIONALES

33. Un puente de 50 m de largo y $8{,}0 \times 10^4$ kg de masa está soportado en cada extremo, como muestra la figura P12.33. Una camioneta de masa igual a $3{,}0 \times 10^4$ kg se localiza a 15 m de un extremo. ¿Cuáles son las fuerzas sobre el puente en los puntos de soporte?

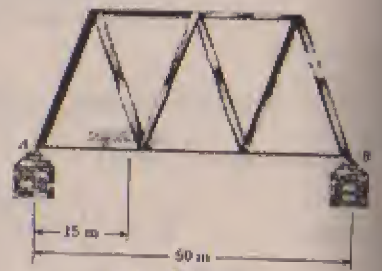
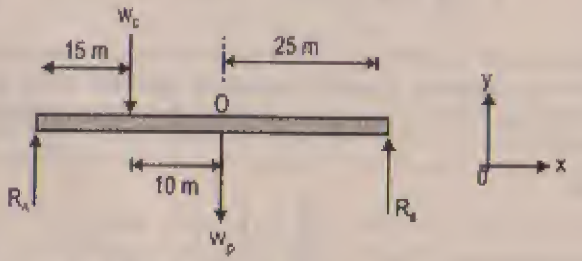


Figura P12.33

Resolución :

$M_{camioneta} = 3{,}0 \times 10^4$ kg ; $M_{puente} = 8{,}0 \times 10^4$ kg

$g = 9{,}81$ m/s²



$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad R_A + R_B - w_c - w_p = 0$

$\Rightarrow \quad R_A + R_B = (11{,}00 \times 10^4)(9{,}81)$ N

Por otro lado: $\Sigma \tau_A = 0$

$\Rightarrow \quad R_B\,(50) - w_p(25) - w_c(15) = 0$

$\Rightarrow \quad R_B\,(50) = (8{,}0 \times 10^4)(9{,}81)(25) + (3{,}0 \times 10^4)(9{,}81)(15)$

$\therefore \quad R_B = 48{,}069 \times 10^4$ N

Como: $R_A + 48{,}069 \times 10^4 = 107{,}91 \times 10^4$

$\Rightarrow \quad R_A = 59{,}841 \times 10^4$ N

34. Una esfera sólida de radio R y masa M se coloca en una cuña, como se ilustra en la figura P12.34. Las superficies interiores de la cuña no ofrecen fricción. Determine las fuerzas ejercidas por la cuña sobre la esfera en los dos puntos de contacto.

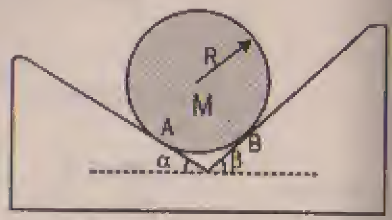
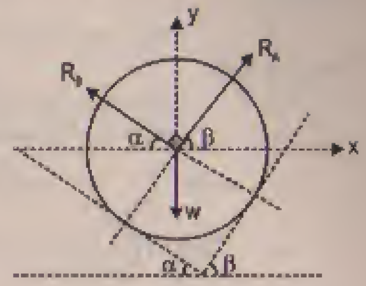


Figura P12.34

Resolución :



Por lo tanto: $\alpha + \beta = 90°$

Por componentes:

$\Sigma F_x = 0$

$\Rightarrow \quad R_A \cos\beta - R_B \cos\alpha = 0 \quad \ldots (1)$

$\Sigma F_y = 0$

$\Rightarrow \quad R_A \operatorname{sen}\beta + R_B \operatorname{sen}\alpha = w \quad \ldots (2)$

(1) en (2)

$$R_A \operatorname{sen}\beta + R_A \frac{\cos\beta}{\cos\alpha} \cdot \operatorname{sen}\alpha = w \qquad \therefore \qquad R_A = \frac{w}{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)} \cdot \cos\alpha$$

Luego: $R_B = \dfrac{w\cos\beta}{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)}$

Reemplazando: $R_A = \dfrac{M.g\cos\alpha}{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)}$; $R_B = \dfrac{Mg\cos\beta}{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)}$

35. La figura P12.35 muestra a un chango de 10 kg que sube por una escalera uniforme de 120 N y longitud L. Los extremos superior e inferior de la escalera descansan sobre superficies sin fricción. El extremo inferior está fijado a la pared mediante una cuerda horizontal que puede soportar una tensión máxima de 110 N. a) Dibuje un diagrama de cuerpo libre para la escalera. b) Encuentre la tensión en la cuerda cuando el chango ha subido un tercio de la escalera. c) Encuentre la distancia máxima d que el chango puede subir por la escalera antes de que se rompa la cuerda. Exprese su respuesta como una fracción de L.

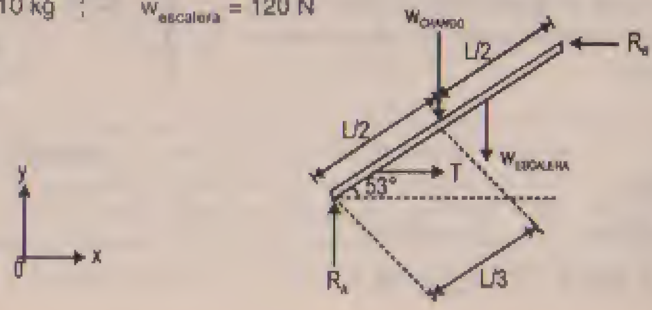
Figura P12.35

Resolución :

$M_{chango} = 10$ kg ; $w_{escalera} = 120$ N

$T = 110$ N

Parte (a)



Parte (b) $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow -R_A - w_{chango} - w_{escalera} = 0$

$\therefore \quad R_A = 10 \times (9{,}81) + 120 = 218{,}1 \text{ N}$

Por otro lado:

$$\Sigma\tau_B = 0 \Rightarrow -R_A(L\cos53°) + w_{chango}\left(\frac{2L}{3}\cos 53°\right) + w_{escalera}\left(\frac{L}{2}\cos 53°\right) + T(L\text{sen}53°) = 0$$

$$\Rightarrow \quad 10(9{,}81)\left(\frac{2}{3}\right)(0{,}6) + 120\left(\frac{1}{2}\right)(0{,}6) + T(0{,}8) = 218{,}1\ (0{,}6)$$

$$\therefore \quad T = 55{,}62 \text{ N}$$

Parte (c)

$$\Sigma\tau_B = 0 \Rightarrow w_{chango}(L - d_{máx})\cos53° + w_E\left(\frac{L}{2}\cos 53°\right) + 110\ (L)\text{sen}53° - R_A(L\cos53°) = 0$$

Entonces:

$$98{,}1\ (L - d_{máx})(0{,}6) + 120\left(\frac{L}{2}\right)(0{,}6) + 110L\ (0{,}8) - 218{,}1\ (L)(0{,}6) = 0$$

$$58{,}86\ d_{max} = 52\ L$$

$$\therefore \quad d_{máx} = \frac{52}{59}L$$

36. Un oso hambriento que pesa 700 N camina sobre una viga con la intención de llegar a una canasta de comida que cuelga en el extremo de la viga (Fig. P12.36). Ésta es uniforme, pesa 200 N y su largo es igual a 6,00 m; la canasta pesa 80,0 N. a) Dibuje un diagrama de cuerpo libre para la viga. b) Cuando el oso está en $x = 1{,}00$ m, encuentre la tensión en la cuerda y las componentes de la fuerza ejercida por la pared sobre el extremo izquierdo de la viga. c) Si el alambre puede soportar una tensión máxima de 900 N, ¿cuál es la distancia máxima que el oso puede caminar antes de que se rompa el alambre?

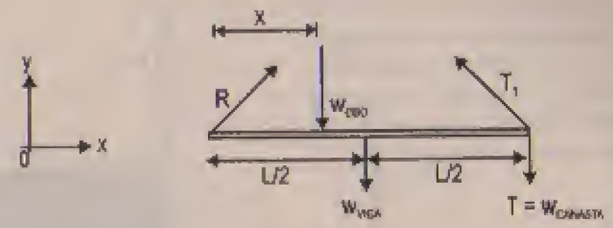
Figura P12.36

Resolución:

$w_{viga} = 200$ N ; $L = 6{,}00$ m

$w_{canasta} = 80{,}0$ N ; $w_{oso} = 700$ N

Parte (a)



Parte (b)

Para: $x = 1$ m ; $T = ?$; $R_x = ?$; $R_y = ?$

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow -T_1\cos60° + R_x = 0 \qquad \therefore R_x = T_1\cos60°$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_y + T_1\text{ sen}60 - w_C - w_V - w_O = 0$

$\therefore \quad R_y = w_C + w_V + w_O - T_1\text{ sen}60°$

Por otro lado:

$$\Sigma\tau_R = 0 \Rightarrow T_1\text{ sen}60°(L) - w_V\left(\frac{L}{2}\right) - w_{oso}(1) = 0$$

Luego: $T_1\text{ sen}60° = \dfrac{w_{oso}}{L} + \dfrac{w_{viga}}{2} \qquad \therefore \quad T_1 = \dfrac{w_{oso}}{L\text{sen}60} + \dfrac{w_{viga}}{2\text{sen}60°}$

En consecuencia:

$$R_x = T_1\cos60° = \left[\frac{w_{oso}}{L\text{sen}60} + \frac{w_{viga}}{2\text{sen}60°}\right]\cos60° = 125 \text{ N}$$

$$R_y = w_C + w_V + w_O - T_1\text{ sen}60° = 80 + 200 + 700 - \frac{700}{6} - 100 = 763{,}33 \text{ N}$$

Hallando $\quad x_{máx} = ? \quad T_1 = 900$ N

$$\Sigma\tau_R = 0 \Rightarrow 900\text{sen}60°\ L - w_V\left(\frac{1}{2}\right) - w_{oso}\ (x_{máx}) = 0$$

$$\Rightarrow \quad x_{máx} = 900\ (6)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 200\left(\frac{6}{2}\right)$$

$$\therefore \quad x_{máx} = 5{,}82 \text{ m}$$

37. El viejo Mac Donald tuvo una granja, y en ella había una puerta (Fig. P12.37). La puerta medía 3,0 m de ancho y 1,8 m de altura con bisagras en la parte superior e inferior. El alambre de retenida formaba un ángulo de 30,0° con la parte superior de la puerta y estaba sujeta por medio de un tensor a una tensión de 200 N. La masa de la puerta era de 40 kg. a) Determine la fuerza horizontal ejercida sobre la puerta por la bisagra inferior. b) Encuentre la fuerza horizontal ejercida por la bisagra

superior.c) Determine la fuerza vertical combinada ejercida por ambas bisagras. d) ¿Cuál debe ser la tensión en el alambre d retenida de manera que la fuerza horizontal ejercida por la bisagra superior sea cero?

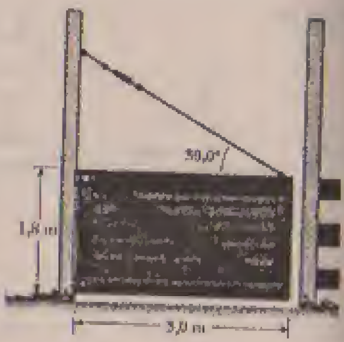


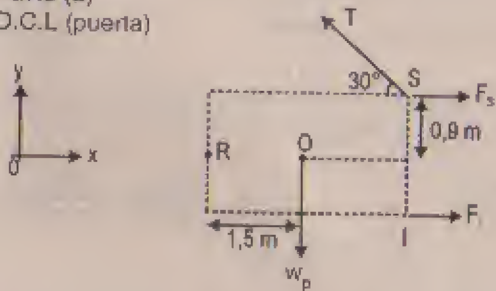
Figura P12.37

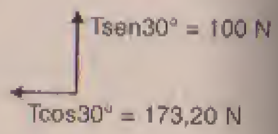
Resolución :

Datos: $M_{puerta} = 40$ kg ; $T = 200$ N

Parte (a)

D.C.L (puerta)





$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T\cos30° - F_s - F_i = 0 \Rightarrow 173{,}20 = F_s + F_i$ ... (1)

$\Sigma \tau_s = 0 \Rightarrow w_p(1{,}5) + T\cos30\,(0) - F_i\,(1{,}8) = 0$ ... (2)

Así también:

$\Sigma \tau_O = 0 \Rightarrow F_s\,(0{,}9) + T\cos30°\,(0{,}9) + T\text{sen}30°\,(1{,}5) - F_i\,(0{,}9) = 0$ ... (3)

De (1): $F_s = 173{,}20 - F_i$

De (2): $F_i = w_{puerta}\,(1{,}5\text{ m})/1{,}8$

Entonces de (3)

$$\left[\frac{F_x(1{,}8) - w_p(1{,}5)}{0{,}9} - F_i\right] 0{,}9 + T\cos30°\,(0{,}9) + T\text{sen}30°\,(1{,}5) = F_i\,(0{,}9)$$

Luego: De (2) $F_{inferior} = \dfrac{40\,(9{,}81)}{1{,}8}$

$\therefore\ F_{bisagra\ inferior} = 218$ N

De (1) $173{,}20 = F_{superior} + 218 \quad \therefore\ F_{superior} = 44{,}8$ N

Parte (c) $F_V = 292$ N (hacia arriba)

Parte (d) $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{b\ inferior} = T\cos30°$

$\Rightarrow 218 = T \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore\ T = 252$ N

38. Un pescante uniforme de 1 200 N se sostiene por medio de un cable, como en la figura P12.38. El pescante gira alrededor de un pivote en la parte inferior, y un objeto de 2 000 N cuelga de su parte superior. Encuentre la tensión en el cable y las componentes de la fuerza de reacción del piso sobre el pescante.

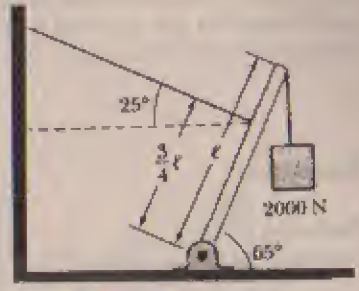
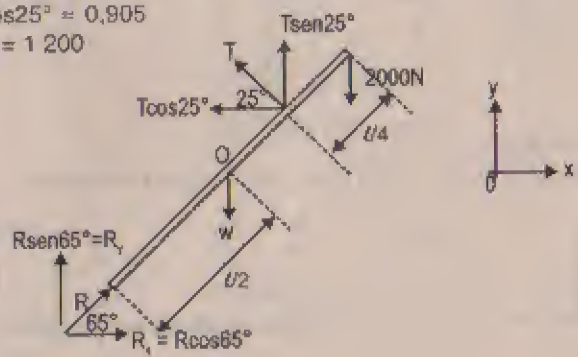


Figura P12.38

Resolución :

Considerar: sen25° = 0,426
cos25° = 0,905
w = 1 200



$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow R\cos65° = T\cos65°$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow 1\,200 + 2\,000 = T\text{sen}25° + R\text{sen}65°$

$\Rightarrow 3\,200 = T\text{sen}25° + \dfrac{T\cos25°}{\cos65°} \cdot \text{sen}65° = T(1/\text{sen}25°)$

$\therefore\ T = 1\,363{,}2$ N

En consecuencia:

$R_x = R\cos65° = R\text{sen}25° = T\cos25° \Rightarrow R_x = (1363{,}2)(0{,}905)$

$\therefore\ R_x = 1233{,}7$ N

$R_y = R\text{sen}65° = R\cos25°$

$\Rightarrow R_y = \dfrac{R_x}{\text{sen}\,25°} \cdot \cos25° \Rightarrow R_y = \dfrac{1\,233{,}7}{0{,}426} \times (0{,}905)$

$\therefore\ R_y = 2\,620{,}88$ N

39. Un letrero uniforme de peso w y ancho $2L$ cuelga de una ligera viga horizontal, articulada en la pared y soportada por un cable (Fig. P12.39). Determine a) la tensión en el cable y b) las componentes de la fuerza de reacción ejercida por la pared sobre la viga en términos de w, d, L y θ.

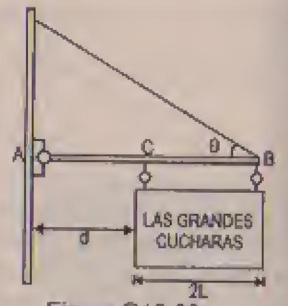
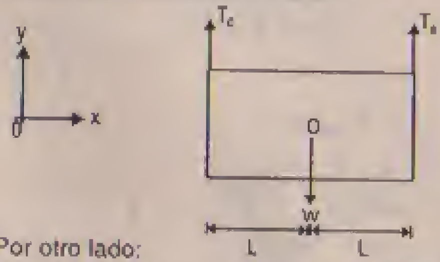


Figura P12.39

Resolución :

Parte (a)
Haciendo el D.C.L. (letrero)



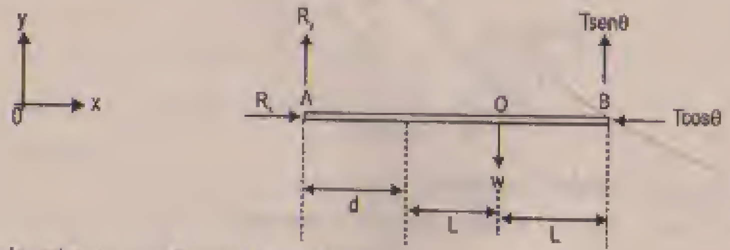
$$\Sigma\tau_O = 0$$

$$\Rightarrow \quad T_B(L) = T_A(L)$$

$$\therefore \quad T_B = T_A$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad T_A = T_B = w/2$$

Por otro lado:
Haciendo el D.C.L. (viga) (peso de la viga se desprecia)



Por la primera condición de equilibrio:

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad R_x - T\cos\theta = 0$$

$$\therefore \quad R_x = T\cos\theta \qquad \ldots (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad R_y + T\operatorname{sen}\theta - w = 0$$

$$\therefore \quad R_y = w - T\operatorname{sen}\theta \qquad \ldots (2)$$

Por la segunda condición de equilibrio:

$$\Sigma\tau_A = 0 \quad \Rightarrow \quad T\operatorname{sen}\theta\,(d + 2L) - w\,(L + d) = 0$$

$$\Rightarrow \quad T\operatorname{sen}\theta\,(d + 2L) = w(L + d)$$

$$\therefore \quad T = \frac{w\,(L + d)}{\operatorname{sen}\theta(d + 2L)}$$

Parte (b)

Sabemos que: $\quad R_x = T\cos\theta \quad \Rightarrow \quad R_x = \dfrac{w\,(L+d)}{\operatorname{sen}\theta\,(2L+d)}\cdot\cos\theta$

$$\therefore \quad R_x = w\operatorname{cotg}\theta\left(\frac{L+d}{2L+d}\right)$$

Por otro lado:
Sabemos que: $\quad R_y = w - T\operatorname{sen}\theta$

$$\Rightarrow \quad R_y = w - \frac{w(L+d)}{2L+d} \qquad \therefore \quad R_y = \frac{wL}{2L+d}$$

40. La figura P12.40 muestra una grúa de 3 000 kg de masa que soporta una carga de 10 000 kg. La grúa se articula con un pasador liso en A y descansa contra un soporte liso en B. Encuentre las fuerzas de reacción en A y B.

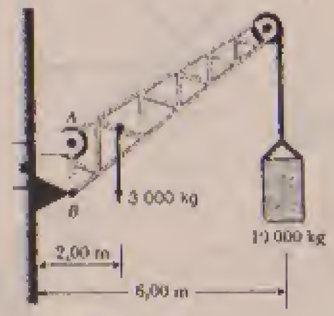
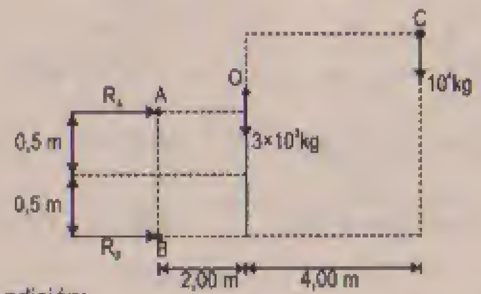


Figura P12.40

Resolución :
$g = 9,81\ m/s^2$



Por la segunda condición:

$$\Sigma\tau_A = 0 \quad \Rightarrow \quad R_B\,(1) = 3\times10^3\,(9,81)(2) + 10^4(9,81)(6)$$

$$\therefore \quad R_B = 647,46\ kN$$

Por otro lado:

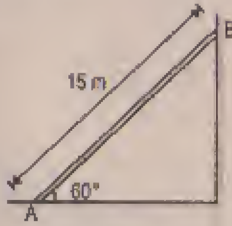
$$\Sigma\tau_B = 0 \quad \Rightarrow \quad -R_A(1) = 3\times10^3\,(9,81)(2) + 10^4\,(9,81)(6)$$

$$\therefore \quad R_A = -647,46\ kN$$

41. Una escalera uniforme de 15 m que pesa 500 N descansa contra una pared sin fricción. La escalera forma un ángulo de 60,0° con la horizontal. a) Encuentre las fuerzas horizontal y vertical que el suelo ejerce sobre la base de la escalera cuando un bombero de 800 N está a 4,00 m de la parte inferior. b) Si la escalera está a punto de deslizarse cuando el bombero está 9,00 m arriba ¿cuál es el coeficiente de fricción estática entre la escalera y el suelo?

41A. Una escalera uniforme de longitud L y masa m_1 descansa contra una pared sin fricción. La escalera forma un ángulo θ con la horizontal. a) Encuentre las fuerzas horizontal y vertical que el suelo ejerce sobre la base de la escalera cuando un bombero de masa m_2 está a una distancia x de la parte inferior. b) Si la escalera está a punto de deslizarse cuando el bombero está a una distancia *d* del pie de la escalera, ¿cuál es el coeficiente de fricción estática entre la escalera y el suelo?

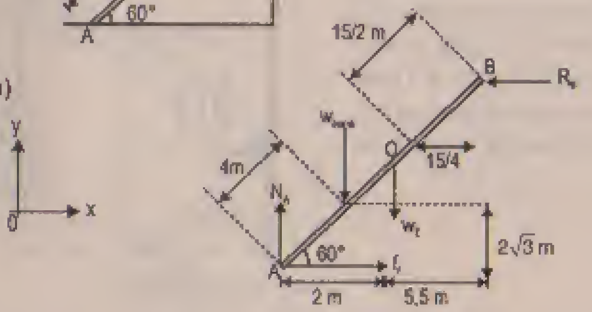
Resolución :



$w_{escalera} = 500$ N

$w_{bombero} = 800$ N

Parte (a)



$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow f_r - R_B = 0 \Rightarrow f_r = R_B$ ... (1)

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_A - w_B - w_E = 0 \Rightarrow N_A = 1\,300$ N

$$\Sigma\tau_B = 0 \Rightarrow w_{bom.}(5,5) + w_{esc}\left(\frac{15}{4}\right) - N_A(7,5) + f_r\left(7,5\sqrt{3}\right) = 0$$

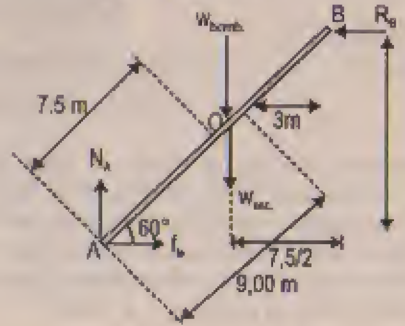
$$\Rightarrow 800(5,5) + 500\left(\frac{15}{4}\right) - 1300(7,5) + f_r\left(7,5\sqrt{3}\right) = 0$$

$$\therefore \quad f_r = 267,5 \text{ N}$$

Luego las fuerzas que el suelo ejercerá sobre la escalera son:

$F_x = f_r = 267,5$ N $\qquad F_y = N_A = 1\,300$ N

Parte (b)



Sabemos que:

$N_A = 1300$ N

Además:

$f_r = \mu_e N = 1300 \cdot \mu_e$

Entonces por segunda condición de equilibrio:

$$\Sigma\tau_B = 0 \Rightarrow w_{bom.}(3) + w_{esc}\left(\frac{7,5}{2}\right) + f_{fe}\left(7.5\sqrt{3}\right) - N_A(7,5) = 0$$

$$\Rightarrow 1\,300(7,5) - 800(3) - 500\left(\frac{7,5}{2}\right) = \mu_e(1\,300)(7,5)\sqrt{3}$$

$$\therefore \quad \mu_e = 0,32$$

42. Una escalera uniforme que pesa 200 N está reclinada contra una pared (Fig. 12.12). La escalera desliza cuando θ es 60°. Suponiendo que los coeficientes de fricción estática en la pared y en el suelo son los mismos, obtenga un valor para μ_e.

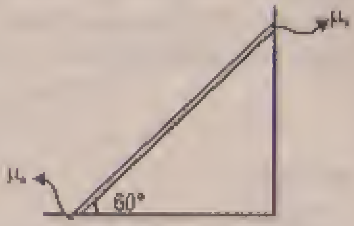
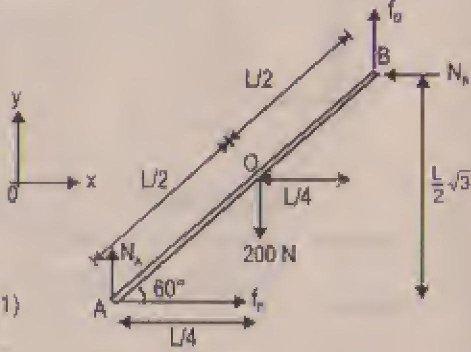


Figura 12.12

Resolución :

$w_{escalera} = 200$ N

$\mu_e = ?$



$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow f_{r1} - N_B = 0$

$\Rightarrow N_A \cdot \mu_e = N_B$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow f_{r2} + N_A - 200 = 0$

$\Rightarrow N_B \cdot \mu_e + N_A = 200$

$\Rightarrow (N_A \cdot \mu_e)\mu_e + N_A = 200$

$\Rightarrow N_A(\mu_e^2 + 1) = 200$ ... (1)

Por otro lado:

$$\Sigma\tau_B = 0 \Rightarrow 200\left(\frac{L}{4}\right) + f_{r1}\left(\frac{L}{2}\sqrt{3}\right) - N_A\left(\frac{L}{2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow 50L + N_A \cdot \mu_e\left(\frac{L}{2}\sqrt{3}\right) = N_A\left(\frac{L}{2}\right)$$

$$\Rightarrow N_A\left(1 - \mu_e\sqrt{3}\right) = 100 \quad \text{... (2)}$$

(1) ÷ (2) $\qquad \mu_e^2 + 1 = 2\left(1 - \mu_e\sqrt{3}\right)$

Desarrollando la ecuación de 2.° grado resulta que:

$$\mu_e = 0,268$$

43. Un tiburón de 10 000 N está sostenido por medio de un cable unido a una barra de 4,00 m que está articulada en la base. Calcule la tensión necesaria para mantener el sistema en la posición mostrada en la figura P12.43. Encuentre las fuerzas horizontal y vertical ejercidas sobre la masa de la barra. (Ignore el peso de la barra).

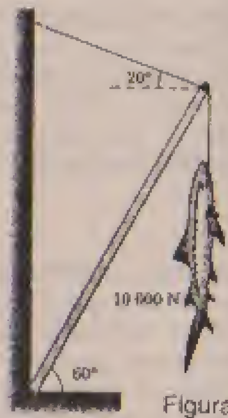


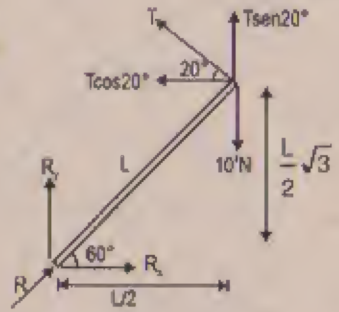
Figura P12.43

Resolución:

L = 4,00 m

Considerar: $\text{sen}20° = 0,345$

$\cos 20° = 0,9386$



$R_x = R\cos 60° \;\wedge\; R_y = R\,\text{sen}60°$

Entonces: $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow R\cos 60° - T\cos 20° = 0 \quad \therefore R\cos 60° = T\cos 20°$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R\,\text{sen}60° + T\,\text{sen}20° = 10^4$

Además:

$$\Sigma\tau_A = 0 \Rightarrow T\cos(20)\left(\frac{L}{2}\sqrt{3}\right) + T\,\text{sen}20°\left(\frac{L}{2}\right) - 10^4\left(\frac{L}{2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow T\left[\cos 20° \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \text{sen}\,20° \cdot \frac{1}{2}\right] = 5 \times 10^3$$

$$\therefore T = 5{,}08 \text{ kN}$$

Parte (b)

$R_x = R\cos 60° = T\cos 20° \Rightarrow R_x = (5{,}08 \text{ kN})(0{,}9386)$

$\therefore R_x = 4\,768$ N

$$R_y = R\,\text{sen}60° = \frac{T\cos 20°}{\cos 60°} \cdot \text{sen}\,60° = \frac{(5{,}08 \text{ kN})(0{,}9386)(\sqrt{3}/2)}{(0{,}5)}$$

$\therefore R_y = 8\,258{,}6$ N

44. Cuando una persona se para sobre la punta del pie (una posición difícil), la posición del pie es como se indica en la figura P12.44a. El peso total del cuerpo **w** es soportado por la fuerza **n** ejercida por el piso sobre la punta del pie. En la figura P12.44b se presenta un modelo mecánico para esta situación, donde **T** es la fuerza ejercida por el talón de Aquiles sobre el pie y **R** es la fuerza ejercida por la tibia sobre el pie. Encuentre los valores de T, R y θ cuando $w = 700$ N.

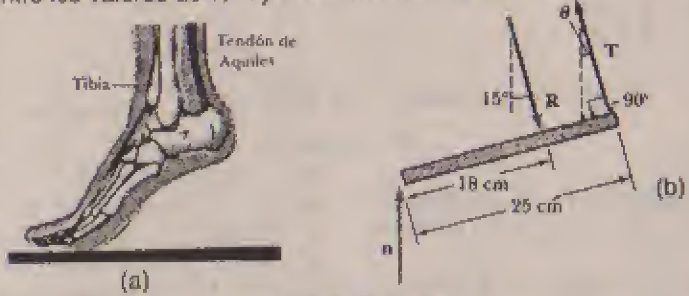
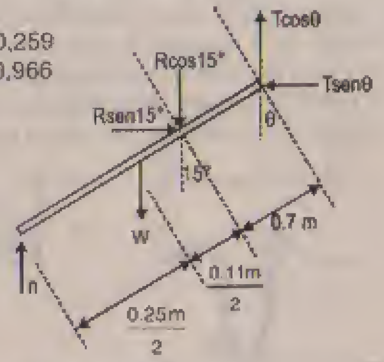


Figura P12.44

Resolución:

Considerar: $\text{sen}15° = 0,259$

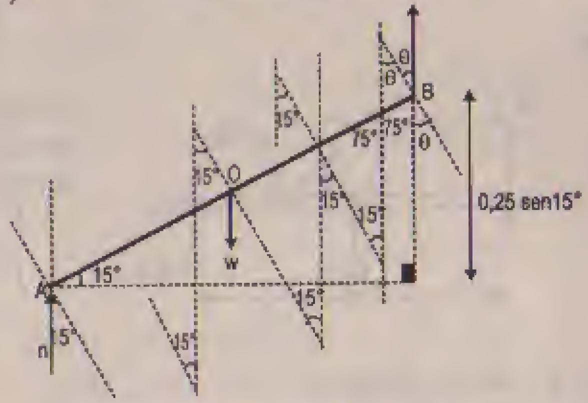
$\cos 15° = 0,966$



$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow R\,\text{sen}15° = T\,\text{sen}\theta \quad \text{... (1)}$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T\cos\theta + n = R\cos 15° + w \quad \text{... (2)}$

Por otro lado:



En consecuencia θ = 15°

$$\Sigma\tau_B = 0 \quad\Rightarrow\quad w\,.\,\frac{(0{,}25)}{2}\cos15^\circ + R(0{,}7) - n(0{,}25)\cos15^\circ = 0$$

$$\Rightarrow\quad n(0{,}25)\cos15^\circ = w\,\frac{(0{,}25)}{2}\cos15^\circ + R(0{,}7) \quad \ldots (3)$$

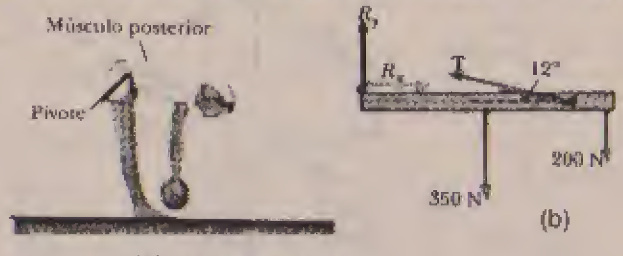
De (1): $R = T$
De (2): $n = w$

De (3): $(0{,}7)R = +w\,(0{,}25)\cos15^\circ - w\,\dfrac{(0{,}25)}{2}\cos15^\circ$

$$\therefore\quad R = 84{,}525 \text{ N}$$

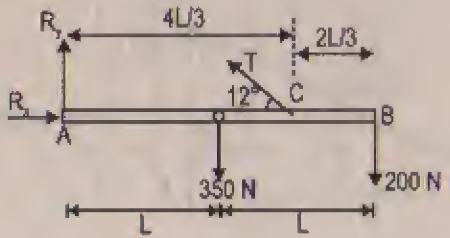
En consecuencia: $T = R = 84{,}525$
$n = w = 700$ N $\qquad \theta = 15^\circ$

45. Una persona se flexiona y levanta un objeto de 200 N. Con la espalda en la posición horizontal (una manera terrible de levantar un objeto) como en la figura P12.45a. El músculo de la espalda unido en un punto dos tercios arriba de la espina dorsal mantiene la posición de la espalda, donde el ángulo entre la espina dorsal y este músculo es 12,0°. Con el modelo mecánico que se presenta en la figura P12.45b y considerando el peso de la parte de arriba del cuerpo igual a 350 N, encuentre la tensión en el músculo de la espalda y la fuerza comprensiva en la espina dorsal.



(a) Figura P12.45 (b)

Resolución:
Sea:



Considerar:
$\text{sen}12^\circ = 0{,}209$
$\cos12^\circ \approx 0{,}978$

$\Sigma F_x = 0 \quad\Rightarrow\quad R_x = T\cos12^\circ \quad \ldots (1)$

$\Sigma F_y = 0 \quad\Rightarrow\quad R_y + T\text{sen}12^\circ = 550 \text{ N} \quad \ldots (2)$

$$\Sigma\tau_A = 0 \quad\Rightarrow\quad T\text{sen}12^\circ\left(\frac{4L}{3}\right) = 350\,(L) + 200\,(2L)$$

$$\Rightarrow\quad T\text{sen}12^\circ = 562{,}5 \qquad \therefore\quad T = 2\,691{,}4 \text{ N}$$

Luego: $R_x = (2\,691{,}4)(0{,}978) \approx 2\,632{,}2$ N

$R_y = 550 - 562{,}5 = -12{,}5$ N

46. Dos semáforos de 200 N están suspendidos de un solo cable en la forma que se indica en la figura P12.46. Ignore el peso del cable y a) demuestre que si $\theta_1 = \theta_2 = 2$, entonces $T_1 = T_2$. b) Determine las tres tensiones si $\theta_1 = \theta_2 = 8{,}0^\circ$.

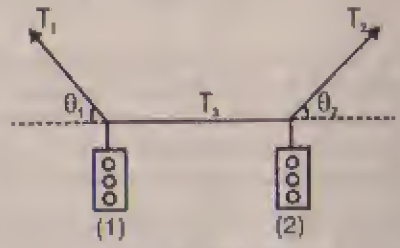
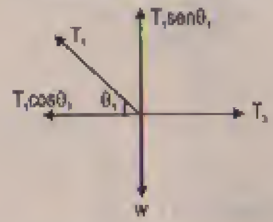


Figura P12.46

Resolución:
$w_{semáforo} = 200$ N

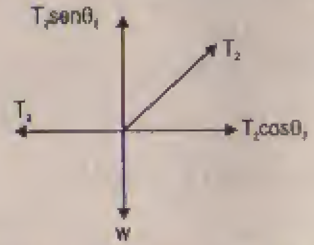
Parte (a)
Por demostrar que si: $\theta_1 = \theta_2 \Rightarrow T_1 = T_2$
D.C.L (sistema + semáforo 1)



$\Sigma F_x = 0 \quad\Rightarrow\quad T_3 = T_1\cos\theta_1 \quad \ldots (1)$

$\Sigma F_y = 0 \quad\Rightarrow\quad T_1\,\text{sen}\theta_1 = w \quad \ldots (2)$

D.C.L (sistema + semáforo 2)



$\Sigma F_x = 0 \quad\Rightarrow\quad T_2\cos\theta_2 = T_3 \quad \ldots (3)$

$\Sigma F_y = 0 \quad\Rightarrow\quad T_2\text{sen}\theta_2 = w \quad \ldots (4)$

Igualando (1) = (3) y (2) = (4) tenemos que:

$T_1\cos\theta_1 = T_2\cos\theta_2$ pero como: $\theta_1 = \theta_2$ (por hipótesis)

$\Rightarrow\quad T_1\cos\theta_1 = T_2\cos\theta_1 \qquad \therefore\quad T_2 = T_1$ l.q.q.d.

Parte (b)

Si $\theta_1 = \theta_2 = 8°$ (considerar: sen8° ≈ 0,141; cos8° ≈ 0,9899)

Luego: $T_1 = \dfrac{w}{\operatorname{sen}\theta_1} = \dfrac{200}{\operatorname{sen}8°} = \dfrac{200}{0{,}141}$ $\quad\therefore\quad T_1 = 1\,418{,}44$ N

$T_2 = \dfrac{w}{\operatorname{sen}\theta_2} = \dfrac{200}{\operatorname{sen}8°} = \dfrac{200}{0{,}141}$ $\quad\therefore\quad T_2 = 1\,418{,}44$ N

$T_3 = T_1\cos\theta_1 = 1\,418{,}44\cos 8°$ $\quad\therefore\quad T_3 = 1\,404{,}1$ N

47. La figura P12.47 muestra una fuerza que actúa sobre un bloque rectangular que pesa 400 N. a) Si el bloque se desliza con velocidad constante cuando F = 200 N y h = 0,400 m, encuentre el coeficiente de fricción por deslizamiento y la posición de la fuerza normal resultante. b) Si F = 300 N, determine el valor de *h* para el cual el bloque apenas empieza a ladearse.

47A. La figura P12.47 muestra una fuerza *F* que actúa sobre un bloque rectangular de masa *m*. a) Si el bloque se desliza con velocidad constante, encuentre el coeficiente de fricción por deslizamiento y la posición de la fuerza normal resultante. b) Determine el valor de *h* para el cual el bloque apenas empieza a ladearse.

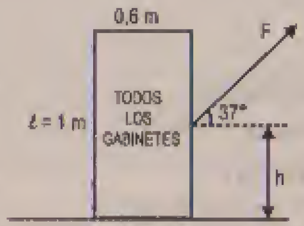


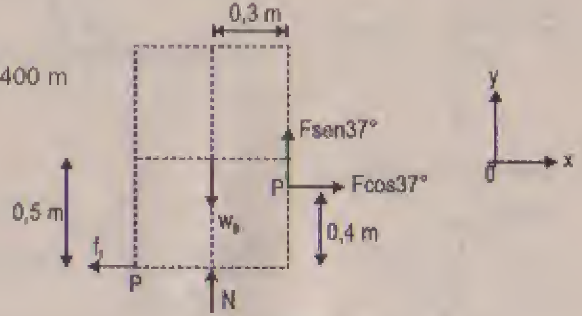
Figura P12.47

Resolución :

$w_{bloque} = 400$ N

Parte (a)

F = 200 N ; h = 0,400 m



$\Sigma F_x = 0 \;\Rightarrow\; F\cos37° = f_t \qquad\therefore\qquad f_t = 200\left(\dfrac{4}{5}\right) = 160$ N

$\Sigma F_y = 0 \;\Rightarrow\; N + F\operatorname{sen}37° = w_{bloque}$

$\Rightarrow\; N = 400 - 200\left(\dfrac{3}{5}\right) = 280$ N

Luego: $f_t = N\,.\,\mu_e \;\Rightarrow\; 160 = 280\,.\,\mu_e \quad\therefore\quad \mu_e = 0{,}57$

Hallando la posición de la normal resultante

Sabemos que $N_{resultante} = w_{bloque} - F\operatorname{sen}37° = 280$ N

Entonces: Esto quiere decir que el bloque es uniforme

Luego: $\Sigma\tau_p = 0 \;\Rightarrow\; N(x) - w_B(0{,}3) - F\cos37\,(0{,}4) = 0$

$\therefore\quad x_{posición} = 0{,}201$ m (hacia la izquierda)

Parte (b)

Si F = 300 N entonces: N = 0 (empieza a ladearse)

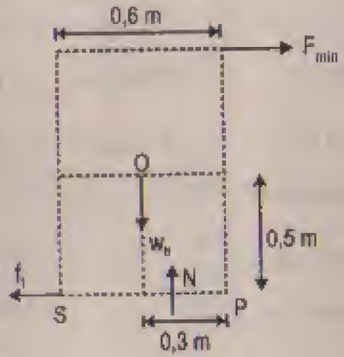
Luego: $\Sigma\tau_p = 0 \;\Rightarrow\; N(0{,}399) + w_B\,(0{,}3) - F\cos37\,(h) = 0$

$\Rightarrow\; (0{,}399) + 400(0{,}3) = (300)\left(\dfrac{4}{5}\right)h$

$\therefore\quad h = 0{,}51$ m

48. Considere que el bloque rectangular del problema 47. Una fuerza **F** se aplica horizontalmente en el borde superior a) ¿Cuál es la fuerza mínima requerida para que el bloque empiece a ladearse? b) ¿Cuál es el coeficiente mínimo de fricción estática requerido para que el bloque se ladee con la aplicación de una fuerza de esta magnitud? c) Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza mínima requerida para volcar el bloque si el punto de aplicación puede elegirse en cualquier parte de éste.

Resolución :



Parte (a)

$\Sigma F_y = 0 \;\Rightarrow\; N = w$

$\Rightarrow\; N = 400$ N

$\Sigma F_x = 0 \;\Rightarrow\; F_{min} - f_t = 0$

$\therefore\quad F_{min} = f_t$

Como empieza a ladearse entonces $f_t \to 0$

Luego: $\Sigma\tau_p = 0 \;\Rightarrow\; w(0{,}3) - F_{min}\,(1) = 0$

$\therefore\quad F_{mínima} = 400\,(0{,}3) = 120$ N

Parte (b) $\quad F_{min} = f_t = \mu_e\,.\,N$

$\Rightarrow\; 120 = \mu_e\,(400) \qquad\therefore\qquad \mu_e = 0{,}3$

Parte (c) $\quad F_{mínima} = 120$ N

49. Una viga uniforme de peso w está inclinada a un ángulo θ respecto de la horizontal y con su extremo superior soportado por medio de una cuerda horizontal amarrada a una pared y su extremo inferior descansando sobre un piso rugoso (Fig. P12.49). a) Si el coeficiente de fricción estática entre la viga y el piso es μ_e, determine una expresión para el peso máximo W que puede colgarse de la parte superior antes de que la viga deslice. b) Determine la magnitud de la fuerza de reacción en el piso y la de la fuerza ejercida por la viga sobre la cuerda en P en función de w, W y μ.

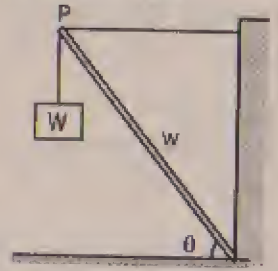
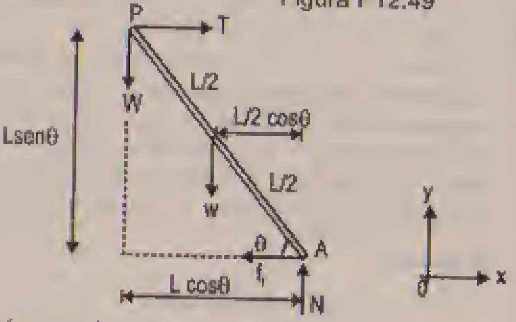


Figura P12.49

Resolución:

Parte (a)



$\Sigma F_x = 0$

$\Rightarrow \quad T = f_r \quad \ldots (1)$

$\Sigma F_y = 0$

$\Rightarrow \quad N = W + w \ldots (2)$

$$\Sigma\tau_A = 0 \quad \Rightarrow \quad W(L\cos\theta) + w\left(\frac{L}{2}\cos\theta\right) = T(L\,\text{sen}\,\theta) \quad \ldots (3)$$

De (1) $\quad T = \mu_e N = \mu_e (W + w)$

De (3) $\quad W(L\cos\theta) + w\left(\frac{L}{2}\cos\theta\right) = \mu_e(W + w)(L\,\text{sen}\,\theta)$

Despejando W:

Resulta que: $$W_{max} = \frac{w}{2}\left[\frac{2\mu_e\,\text{sen}\,\theta - \cos\theta}{\cos\theta - \mu_e\,\text{sen}\,\theta}\right]$$

Parte (b)

$$T = \mu_e \cdot N = \mu_e\left[\frac{w}{2}\left(\frac{2\mu_e\,\text{sen}\,\theta - \cos\theta}{\cos\theta - \mu_e\,\text{sen}\,\theta}\right) + w\right]$$

$$\therefore \quad T = \mu_e \cdot w\left[\frac{1}{2}\left(\frac{2\mu_e\,\text{sen}\,\theta - \cos\theta}{\cos\theta - \mu_e\,\text{sen}\,\theta}\right) + 1\right]$$

$$R = \sqrt{N^2 + f_r^2} = \sqrt{(W + w)^2 + \mu_e^2\,(W + w)^2}$$

$$\therefore \quad R = (W + w)\sqrt{1 + \mu_e^2}$$

50. La figura P12.50 muestra una armadura que soporta una fuerza hacia debajo de 1 000 N aplicada al punto *B*. Ignore el peso de la armadura y aplique las condiciones de equilibrio para demostrar que $n_A = 366$ N y $n_C = 634$ N.

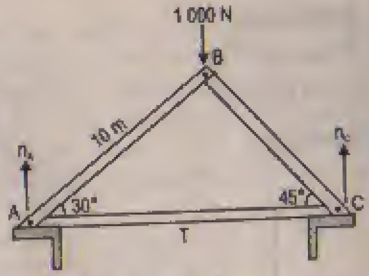


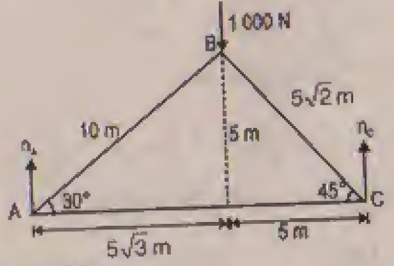
Figura P12.50

Resolución:

Por demostrar:

$n_A = 366$ N y

$n_C = 634$ N



$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad n_A + n_C = 1\,000$ N

Por otro lado: $\quad \Sigma\tau_B = 0 \quad \Rightarrow \quad n_C(5) - n_A\left(5\sqrt{3}\right) = 0$

$\therefore \quad n_C = \sqrt{3}\ n_A$

Luego: $\quad n_A + \sqrt{3}\ n_A = 1\,000$

$$\Rightarrow \quad n_A = \frac{1000}{1 + \sqrt{3}} \qquad \therefore \qquad n_A = 366 \text{ N}$$

Entonces: $\quad n_C = (366)\left(\sqrt{3}\right) = 634$ N

En consecuencia: $\quad n_A = 366 \text{ N} \ \wedge \ n_C = 634$ N $\qquad$ l.q.q.d.

51. Una escalera de tijera de peso despreciable se construye como se muestra en la figura P12.51. Una pintora de 70,0 kg de masa está parada sobre la escalera a 3,00 m del punto inferior. Suponga al piso sin fricción y encuentre, a) la tensión en la barra horizontal que conecta las dos patas de la escalera, b) las fuerzas normales en A y B, y c) las componentes de la fuerza de reacción en la articulación C que la pata izquierda de la escalera ejerce sobre la pata derecha. (*Sugerencia*: Trate cada pata de la escalera por separado.)

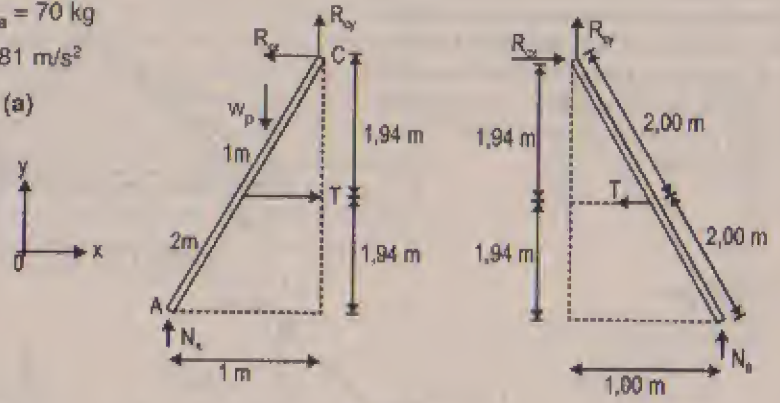
Figura P12.51

Resolución :

$M_{pintora} = 70$ kg

$g = 9{,}81$ m/s^2

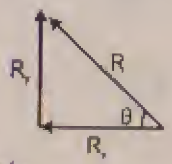
Parte (a)



En (1) $\quad \Sigma F_x = 0 \Rightarrow T = R_{cx}$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_{cy} + N_A = W_P$

Por otro lado:



$R_y = R\ \text{sen}\theta = R\ .\ \dfrac{3{,}88}{4}$

$R_x = R\cos\theta = R\ .\ \dfrac{1}{4}$

Entonces además:

$\Sigma\tau_A = 0 \Rightarrow R_{cx}(3{,}88) + R_{cy}(1) - w_p(3)\cos\theta - T(1{,}94) = 0$

$\Rightarrow R\left(\dfrac{1}{4}\right)(3{,}88) + R\left(\dfrac{3{,}88}{4}\right) = (70)(9{,}81)(3)(0{,}25) + R\left(\dfrac{1}{4}\right)(1{,}94)$

$\therefore \quad R = 354$ N

Luego: $\quad T = R(1/4) = 354\left(\dfrac{1}{4}\right) \qquad \therefore \quad T = 88{,}5$ N

Parte (b) $\quad N_A = w_p - R_{cy} = (70)(9{,}81) - (354)\left(\dfrac{3{,}88}{4}\right)$

$\therefore \quad N_A = 343{,}32$ N

Por otro lado: En (2)

$R_{cy} = N_B \Rightarrow N_B = R\text{sen}\theta = (354)\left(\dfrac{3{,}88}{4}\right)$

$\therefore \quad N_B = 343{,}38$ N

Parte (c) $\quad R_x = R\cos\theta = (354)(0{,}25) = 88{,}5$ N

$R_y = R\text{sen}\theta = (354)\left(\dfrac{3{,}88}{4}\right) = 343{,}38$ N

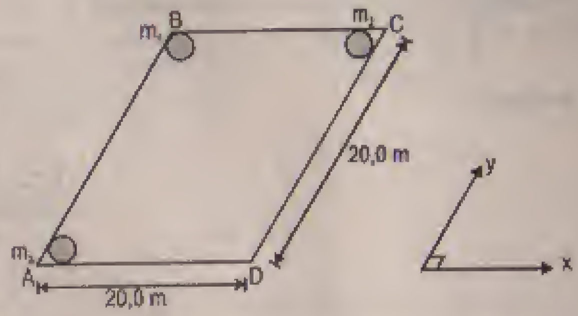
52. Una pista de baile plana de dimensiones iguales a 20,0 m por 20,0 m tiene una masa de 1 000 kg. Tres parejas de bailarines, cada una de 125 kg, están al principio en las esquinas superior izquierda, superior derecha e inferior izquierda. a) ¿Dónde está el centro de gravedad inicial? b) La pareja en la esquina inferior izquierda se mueve 10,0 m hacia la derecha. ¿Dónde está el nuevo centro de gravedad? c) ¿Cuál es la velocidad del centro de gravedad si esa pareja tarda 8,00 s en cambiar su posición?

Resolución :

Parte (a)

$m_1 = m_2 = m_3 = 125$ kg

$w_{pista} = (1\ 000\ \text{kg})\ g$



$M_{total} = (125)(3) + 1\ 000 = 1\ 375$ kg

$\Rightarrow \quad M_{total}\cdot x_{CG\,(sist)} = (1\ 000)(10) + 125(20)$

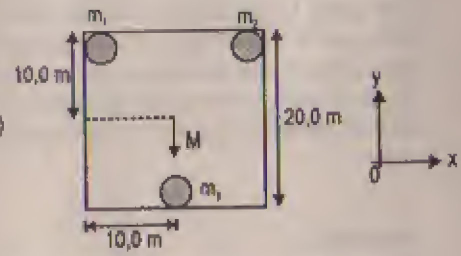
$\therefore \quad x_{CG(sist)} = 9{,}09$ m

Por otro lado: $\quad M_{total}\cdot y_{CG(sist)} = (1\ 000)(10) + 125(20) + 125(20)$

$\therefore \quad y_{CG(sist)} = 10{,}9$ m

$\therefore \quad$ Centro de gravedad del sistema = (9,09; 10,9 m)

Parte (b)



$M_{total}\, x_{CG(sist)} = M(10) + m_3(10) + m_2(20)$

$\Rightarrow \quad M_{total}\cdot x_{CG(sist)} = 1\ 000(10) + 125(10) + 125(20)$

$\therefore \quad x_{CG(sist)} = 10$ m

Por otro lado: $\quad M_{total}\cdot y_{CG(sist)} = 1000\ (10) + 125(20) + 125(20)$

$\therefore \quad y_{CG(sist)} = 10{,}9$ m

Luego: centro de gravedad del sistema = (10; 10,9) m

Parte (c) $\quad v_{CG}\times t = 10{,}0$ m

$\Rightarrow \quad v_{CG} = \dfrac{10{,}0}{8} = 125$ m/s

53. Una repisa está montada sobre una pared vertical por medio de un solo tornillo, como se muestra en la figura P12.53. Ignore el peso de la repisa y encuentre la componente horizontal de la fuerza que el tornillo ejerce sobre la repisa cuando se aplica una fuerza vertical de 80,0 N en la forma que se indica. (*Sugerencia*: Imagine que la repisa está un poco suelta.)

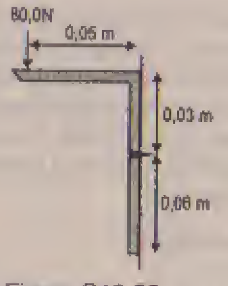
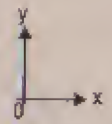
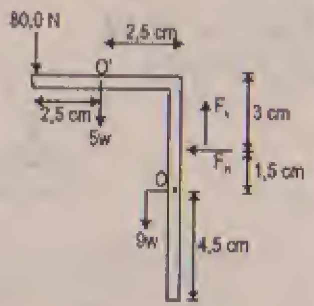


Figura P12.53

Resolución :



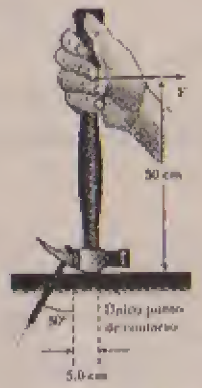


$\Sigma\tau_{O}' = 0$

$\Rightarrow \quad 80(2,5 \text{ cm}) - F_H (3 \text{ cm}) = 0$

$\therefore \quad F_H = 66,7 \text{ N}$

54. La figura P12.54 muestra un martillo de carpintero en el momento de sacar un clavo de una superficie horizontal. Si una fuerza de 150 N se ejerce horizontalmente, encuentre a) la fuerza ejercida por las uñas del martillo sobre el clavo, y b) la fuerza ejercida por la superficie sobre el punto de contacto con la cabeza del martillo. Suponga que la fuerza ejercida por el martillo sobre el clavo es paralela a éste.



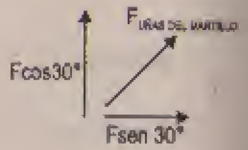


Figura P12.54

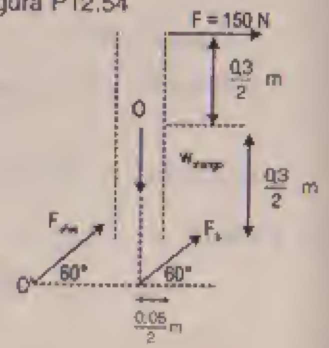
Resolución :
F = 150 N

Parte (a)

$\Sigma\tau_o = 0 \quad \Rightarrow$

$$F_{uñas}\,\text{sen}30^\circ\left(\frac{0,3}{2}\right) = F_{uñas}\cos 30^\circ\left(\frac{0,05}{2}\right) + F\left(\frac{0,3}{2}\right)$$

$\therefore \quad F_{\text{uñas del man.}} = 709,8 \text{ N}$



Parte (b)
Como son paralelas $\Rightarrow \quad F_S = F_{\text{uñas del martillo}} = 709,8 \text{ N}$

55. La figura P12.55 muestra una fuerza vertical aplicada tangencialmente a un cilindro uniforme de peso *w*. El coeficiente de fricción estática entre el cilindro y todas las superficies es 0,50. Encuentre, en función de *w*, la máxima fuerza **F** que puede aplicarse sin ocasionar que gire el cilindro. (*Sugerencia*: cuando el cilindro está a punto de deslizar, ambas fuerzas de fricción están en sus valores máximos. ¿Por qué?)

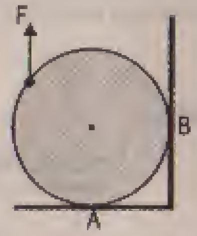
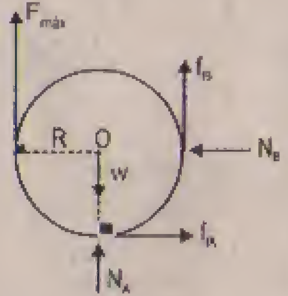
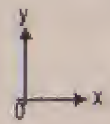


FIGURA P12.55

Resolución :
$w_{cilindro} = w$
$\mu_e = 0,5$





$\Sigma F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad f_{fA} = N_B \quad \Rightarrow \quad \mu_e \cdot N_A = N_B \quad \ldots (1)$

$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{máx} + f_{fB} + N_A = w \quad \ldots (2)$

$\Sigma\tau_o = 0 \quad \Rightarrow \quad f_{fA}(R) + f_{fB}(R) = F_{máx}(R)$

$\Rightarrow \quad f_{fA} + f_{fB} = F_{máx} \quad \ldots (3)$

De (2): $\quad N_A = w - F_{max} - \mu_e \cdot N_B$

$\Rightarrow \quad N_A = w - F_{máx} - \mu_e(\mu_e \cdot N_A) \qquad \therefore \quad N_A = \dfrac{w - F_{máx}}{1+\mu_e^2}$

En (3): $$\mu_e \cdot \left[\frac{w - F_{máx}}{1+\mu_e^2}\right] + \mu_e(\mu_e)\left[\frac{w - F_{máx}}{1+\mu_e^2}\right] = F_{máx}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{w - F_{máx}}{1+\mu_e^2}\,(\mu_e^2 + \mu_e) = F_{máx}$$

$$\therefore \quad F_{máx} = \frac{w\,\mu_e\,(\mu_e + 1)}{2\mu_e^2 + \mu_e + 1}$$

Reemplazando: $\quad F_{máx} = 0,375\, w = \dfrac{3}{8}\, w$

56. Un alambre de longitud L, módulo de Young Y y área de sección transversal A se extiende elásticamente en una cantidad ΔL. Por la ley de Hooke, la fuerza restauradora es $-k\Delta L$. a) Muestre que $k = YA/L$. b) Pruebe que el trabajo hecho al extender el alambre en una cantidad ΔL es

$$\text{Trabajo} = \frac{1}{2}\frac{YA}{L}(\Delta L)^2$$

Resolución:

Datos:
Y, A, L

Parte (a)

Como: $F_R = F = k\,.\,\Delta L \Rightarrow \dfrac{F}{A} = Y\,.\,\dfrac{\Delta L}{L}$

$$\Rightarrow \frac{k\,.\,\Delta L}{A} = Y\,.\,\frac{\Delta L}{L} \qquad \therefore \quad k = \frac{YA}{L} \quad \text{l.q.q.d.}$$

Parte (b)

Trabajo: $F_{elastica} = \dfrac{1}{2}k(\Delta L)^2$ (por definición)

$$\Rightarrow W_{trabajo} = \frac{1}{2}\left(\frac{Y.A}{L}\right)(\Delta L)^2 \qquad \text{l.q.q.d.}$$

57. Dos bolas de racket se colocan en un recipiente de cristal, como se muestra en la figura P12.57. Sus centros y el punto A se encuentran sobre una línea recta. a) Suponga que las paredes son sin fricción y determine P_1, P_2 y P_3. b) Determine la magnitud de la fuerza ejercida sobre la bola derecha por la bola izquierda. Suponga que cada bola tiene una masa de 170 g.

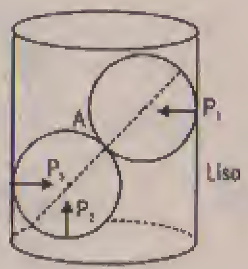


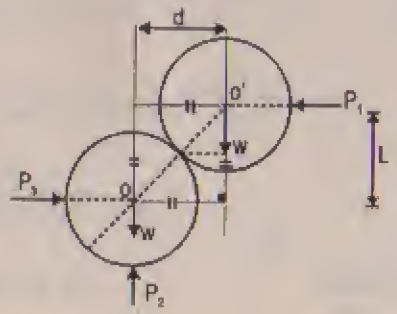
Figura P12.57

Resolución:

$M_{cada\ bola} = 0{,}17$ kg

Parte (a)

D.C.L. (sistema)



$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow P_3 = P_1$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow P_2 = w + w = 2w \ \therefore \ P_2 = 2(0{,}17)(9{,}81) = 3{,}34 \text{ N}$$

$$\Sigma \tau_o = 0 \Rightarrow w(d) = P_1(L) \quad \dots(1)$$

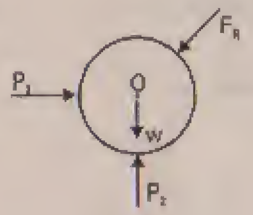
$$\Sigma \tau_o' = 0 \Rightarrow w(d) + P_3(L) = P_2(d) \quad \dots(2)$$

Entonces: $P_1 L + P_3 L = 3{,}34\left(\dfrac{P_1 . L}{w}\right) \quad \therefore \quad P_1 + P_3 = \dfrac{3{,}34\,P_1}{w}$

De (1) como: $w.d = P_1 \,.\, L \Rightarrow w = P_1 \ \wedge \ d = L$

$$\therefore \ w = 1{,}67 \text{ N} = P_1 = P_3$$

Parte (b)



$\Sigma F_x = 0$

$\Rightarrow P_3 = F_{R_x} = 1{,}67$ N

$\Sigma F_y = 0$

$\Rightarrow F_{Ry} = 3{,}34 - 1{,}67 = 1{,}67$ N

$$\therefore \quad F_R = \sqrt{(1{,}67)^2 + (1{,}67)^2} = 2{,}36 \text{ N}$$

58. En la figura P12.58 las balanzas registran $w_1 = 38$ N y $w_2 = 32$ N. Si se ignora el peso del tablón de soporte, ¿a qué distancia de pie de la mujer está su centro de masa, dado que su altura es de 2,0 m?

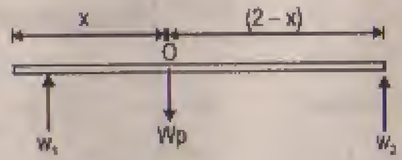


Figura P12.58

Resolución:

Sabemos que: $w_1 = 38$N ; $w_2 = 32$ N

$$\Sigma \tau_o = 0 \Rightarrow w_2(2 - x) - w_1(x) = 0$$

$$\Rightarrow 32(2 - x) = 38x \Rightarrow 64 = 38x + 32x$$

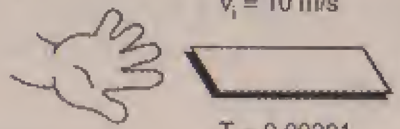
$$\therefore \ x = 0{,}91 \text{ m}$$

El centro de masa al pie de la mujer estará a:

$$(2 - (0{,}91)) = 1{,}09 \text{ m}$$

59. a) Calcule la fuerza con la cual un maestro de karate golpea una tabla si la velocidad de su mano en el momento del impacto es 10,0 m/s, disminuyendo hasta 1,0 m/s durante un tiempo de contacto de 0,0020 s con la tabla. La masa de la mano y el brazo coordinados es 1,0 kg. b) Estime el esfuerzo de corte si esta fuerza es ejercida sobre una tabla de pino de 1,0 cm de espesor que mide 10 cm de ancho. c) Si el máximo esfuerzo de corte que una tabla de pino puede recibir antes de romperse es $3{,}6 \times 10^6$ N/m², ¿se romperá la tabla?

Resolución :



Parte (a) $F_{prom} \cdot \Delta t = \Delta P = P_{final} - P_{inicial}$

$$\Rightarrow \quad F_{prom} = \frac{1\,kg \times 1\,m/s - 1\,kg\,.\,10\,m/s}{0.0020}$$

$$\therefore \quad |F_{prom}| = 4\,500\ N$$

Parte (b) Esfuerzo de corte $= \dfrac{F}{A}$

Sea:

Entonces: $S = \dfrac{F}{A} = \dfrac{4500}{(0{,}01)(0{,}1)} = 45 \times 10^5\ N/m^2$

Parte (c)

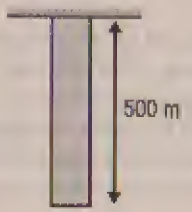
Como el máximo esfuerzo de corte es $36 \times 10^5\ N/m^2$ entonces:

como $45 \times 10^5 > 36 \times 10^5$

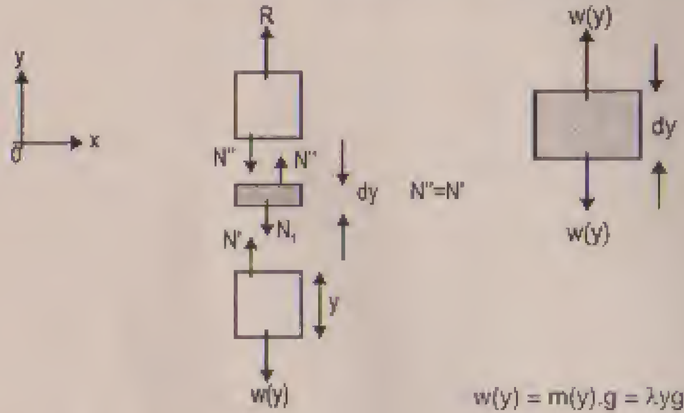
En consecuencia "sí" se romperá la tabla.

60. Un cable de acero de 3,0 cm² de área de sección transversal tiene una masa de 2,4 g por metro de longitud. Si 500 m de cable cuelgan de un peñasco vertical, ¿cuánto se estira el cable bajo su propio peso? $Y_{acero} = 2{,}0 \times 10^{11}\ N/m^2$.

Resolución :



Área transversal = 3,0 cm²
Masa = $2{,}4 \times 10^{-3}$ kg
$\Delta_L = ?$
$Y_{acero} = 2{,}0 \times 10^{11}\ N/m^2$



$w(y) = m(y).g = \lambda y g$

Entonces: $\dfrac{F}{A} = Y\,.\dfrac{\Delta L}{L}$

$$\Rightarrow \quad \frac{\lambda y g}{AY} = \frac{\Delta(dy)}{dy} \qquad \text{(deformación de un diferencial)}$$

$$\Rightarrow \quad \int_0^L \frac{\lambda y g dy}{AY} = \int_0^L \Delta(dy)$$

$$\therefore \quad \Delta L = \frac{1}{2}\,\frac{\lambda g}{AY}\,.\,L^2 = \frac{MgL}{2AY}$$

Reemplazando: $\Delta L = \text{estiramiento} = \dfrac{(2{,}4\times10^{-3}kg)(9{,}81\ m/s^2)(500\ m)}{2(3{,}0)(10^{-4}m^2)(2{,}0\times10^{11})}$

$$\therefore \quad \Delta L = 981 \times 10^{-10}\ m$$

Este libro se terminó de imprimir
en los talleres gráficos de Editorial San Marcos situados en
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, S.J.L., Lima, Perú
RUC 10090984344

ISBN 9972-34-246-8

9789972342462

Editorial San Marcos

Jr. Natalio Sánchez 220 of. 304. Jesús María, Lima
(alt. cdra. 5 Av. Arenales)Telefax: 330-8553 / 332-0153. Ventas-telf.: 423-1297
Av. Garcilaso de la Vega 911 of. 404 Lima. Telefax: 424-6563
E-mail: san-marcos@terra.com.pe